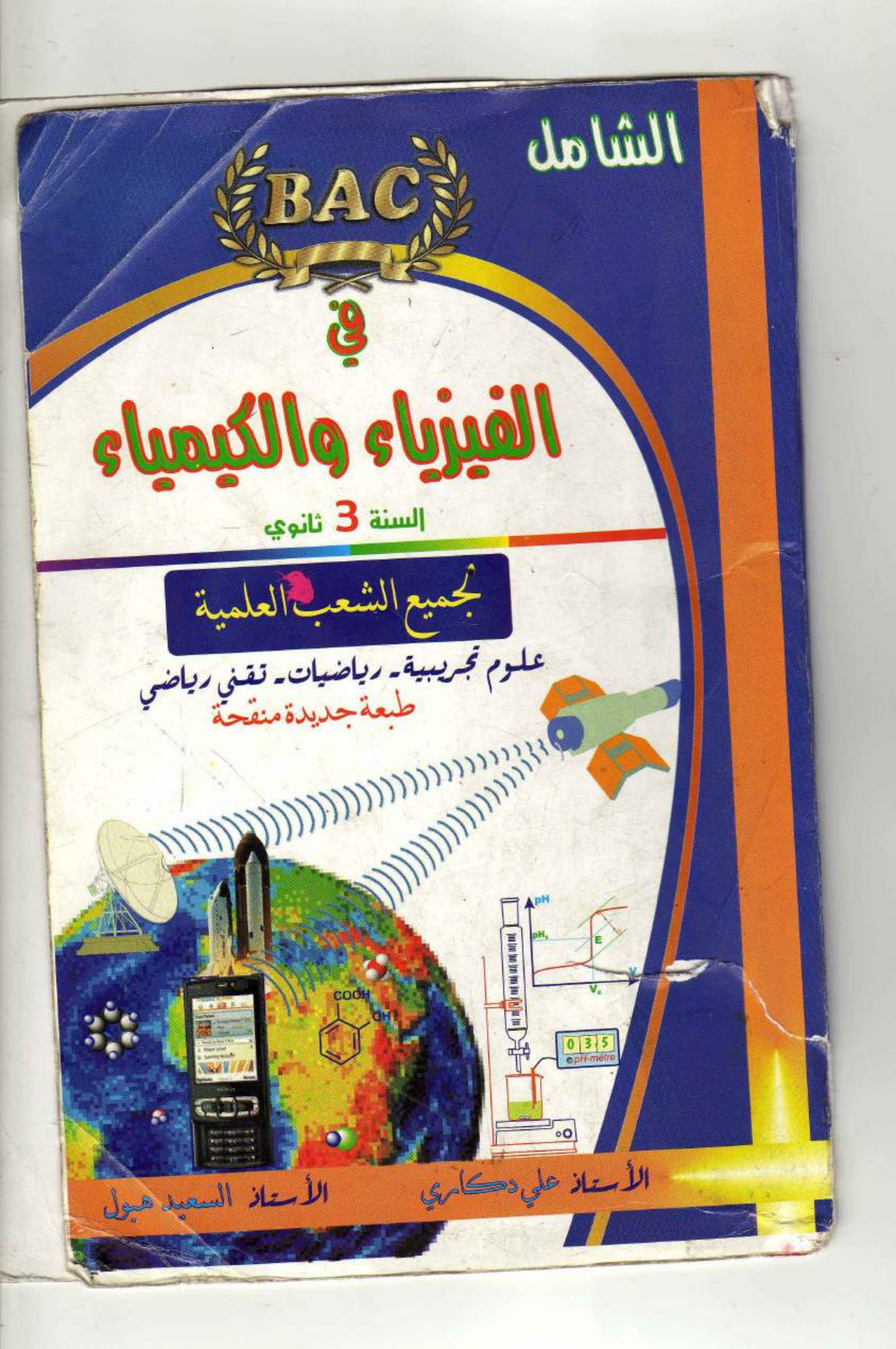

الشامل
BAC
في
الفيزياء والكيمياء
السنة 3 ثانوي
لجميع الشعب العلمية
علوم تجريبية - رياضيات - تقني رياضي
طبعة جديدة منقحة
pH
E
V
COOH
OH
0 3 5
pH-mètre
الأستاذ علي دكاري
الأستاذ السعيد هبول

فهرس

جزء الكيمياء

جزء الفيزياء

تطور كميات المتفاعلات و النواتج خلال

تحول كيميائي في محلول مائي

1. المدة الزمنية لتحول كيميائى

1 .1 – التحول السريع او اللحظي
1 .2 – التحول البطئ
1 .3 – التحول البطئ جدا

تمارين

2 – المتابعة الزمنية لتحول كيميائي

2 .1 – المتابعة الزمنية عن طريق قياس الناقلية : Conductimétrie
2 .2 – المتابعة عن طريق القياس اللوني : Colorometrie

3 – السرعة الحجمية وزمن نصف التفاعل

3 .1 – السرعة الحجمية لظهور او اختفاء نوع كيميائي.
3 .2 – زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.
3 .3 – منحنيات تطور التركيز اثناء تحول كيميائي.

4 – العوامل الحركية

4 – 1 – تأثير درجة الحرارة
4 – 2 – تأثير تراكيز المتفاعلات
4 – 3 التفسير المجهري للعوامل الحركية

تمارين

5. الوسيط

5 .1 – أنواع الوسيط
5 .2 – دور الوسيط
5 .3 – اهمية العوامل الحركية

تمارين

1 - المدة الزمنية لتحول كيميائي

لكيميائي بشكل تدريجي فيمكن ملاحظة تشكل ناتج أو استهلاك متفاعل عن طريق العين
بواسطة قياس و بالتالي بالامكان تقدير المدة الزمنية لتطور جملة كيميائية بين الحالة
الحالة النهائية وعلى اساسها يمكن ان نصنف التحولات الكيميائية الى :

ـو ل السريع او اللحـظي

كون فيه مدة تطور الجملة قصيرة جدا ، يتم بمجرد تلامس المتفاعلات، وتقدر المدة
، باقـل من الثانية .

علات الانفجارية :

$$CH_2 = CH_{2(g)} + 2Cl_{2(g)} \rightarrow 2C_{(g)} + 4HCl_{(g)}$$
$$CH_{4(g)} + 2O_{2(g)} \rightarrow CO_{2(g)} + 2H_2O_{(g)}$$
$$2H_{2(g)} + O_{2(g)} \rightarrow 2H_2O_{(g)}$$

علات الترسيب: يتم الكشف عن بعض الشوارد باستعمال تفاعلات الترسيـب

$$Ag^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)} \rightarrow AgCl_{(s)}$$

ف قطرات من محلول نترات الفضة $(Ag^+ + NO_3^-)$ في محلول يحتوي شوارد الكلور

سب أبيض من كلور الفضة.

المثل عند اضافة الصود إلى شوارد النحاس $Cu^{2+}_{(aq)} + 2HO^-_{(aq)} \rightarrow Cu(OH)_{2(s)}$

اعلات الأكسدة الارجاعية:

لات الأكسدة الأرجاعية في غالب الأحيان لحظيا و يكون ذلك واضحا بشكل
ما يختلف لون الشكل المرجع لأحدى الثنائيات عن لون الشكل المؤكسد المرافق لها.

وارد الحديد الثنائي بواسطة شوارد فوق المنغنات في وسط حمضي (بوجود حمض
) لون Fe^{2+} أخضر فاتح، لون MnO_4^- بنفسجي، لون Fe^{3+} بني باهت ، Mn^{2+} عديم
الثنائيتان الداخلتان في التفاعل هما: MnO_4^-/Mn^{2+} ، Fe^{3+}/Fe^{2+}

$$Fe^{2+}_{(aq)} = Fe^{3+}_{(aq)} + e^-$$
$$MnO^-_{4(aq)} + 5e^- + 8H^+_{(aq)} = Mn^{2+}_{(aq)} + 4H_2O_{(l)}$$
$$5Fe^{2+}_{(aq)} + MnO^-_{4(aq)} + 8H^+_{(aq)} = 5Fe^{3+}_{(aq)} + Mn^{2+}_{(aq)} + 4H_2O_{(l)}$$

ـ لون MnO_4^- لحظيا و لون محلول شوارد الحديد الثنائي Fe^{2+} الأخضر الفاتح يتحول إلى
البني الباهت لشوارد الحـديد Fe^{3+}.

: اكسدة شوارد اليود I^- بواسطة شوارد فوق أكسيد ثيوكبريتات $S_2O_8^{2-}$ (أكسدة بالزيادة)

$$3I^-_{(aq)} = I^-_{3(aq)} + 2e^-$$
$$S_2O^{2-}_{8(aq)} + 2e^- = 2SO^{2-}_{4(aq)}$$
$$3I^-_{(aq)} + S_2O^{2-}_{8(aq)} = I^-_{3(aq)} + 2SO^{2-}_{4(aq)}$$

التحول البطيء:

تحول الذي يمكن ملاحظة تطوره بالعين المجردة ويتطلب بعض الثواني أو الدقائق .

$H_2C_2O_{4(aq)}$ (حمض ايثان ثنائي الويك) بواسطة شوارد فوق

المنغنات MnO_4^- ، فإضافة قطرات ($1mL$) من محلول فوق منغنات البوتاسيوم ($0.01mol/L$)
الى $100cm^3$ من المحلول الحمضي $0.05mol/L$ لا يزول لون MnO_4^- لحظيا، بل تتناقص شدته
تدريجيا و يصبح الوسط عديم اللون بعد عدة دقائق عندما تتفاعل كل شوارد فوق المنغنات.

$$2 \times MnO^-_{4(aq)} + 5e^- + 8H^+_{(aq)} + Mn^{2+}_{(aq)} + 4H_2O$$
$$5 \times H_2C_2O_4 = 2CO_{2(g)} + 2H^+_{(aq)} + 2e^-$$
$$2MnO^-_{4(aq)} + 5H_2C_2O_{4(aq)} + 6H^+_{(aq)} = 2Mn^{2+} + 10CO_2 + 8H_2O_{(g)}$$

C) التحول البطيء جدا:

هو تحول ممكن لا يظهر عليه تطور بالنسبة لحواسنا وتقدم التفاعل يبدو معدوما، و يقال عن الجملة أنها عاطلة حركيا.

تمـــارين

تمريـن 1 :

هـل التحولات الاتيـة في الدرجة العادية من الحرارة سريعـة، بطيئـة ، بـطيئة جـدا ؟
A) تشـكل الصـدا .
B) تفاعل ثنائي اليود مع شوارد الثيوكبريتات.
C) تـفاعل حمض كلور الماء مع الصود .
D) تفاعل شوارد الحديد الثنائي Fe^{2+} مع شوارد فوق المنغنات MnO_4^- في وسط حمضي.
E) تفاعل شوارد اليود مع الماء الأكسجيني.

الحـل :

a) بطيء جدا، b) سريع جدا (الحظي) c) لحظي (سريع جدا) d) سريع ، e) بطـيء

تمريـن 2 :

اكـتب المعـادلات النصـفيـة المـوافقـة للـثـنـائيـات :
a) $MnO^-_{4(aq)}/Mn^{2+}_{(aq)}$ b) $MnO_{2(s)}/Mn_{(s)}$ c) $MnO^-_{4(aq)}/MnO_{(s)}$ ، d) $MnO^-_{4(aq)}/Mn_{(S)}$

الحـل :

a) $MnO^-_{4(aq)} + 8H^+_{(aq)} + 5e^- = Mn^{2+}_{(aq)} + 4H_2O_{(l)}$
b) $MnO_{2(s)} + 4H^+_{(aq)} + 4e^- = Mn_{(s)} + 2H_2O_{(l)}$
c) $MnO^-_{4(aq)} + 6H^+_{(aq)} + 5e^- = MnO_{(s)} + 3H_2O_{(l)}$
d) $MnO^-_{4(aq)} + 8H^+_{(aq)} + 7e^- = Mn_{(s)} + 4H_2O_{(l)}$

تمريـن 3 :

اكـتب المعـادلات النصـفيـة المـوافقـة للثـنـائـيـات التاليـة :
a) $SO^{2-}_{4(aq)}/S_{(s)}$ ، b) $SO_{2(aq)}/S_{(s)}$ ، c) $SO^{2-}_{4(aq)}/S_2O^{2-}_{3(aq)}$ ، d) $SO_{2(aq)}/H_2S_{(aq)}$

الحـل :

a) $SO^{2-}_{4(aq)} + 8H^+_{(aq)} + 6e^- = S_{(s)} + 4H_2O_{(l)}$
b) $SO_{2(aq)} + 4H^+_{(aq)} + 4e^- = S_{(s)} + 2H_2O_{(l)}$
c) $2SO^{2-}_{4(aq)} + 10H^+_{(aq)} + 8e^- = S_2O^{2-}_{3(aq)} + 5H_2O_{(l)}$
d) $SO_{2(aq)} + 6H^+_{(aq)} + 6e^- = H_2S_{(aq)} + 2H_2O_{(l)}$

تمريـن 4 :

لديـنا التفـاعـل التالي : $Cr_2O^{2-}_{7(aq)} + 14H^+_{(aq)} + 6Fe^{2+}_{(aq)} = 2Cr^{3+}_{(aq)} + 7H_2O_{(l)} + 6Fe^{3+}_{(aq)}$

1) – هل هو تفاعل أكسدة ارجاعية ؟ برر .
2) – مـا هي الثنـائيات أكسـدة إرجـاع الداخلـة في التفـاعـل ؟
اكتب المعادلات النصفـيـة المـوافـقـة .
3) – حدد المؤكسد و المرجـع المتفاعلين .

الحـل :

هو تفاعل أكسدة ارجاعية لأن Fe^{2+} تحول الى Fe^{3+}، وأيضا $Cr_2O_{7(aq)}^{2-}$ تحولت الى Cr^{3+}

ئيتان الداخلتان في التفاعل هما: $CrO_{7(aq)}^{2-}/Cr_{(aq)}^{3+}$ ، $Fe_{(aq)}^{3+}/F_{(aq)}^{2+}$

ان النصفيتان: $Fe_{(aq)}^{2+} \rightarrow Fe_{(aq)}^{3+} + e$ ، $Fe_{(aq)}^{2+} = Fe_{(aq)}^{3+} + e$

$Cr_2O_{7(aq)}^{2-} + 14H_{(aq)}^{+} + 6e = 2Cr_{(aq)}^{3+} + 7H_2O_{(l)}$.

جع هو $Fe_{(aq)}^{2+}$ والموكسد هو $Cr_2O_{7(aq)}^{2-}$.

ن 5 :

معادلات النصفية الموافقة للثنائيات التالية في وسط حمضي:

$a)NO_{3(aq)}$ ، $b)IO_{3(aq)}/I_{2(aq)}$ ، $c)SO_{4(aq)}^{2-}/S_2O_{6(aq)}^{2-}$ ، $d)S_2O_{8(aq)}^{2-}/SO_{4(aq)}^{2-}$

:

$a)NO_{3(aq)}^{-} + 4H_{(aq)}^{+} + 3e = NO_{(g)} + 2$ $c)2SO_{4(aq)}^{2-} + 4H_{(aq)}^{+} + 2e = S_2O_{6(aq)}^{2-} + 2H_2O_{(l)}$

$b)2IO_{3(aq)}^{-} + 12H_{(aq)}^{+} + 10e = I_{2(aq)} + 6$ $d)S_2O_{8(aq)}^{2-} + 2e = 2SO_{4(aq)}^{2-}$

ن 6 :

معادلات النصفية الموافقة للثنائيات التالية: $a)S_4O_{6(aq)}^{2-}/S_2O_{3(aq)}^{2-}$

$b)C_5H_{11}CO_{2(aq)}^{-}/C_5H_{11}-C$ ، $c)[Ag(NH_3)_2]_{(aq)}^{+}/Ag_{(s)}$ ، $d)H_2O_{2(aq)}/H_2O_{(l)}$

$a)S_4O_{6(aq)}^{2-} + 2e = 2S_2O_{3(aq)}^{2-}$

$b)C_5H_{11}-CO_{2(aq)}^{-} + 2H_2O + 2e = C_5H_{11}-COH_{(aq)} + 3HO_{(aq)}^{-}$

$c)[Ag(NH_3)_2]_{(aq)}^{+} + e = Ag_{(s)} + 2N$ $d)H_2O_{2(aq)} + 2H_{(aq)}^{+} + 2e = 2H_2O_{(l)}$

ن 7 :

صوديوم بمجرد ملامسته للماء بشدة
غاز ثنائي الهدروجين و تتشكل شوارد
وم $Na_{(aq)}^{+}$ وشوارد الهيدروكسيد
في المحلول و معادلة التفاعل هي :
$2Na_{(s)} + 2H_2O_{(l)} = 2Na_{(aq)}^{+} + 2HO_{(aq)}^{-}$

1 – هل هذا التفاعل لحظي أم بطيء ؟
2 – هل هذا التحول هو تفاعل اكسدة ارجاعية ؟ لماذا ؟
3 – ما الثنائيتين الداخلتين في التفاعل ؟ اكتب المعادلتين النصفيتين .
4 – حدد المؤكسد و المرجع المتأثرين .

:

ا التفاعل سريع لأنه يحدث بمجرد تلامس المتفاعلات .

حول هو تفاعل اكسدة ارجاعية لأن $Na_{(s)}$ تحول الى شاردة Na^{+} .

نائيتان الداخلتان في التفاعل هما: $Na_{(aq)}^{+}/Na_{(s)}$ ، $H_2O_{(l)}/HO_{(aq)}^{-}$

تان النصفيتان الموافقتان هما : $H_2O_{(l)} + 2e = 2HO_{(aq)}^{-} + H_{2(g)}$ ، $Na_{(s)} = Na_{(aq)}^{+} + e$

جع هو Na والموكسد هو الماء H_2O

ن 8 :

حول الاكسدة ارجاعية بين محلول فوق منغنات البوتاسيوم $(K_{(aq)}^{+} + MnO_{4(aq)}^{-})$ البنفسجية

ن حمض الاكساليك $H_2C_2O_{4(aq)}$ العديم اللون في وسط حمضي فخلال بعض الثواني

نلاحظ بالعين المجردة تغير لون المزيج .

1 – عرف التحول البطيء ؟

2 – اكتب المعادلتين النصفيتين الموافقتين للثنائيتين: $MnO_{4(aq)}^{-}/Mn_{(aq)}^{2+}$ ، $CO_{2(aq)}/H_2C_2O_{4(aq)}$

ثم معادلة التفاعل .

3 – ما لون المزيج عند نهاية التحول؟

الحل :

1– التحول البطيء: يتطلب مدة اكبر من 1ثانية

2 – كتابة المعادلتين النصفيتين ثم معادلة التفاعل :

$$2\times MnO_{4(aq)}^{-} + 8H_{(aq)}^{+} + 5e = Mn_{(aq)}^{2+} + 4H_2O_{(l)}$$

$$5\times H_2C_2O_{4(aq)} = 2CO_{2(aq)} + 2H_{(aq)}^{+} + 2e$$

$$2MnO_{4(aq)}^{-} + 5H_2C_2O_{4(aq)} + 6H_{(aq)}^{+} = 2Mn_{(aq)}^{2+} + 10CO_{2(aq)} + 8H_2O_{(l)}$$

3– عند نهاية التحول تكون شوارد فوق المنغنات البنفسجية قد استهلكت (متفاعل محد) لوجود حمض الاكساليك بزيادة فيصبح المزيج عديم اللون.

2 - المتابعة الزمنية [الحركية] لتحول كيميائي

إن متابعة تطور تقدم التفاعل وتحديد كميات النواتج المتكونة لجملة كيميائية خلال الزمن يتطلب معرفة تركيبها في كل لحظة باستعمال طرق مختلفة بعضها كيميائي مثل المعايرة وبعضها الاخر فيزيائي كقياس الناقلية. فعندما يرتبط تركيز نوع او عدة أنواع كيميائية في مزيج التفاعل بمقدار فيزيائي(الناقلية، الضغط، اللون، . . .) بواسطة علاقة رياضية بسيطة فان قياسه يسمح بتحديد هذا التركيز ومتابعة تطور تقدم التفاعل خلال الزمن و الطرق المستعملة تشكل تقنيات المتابعة ومنها:

2. 1 – المتابعة الزمنية عن طريق قياس الناقلية:

يشترط ان يكون مزيج التحول كهروليتيا (ناقلا للتيار) اي يحتوي على شوارد .

– نحسب ناقلية المحلول من العلاقة: $G = \frac{I}{U} = \sigma\frac{S}{l}$ حيث $K_{Cell} = \frac{S}{l}$ هو ثابت الخلية

ومنه: $G = \sigma . K_{Cell}$ σ الناقلية النوعية للمحلول.

– الناقلية المولية الشاردية λ :

تتواجد في المحلول الكهروليتي الشاردتان $A_{(aq)}^{+}$، $B_{(aq)}^{-}$ حيث: $\sigma = \lambda_{A^+}[A^+](t) + \lambda_{B^-}[B^-](t)$

حيث يقدر C: $mol\, m^{-3}$, λ : $S\, m^2\, mol^{-1}$

اذا كان C هو تركيز المحلول الناقل فان : $C = \frac{x(t)}{V}$ في كل لحظة حيث : $x(t)$ هو تقدم التفاعل اللحظي , V حجم المزيج ولدينا أيضا: $C = [A^+] = [B^-]$

ومنه $\sigma(t) = (\lambda_{A^+} + \lambda_{B^-})\frac{x(t)}{V}$ و بما أن: $G = \sigma . K_{Cell}$ فان : $G = K_{Cell}(\lambda_{A^+} + \lambda_{B^-})\frac{x(t)}{V}$

إن قياس الناقلية النوعية لمزيج التفاعل $\sigma(t)$ يسمح بمتابعة تطور تقدم التفاعل في المزيج خلال الزمن.

تطبيق :

ندخل في اللحظة $t = 0$: $2mL$ من 2– كلورو– 2– مثيل بروبان في 75 mL من مزيج من الماء والإيثانول . نتابع تطور التفاعل عن طريق قياس الناقلية و معادلة التفاعل المرفقة

2 .2 – المتابعة عن طريق المعايرة اللونية: Coloroméri

المعايرة اللونية:

تعني معايرة نوع كيميائي في محلول تحديد كمية مادته في حجم معلوم بإجراء تحول كيميائي .

ـ **المبدء:** نأخذ حجما معينا من محلول يحتوي النوع المراد معايرته و الذي نفاعله مع النوع الموجود في المحلول المُعايـــر ذو تركيز معلوم والتفاعل الحادث يدعى تفاعل المعايرة و الذي يجب أن يكون سريعا و تاما .

يضاف المحلول المعاير (titrant) بالتدريج إلى المحلول المعاير (titée) بواسطة سحاحة.

محلول معاير Titrant

محلول معاير Titrée

M M

ـ يلعب النوع المعاير المتفاعل المحد

ـ إن تغيير المتفاعل المحد يشير إلى حصول التكافؤ وحجم المحلول المعاير المسكوب عند التكافؤ يدعى حجم التكافؤ V_E.

ـ يحقق النوعان المتفاعلان عند التكافؤ الشروط الستوكيومترية لتفاعل المعايرة و كميتا مادتيهما تصبح معدومة عند التكافؤ .

ـ إن معرفة حجم التكافؤ تسمح بمعرفة تركيز أو كمية مادة النوع المعاير المتفاعل وعن طريق جدول وصفي لتطور تقدم التفاعل يمكن تحديد كمية مادة النوع المعاير *(Titree)*

ـ يتم تحديد التكافؤ في المعايرة اللونية بملاحظة تغير لون المحلول.

تطبيق :

تعطى معادلة تفاعل المعايرة لتحول كيميائي بالنموذج :

$I_{2(aq)} + 2S_2O^{2}_{3(aq)} = 2I^{-}_{(aq)} + S_4O^{2}_{6(aq)}$ لون محلول ثنائي اليود $I_{2(aq)}$ بني.

نستـــعـــمل محلول معـــاير تركـــيزه بشوارد الثيوكبريتات $C_0 = 10^{-2} molL^{-1}$ لمعايرة حجم $V = 10mL$ من محلول ثنائي اليود تركيزه C مجهــول وعند التكافؤ كان حجم المحلول المعـــاير المضاف هو $V_E = 16.2$ mL .

1 – حدد الثنائيتين الداخليتيـــن في التفاعـــل .

2 – كـــيف يتـــم تحـــديد التكـــافؤ ؟

3 – أنجـــز جـــدولا لتـــقدم التفـــاعـــل .

4 – استنـــتـــج عـــبارة C بدلالة المعطيـــات التجريبيـــة و احسب قيـــمتـــه.

الحـــــل :

1 – تحديد الثنائيتين الداخليتين في التفاعل: $I_{2(aq)}/2I^{-}_{(aq)}$ ، $S_4O^{2}_{6}/S_2O^{2}_{3(aq)}$.

2 – تحـــديد التكـــافؤ : يحـــدد التكـــافؤ عند زوال اللـــون البني للمحـــلول و الذي يوافق إختفـــاء ثنـــائي اليود .

3 – انجـــاز جدول التـــقدم :

4 – استنتاج عبارة C وحساب قيميه عند التكافؤ تكون كميتا مادتي المتفاعل المعاير (titrant) و المتفاعل المعاير (titrée) معـــدومتيـــن.

معادلة التفاعل		$I_{2aq} + 2S_2O^{2}_{3(aq)} = 2I_{(aq)} + S_4O^{2}_{6(aq)}$			
ح ع	التقدم	كميات المادة(مول)			
ح ا	0	n_0	n	0	0
ا ت	x	n_0	n	2x	x
ح ن	x_{max}	$n_0 - x_{max}$	$n - 2x_{max}$	$2x_{max}$	x_{max}

ومنه : $n_0 - x_{max} = 0$ و $n - 2x_{max} = 0$ ومنه: $x_{max} = n_0 = n/2 = C_0V_{eq}/2$

و $n_0 = CV = C_0V_{eq}/2 \rightarrow C = C_0V_{eq}/2V = 10^{-2} \times 16.2 \times 10^{-3}/20.10^{-3} = 8.1 \times 10^{-3} molL^{-1}$

ل الكيميائي : $R\,Cl + 2H_2O_{(l)} \rightarrow R\,OH + H_3O^{+}_{(aq)} + Cl^{-}_{(aq)}$

t(ks)	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4
U(v)	0	0.44	0.88	1.19	1.5	1.78	1.95	2.13
x(mol)								
t(ks)	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0
U(v)	2.21	2.28	2.38	2.44	2.5	2.5	2.5	2.5
x(mol)								

أوجد العلاقة التي تربط بين شوارد الأكسونيوم المتشكلة لحظة و تقدم التفاعل x

تج قيمة التقدم الأعظمي x_{max}

أن الماء موجود بزيادة .

استنتج العلاقة التي تربط التقدم x للتفاعل والتوتر U المسجل عند مخرج مقياس الناقلية التوتر الأعظمي U_{max} و التقدم الأعظمي x_{max} .

كمل الجدول وأرسم المنحنى : $t \rightarrow x = f(t)$ المعطيات : الكتلة المولية لـ:

لورو ـ 2– مثيل بروبان $M_{RCl} = 92.5gmol^{-1}$ ، الكتلة الحجمية

2– كلورو ـ 2– مثيل بروبان $\rho = 0.85$ g/mL ، $U_{max} = 2.5V$

اء موجود بزيادة فهو يلعب دور المتفاعل والمذيب مع الإيثانول .

$m_{RCl} = \rho V = 0.85 \times 2 = 1.7$ g

$n_{RCl} = m/M_{RCl} = 1.7/92.5 = 18.4.10$

التقدم لهذا التفاعل:

$n = 1.84.10^{-2} mol$

دول فإن تقدم التفاعل يساوي

وارد الهيدرونيوم المتشكلة.

الة النهائية فإن كمية مادة

المعادلة		$R\,Cl + 2H_2O_{(l)} \rightarrow R\,OH + H_3O^{+}_{(aq)} + Cl^{-}_{(aq)}$				
ح ع	التقدم	كميات المادة mol				
ح ا	0	n	بز	0	0	0
ا ت	x	n - x	بز	x	x	x
ح ن	x_{max}	$n - x_{max}$	بز	x_{max}	x_{max}	x_{max}

كلورو ـ 2 – مثيل بروبان معدومة ومنه: $1.84.10^{-2} - x_{max} = 0 \rightarrow x_{max} = 1.84.10^{-2} mol$

اد العلاقة التي تربط بين x ، U ، x_{max} ، U_{max} : تحتوي الجملة شوارد الأكسونيوم $H_3O^{+}_{(aq)}$

د لكلور $Cl^{-}_{(aq)}$ و لدينـــا $G = \sigma.K_{Cel}$

أيضا $C = \frac{x(t)}{V}$ ، $\sigma = (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-})C$

$C = [H_3O^+]$

بدلالة الناقلية: $U = \alpha G$ ومنه:

$U = \alpha G = \alpha K_{Cel}\sigma = \alpha K_{Cel}(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-})\frac{x}{}$

نكتبها على الشكل: $U = K\frac{x(t)}{V}$ ..(1)

ا ينتهي التحول فإن: $U_{max} = K\frac{x_{max}(t)}{V}$ ..(2)

(1) على (2) نحصل على :

$\frac{U}{U_{max}} = \frac{x(t)}{x_{max}} \Rightarrow x(t) = \frac{x_{max}(t)}{U_{max}}U = \frac{1.84 \times 1}{2.5}$

$x(t) = 7.35 \times 10^{-3}U$

عويض قيم U يكون إكمال الجدول كمايلي:

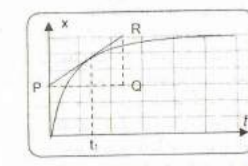
سم المنحنى $t \rightarrow x = f(t)$

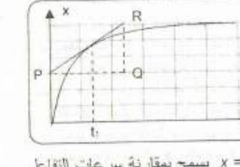
x(mmol)	0	3.2	6.5	8.8	11
x(mmol)	13.1	14.4	15.7	16.3	16.8
x(mmol)	17.5	18	18.4	18.4	18.4

3 ـ السرعة الحجمية وزمن نصف التفاعل

السرعة الحجمية لظهور أو اختفاء نوع كيميائي: تسمح دراسة ومتابعة تطور التحول
بدلالة الزمن بتحديد التقدم x للتفاعل الموافق للتحول في كل لحظة ورسم منحنى تطوره
من أجل الوصف الدقيق لتطور التحول ندخل مفهوم السرعة الحجمية للتفاعل والتي
: السرعة الحجمية $v(t)$ لتفاعل يتم في حجم ثابت و منمذج بتفاعل كيميائي
ي المشتق الزمني للتقدم x مقسوما على حجم مزيج التفاعل V :

$v(t)$ وحدتها $mol L^{-1} S^{-1}$ $\frac{dx}{dt}$:مشتق التقدم بالنسبة للزمن، وهو يمثل معامل توجيه
منحنى تطور التقدم عند الفاصلة t .





رعة الحجمية في اللحظة t_1 انطلاقا من منحنى
يلي:
ميل المماس للمنحنى عند t_1 .
يل المماس على الحجم V لمزيج التحول
$\frac{dx}{dt} = \frac{Q}{Q}$

حديد البياني لمعاملات توجيه المماسات للمنحنى $x = f(t)$ يسمح بمقارنة سرعات التفاعل
فكلما كان المعامل كبيرا كانت السرعة الحجمية للتفاعل كبيرة .

كيز النوع الكيميائي المتشكل هو $[A]$ فإن: $[A] = \frac{x}{V}$ ومنه: $v(t) = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt} = \frac{d[A]}{dt}$

عة الحجمية من البيان الذي يمثل تطور تركيز النوع الكيميائي (متفاعل أو ناتج) بدلالة
ت تمثل ميل المماس عند اللحظة المعتبرة أي مشتق التركيز بالنسبة للزمن .
سرعة التفاعل بدلالة تراكيز الأنواع في المحلول في التفاعل التالي :
$aA + bB =$

نواتج : $v(t) = \frac{1}{c}\frac{d[C]}{dt}$ ، $v(t) = \frac{1}{d}\frac{d[D]}{dt}$

متفاعلات : $v(t) = -\frac{1}{a}\frac{d[A]}{dt}$ ، $v(t) = -\frac{1}{b}\frac{d[B]}{dt}$ وتكون السرعة في كل

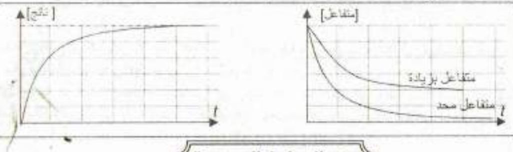
$$v(t) = -\frac{1}{c}\frac{d[C]}{dt} = -\frac{1}{d}\frac{d[D]}{dt} = \frac{1}{a}\frac{d[A]}{dt} = \frac{1}{b}\frac{d[}{}$$

الحجمية دوما موجبة .
سرعة التفاعل أثناء التحول
ى الصفر لما t يؤول الى ما لانهاية .
من نصف التفاعل $t_{1/2}$
زمنية اللازمة كي يصبح تقدم التفاعل
ف قيمته النهائية x_f : $x_{t1/2} = \frac{x_f}{2}$
حول التام فإن $x_f = x_{max}$ ، عندئذ يمكن أن نقول أن زمن نصف التفاعل يمثل
نية اللازمة كي يتم استهلاك نصف كمية المادة الابتدائية للمتفاعل المحد أو تشكل

نصف كمية المادة النهائية لناتج x_{max} .
إن قيمة $t_{1/2}$ تسمح بتقدير المدة الزمنية اللازمة لإتمام التحول الكيميائي المدروس و الذي يوافق في الغالب عددا محدودا من $t_{1/2}$.

3. 3 ـ منحنيات تطور التركيز أثناء تحول كيميائي

ـ إن المتابعة الزمنية لتحول كيميائي تسمح بالحصول على تطور التركيز المولي أو كمية المادة لمتفاعل أو لناتج بدلالة الزمن ورسم المنحنيات الموافقة .



4 - العوامل الحركية

تتغير المدة الزمنية لتطور جملة كيميائية بشكل معتبر تحت تأثير مجموعة من العوامل تدعى: **عوامل حركية :**

4 - 1 – تأثير درجة الحرارة :

ـ تزداد سرعة تطور جملة كيميائية كلما ارتفعت درجة الحرارة فتتناقص المدة الزمنية اللازمة لتطور التحول.

ـ يستعمل هذا العامل الحركي بشكل واسع في الحياة العادية وفي المخابر وفي الصناعة.

ـ يتم تسريع التفاعلات البطيئة برفع درجة حرارتها ـ يمكن جعل التحول بطيئا بخفض درجة حرارته أو توقيفه فجأة بوضع المزيج في درجة حرارة منخفضة أي وضعه في حمام جليدي وهو ما يعرف **بعملية الإسقاء(trempe).**

4 - 2 – تأثير تراكيز المتفاعلات :

ان زيادة تركيز متفاعل أو عدة متفاعلات يؤدي الى تسريع التفاعل و نقصان مدة التطور .

تطبيق

تتفاعل شوارد اليود (I^-) مع الماء الأكسجيني H_2O_2 وفق التفاعل :
$2I^-_{(aq)} + H_2O_{2(aq)} + 2H^+_{(aq)} = I_{2(aq)} 2H_2O_{(l)}$ نجري هذا التحول بتحقيق ثلاثة خلائط لمحلولي يود البوتاسيوم ($K^+_{(aq)} + I^-_{(aq)}$) المحمض و الماء الاكسجيني اللذين لها نفس التركيز المولي الإبتدائي في درجات الحرارة الموضحة في الجدول ثم نقيس المدة الزمنية اللازمة حتى تصبح ألوان الخلائط مماثلة للون محلول ثنائي اليود المحضر كمعيار .

المزيج	A	B	C
درجة الحرارة	25	25	50
$V(KI)mL$	25	50	50
$V(H_2O_2)(mL)$	25	50	50
$V(H_2O)(mL)$	50	0	0

1 – حدد ثنائيتي الأكسدة ارجاع الداخلتين في التفاعل واكتب المعادلتين النصفيتين الموافقتين لهما .
2 – حدد المزيج الذي يأخذ لون محلول ثنائي اليود العياري بسرعة ،ثم بأصغر سرعة .

لحل :

1 – الثنائيتان الداخليتان في التفاعل و المعادلتين النصفيتين الموافقتين لهما :

$H_2O_2/H_2O \rightarrow H_2O_{2(aq)} + 2H^+_{(aq)} + 2e = 2H_2O$ $\quad$ $I_{2(aq)}/I^-_{(aq)} \rightarrow 2I^-_{(aq)} = I_{2(aq)} +$

لتحول الأكثر سرعة يوافق المزيج (C) للأن درجة حرارته أعلى و تراكيز متفاعلاته
عاملان حركيان) .
الأقل سرعة يوافق المزيج (A) لأن درجة حرارته أصغر وتراكيز متفاعلاته أقل.

3 التفسير المجهـري للعـوامل الحركـية :

وثر الأفراد الكيميائية في بعضهـا (ذرات ، شوارد ، جزيئات) يجب أن تتصادم مع
ا وأن يكون الصدم فعـالا، وحتى يكون التصادم فعالا يجب أن تتغير الأفراد بعد الصدم
ذلك في الحالة السائلة أو الغازية .
ارتفاع درجة حرارة المتفاعلات تزداد سرعة مكوناتهـا و بالتالي طاقتهـا الحركية
التصادمات أكثر فعالية و تزداد تبعـا لذلك سرعة التفاعـل .
زيادة تراكيز المتفاعلات يؤدي إلى زيادة عدد أفرادها في وسط التفاعـل مما يزيد من
تلاقيها وبالتالي يزداد عدد التصادمات الفعـالة فتزداد سرعة التفاعل .

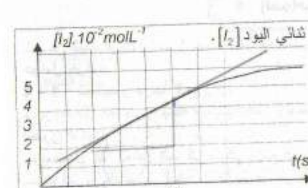
تمـــارين

:1

ملة كيميائية مكونة في اللحظة الابتدائية
م $V_1 = 30mL$ من محلول مائي لفوق
ثاني كبريتات الصوديوم
$2Na^+_{(aq)} + S$ وحجم $V_2 = 40mL$ من
ود البوتاسيوم $K^+_{(aq)} + I^-_{(aq)}$، المحلولان
التركيز $C = 2.0\times10^{-1} mol/l^{-1}$
تفاعل الأكسدة الارجاعية الحادثة هي:

$S_2O^{2-}_{8(aq)} + 2I^-_{(aq)} = 2SO^{2-}_{4(aq)}$

عة الزمنية لمعايرة ثنائي اليود
سمحت برسم المنحنى المرفق:
سب كمية مادة المتفاعلات
في بداية التفاعل.
جدولا وصفيا لتطور الجملة الكيميائية.
عبارة سرعة التفاعل بدلالة تركيز
ثنائي اليود $[I_2]$.



3) أحسب سرعة التفاعل في اللحظة $t = 50s$
4) a- عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.
b- أحسب بيانيا زمن نصف التفاعل من اجل التحول المدروس.
5) ما تأثير درجة الحرارة والتراكيز الابتدائية للمتفاعلات على سرعة التفاعل وأيضا على زمن نصف التفاعل؟

a حساب كمية مادة المتفاعلات:

$$n_i(S_2O_8^{2-}) = CV_1 = 2\times10^{-1}\times30\times10^{-3} = 60\times10^{-4} = 6.0\times10^{-3} m$$

$$n_i(I^-) = CV_2 = 2\times10^{-1}\times40\times10^{-3} = 8\times10^{-3} mol$$

الجدول الوصفي التقدم :
تكون كمية مادة
معدومة ومنه:

المعادلة		$S_2O^{2-}_{8(aq)}$	$+2I^-_{(aq)}$	$=2SO^{2-}_{4(aq)}$	$+I_{2(aq)}$
ح ج	ت	كميات المادة (mol)			
ح ا	0	$n_1=6.10^{-3}$	$n_2=8.10^{-3}$	0	0
ا ت	x	n_1-x	n_2-2x	2x	x
ح ن	x_E	n_1-x_E	n_2-2x_E	$2x_E$	x_E

$6\times10^{-3} - x_E = 0$ $\quad x_E = 6$
$8\times10^{-3} - 2x_E = 0$ $\quad x_E = 4$

ويكون المتفاعل المحد هو الموافق للقيمة الأصغر لتقدم التفاعل
ومنه $x_{max} = x_E = 4\times10^{-3} mol$ فشوارد اليود تلعب دور المتفاعل المحد.

2) عبارة سرعة التفاعل : $v = \dfrac{d[I_2]}{dt}$

3) حساب سرعة التفاعل: نرسم بعناية المماس للمنحنى في النقطة الموافقة للحظة $t = 50s$،
فمعامل توجيه هذا المماس يمثل $\dfrac{d[I_2]}{dt}$ عند اللحظة $t = 50s$.

$$v = \frac{\Delta[I_2]}{\Delta t} = 5.6\times10^{-4} molL^{-1}s^{-1}$$

4) a- تعريف زمن نصف التفاعل:
هو الزمن الذي يكون فيه $x = \dfrac{x_{max}}{2}$
b- من البيان زمن نصف التفاعل: $t_{1/2} = 33s$.
5) زيادة درجة الحرارة والتراكيز الابتدائية تزيد من سرعة التفاعل وتقلل من زمن نصف التفاعل والعكس صحيح.

تمرين 2:

1) انقل واكمل الجدول الوصفي لتقدم التفاعل.

المعادلة الكيميائية		$H_2O_{2(aq)}$	$+2H^+_{(aq)}$	$+2I^-_{(aq)}$	$=2H_2O_{(l)}$	$+I_{2(aq)}$
التقدم	التقدم	كميات المادة (mmol)				
ح ا	0	0.20	20	1.8		
ا ت						
ح ن						

2) حجم المزيج هو $V = 40mL$، نحدد في لحظة معطاة التركيز المولي لثنائي اليود في المزيج فنجد: $[I_2] = 5\times10^{-3} mol/l^{-1}$ هل يمكن اعتبار أن التحول بلغ نهايته؟
3) ما تركيز اليود في المزيج عند زمن نصف التفاعل؟

الحل:

1ـ إكمال الجدول:

المعادلة الكيميائية		$H_2O_{2(aq)}$	$+2H^+_{(aq)}$	$+2I^-_{(aq)}$	$=2H_2O_{(l)}$	$+I_{2(aq)}$
التقدم	التقدم	كميات المادة (mmol)				
ح ا	0	0.20	20	1.8	بزيادة	0
ا ت	x	n_1-x	n_2-2x	2x	بزيادة	x
ح ن	x_f	n_1-x_f	n_2-2x_f	n_3-2x_f	بزيادة	x_f

2ـ من جدول التقدم: يكون التقدم الأعظمي موافق لانعدام كميات المتفاعلات ومنه:

$$\left.\begin{array}{l} 0.20 - x_f = 0 \\ 20 - 2x_f = 0 \\ 1.8 - 2x_f = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_f = 0.20mmol \\ x_f = 10mmol \\ x_f = 0.9mmol \end{array}$$

فالحل المختار يوافق التقدم النهائي الأصغر

ومنه $x_f = 0.20mmol$ والمتفاعل المحد هو الماء الأكسجيني ويكون تركيز ثنائي اليود المتشكل

$[I_2] = \dfrac{x_f}{V} = \dfrac{0.2\times10^{-3}}{40\times10^{-3}} = 5.0\times10^{-3} mol/l^{-1}$ وهذه النتيجة تبين بلوغ التحول نهايته.

3ـ زمن نصف التفاعل يوافق:

$x = x_f/2 = 0.20/2 = 0.1mmol$ وهي كمية ثنائي اليود المتشكلة عند الزمن $t_{1/2}$ ومنه فإن

تركيز ثنائي اليود عندئذ : $[I_2] = \dfrac{x}{V} = \dfrac{0.1\times10^{-3}}{40\times10^{-3}} = 2.5\times10^{-3} mol.L^{-1}$

اعل البطيء لأكسدة شوارد $I^-_{(aq)}$ بواسطة شوارد فوق أكسيد ثنائي كبريتات $S_2O^{2-}_{8(aq)}$ ،
اعلان ينتميان إلى الثنائيتين $SO^{2-}_{4(aq)}/S_2O^{2-}_{8(aq)}$ ، $I_{2(aq)}/I^-_{(aq)}$.
$t=0$ نمزج حجما $V_1 = 50mL$ لمحلول مائي ليود البوتاسيوم وحجما $V_2 = 50mL$ من
ي لفوق أكسيد ثنائي كبريتات البوتاسيوم $2K^+_{aq} + S_2O^{2-}_{8(aq)}$ ووسط التفاعل يأخذ اللون
جيا نظرا لتشكل ثنائي اليود I_2.
ما $V_p = 10mL$ من المزيج عند مختلف
كما هو موضح في الجدول المقابل:

$t(min)$	3	8	15	25	40	60
$V_E(mL)$	3.5	7.5	11.4	14.8	17.3	18.1
$[I_2]mmol/L$						

المزيج مباشرة في أرلنماير يحتوي ماء وجليدا.
ثنائي اليود في محتوى المحلول المسحوب بواسطة محلول ثيوكبريتات الصوديوم
$(Na^+_{(aq)} +$ ...) تركيزه المولي $C = 2.0\times10^{-2}mol.L^{-1}$ وتكتب معادلة المعايرة بالشكل:

$$2S_2O^{2-}_{3(aq)} + I_{2(aq)} = S_4O^{2-}_{6(aq)} + 2I^-_{(aq)}$$

التكافؤ V_E لمحلول ثيو كبريتات الصوديوم اللازم لاستهلاك كل ثنائي اليود في
سحوب.
المعادلات النصفية الموافقة للثنائيتين $SO^{2-}_{4(aq)}/S_2O^{2-}_{8(aq)}$ ، $I_{2(aq)}/I^-_{(aq)}$.
معادلة الكيميائية للتفاعل المدروس.
رف على استهلاك ثنائي اليود أثناء المعايرة؟
كب الحجم المسحوب في الماء والجليد؟ كيف تسمى هذه العملية ؟
عن $[I_2]$ بدلالة V_E.
بيانيا تطور $[I_2]$ بدلالة الزمن.
عن سرعة التفاعل بدلالة $[I_2]$.
يمة هذه السرعة في اللحظة $t = 30\,min$ ، عبر عنها بـــ $mol.l^{-1}.s^{-1}$.

المعادلتين النصفيتين: $S_2O^{2-}_{8(aq)} + 2e^- = 2SO^{2-}_{4(aq)}$ ، $2I^-_{(aq)} = I_{2(aq)} + 2e^-$
معادلة الكيميائية للتفاعل: $2I^-_{(aq)} + S_2O^{2-}_{8(aq)} = I_{2(aq)} + 2SO^{2-}_{4(aq)}$
ف على استهلاك ثنائي اليود أثناء المعايرة لحظة زوال لونه.
حجم المسحوب في الماء والجليد لتوقيف التفاعل وتسمى هذه العملية: الاسقاء

$t(min)$	3	8	15	25	40	60
$V_E(mL)$	3.5	7.5	11.4	14.8	17.3	18.1
$[I_2]mmol/L$	7	15	22.8	29.6	34.6	36.2

عبارة $[I_2]$ بدلالة V_E
يكون $CV_E = [I_2]V_p \rightarrow$
$2\times10^{-2}V_E = [I_2]\times10\times10^{-3}$
لجدول ورسم البيان $[I_2] = f(t)$:
التفاعل بدلالة $[I_2]$:
$[I_2]$ وباشتقاق الطرفين بالنسبة
على السرعة: $v = \frac{d[I_2]}{dt} = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$

b- قيمة السرعة في اللحظة $t = 30\,min$:
يمثلها ميل المماس للمنحنى في النقطة الموافقة للفاصلة $t = 30\,min$:

$$v = \frac{d[I_2]}{dt} = \frac{BC}{AB} = \frac{(40-20).10^{-3}}{45} = 4.4.10^{-4}molL^{-1}\min^{-1} = 7.3.10^{-6}molL^{-1}s^{-1}$$

تمرين 4:

نحضر في المخبر المحاليل التالية:
ـــ محلولا محمضا لثنائي كرومات البوتاسيوم $(2K^+_{(aq)} + Cr_2O^{2-}_{7(aq)})$ تركيزه المولي $1/60molL^{-1}$.
ـــ محلول مائي لحمض ايثان ثنائي الويك (حمض الأكزاليك) $H_2C_2O_4$ تركيزه 0.6mol/L
ندرس تطور المزيج المتشكل من $50cm^3$ من محلول ثنائي كرومات البوتاسيوم و $50cm^3$ من محلول حمض ايثان ثنائي الويك بدلالة الزمن والمعادلة المنمذجة للتحول تكتب كما يلي:

$$Cr_2O^{2-}_{7(aq)} + 3H_2C_2O_{4(aq)} + 8H_3O^+_{(aq)} = 2Cr^{3+}_{(aq)} + 6CO_{2(aq)} + 15H_2O_{(l)}$$

نثبت درجة الحرارة عند $10°C$ ونتابع بواسطة المعايرة التطور الزمني للتركيز المولي لشوارد Cr^{3+} المتشكلة أثناء التحول فنحصل على البيان التالي :

1) a- أحسب كميات المادة الابتدائية لشوارد Cr^{3+} والحمض.
b- أنجز جدولا لتقدم التفاعل واستنتج التقدم الأعظمي
2) a- عرف سرعة التفاعل.
b- عبر عن هذه السرعة بدلالة $[Cr^{3+}]$.
c- حدد بيانيا سرعة التفاعل عند $t = 50s$.
3) فسر كيفيا تغير سرعة التفاعل خلال الزمن
4) أحسب القيمة الحدية النظرية التي ينتهي نحوها التركيز المولي لـــ $Cr^{3+}_{(aq)}$، تحقق من أن القيمة المتحصل عليها تتوافق مع البيان.
5) a- أحسب قيمة التركيز المولي لشوارد $Cr^{3+}_{(aq)}$ عند زمن نصف التفاعل.
b- استنتج قيمة زمن نصف التفاعل.

الحل:

1/ a- حساب كميات المادة الابتدائية لشوارد الكرومات وحمض ايثان ثنائي الويك:

$$n(Cr_2O_7^{2-}) = [Cr_2O_7^{2-}]\times V_1 = (1/60)\times50.10^{-3} = 0.83\times10^{-3}mol$$

$$n(H_2C_2O_4) = [H_2C_2O_4]\times V_2 = 0.6\times50.10^{-3} = 3\times10^{-3}mol$$

b- انجاز جدول لتقدم التفاعل:
يكون التقدم الأعظمي موافقا لانعدام كميات المتفاعلات فالحل المعتبر يوافق التقدم النهائي الأصغر الموافق للمتفاعل المحد

المعادلة الكيميائية		$Cr_2O^{2-}_{7(aq)} + 3H_2C_2O_{4(aq)} + 8H_3O^+_{(aq)} = 2Cr^{3+}_{(aq)} + 6CO_{2(aq)} + 15H_2O_{(l)}$					
ح ج	تق	كميات المادة $mmol$					
ح ا	0	0.83	3	بوفرة	0	0	بوفرة
ا ت	x	0.83 - x	3 - 3x	بوفرة	2x	6x	بوفرة
ح ن	x_E	0.83 - x_E	3-3 x_E	بوفرة	$2x_E$	$6x_E$	بوفرة

$$\left.\begin{array}{l}0.83 - x_{eq} = 0\\ 3 - 3x_{eq} = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases}x_{eq} = 0.83mmol\\ x_{eq} = 1mmol\end{cases}$$

والمتفاعل المحد هو شوارد ثنائي الكرومات، ومنه $x_{eq} = 0.83mmol$

2) a- تعريف سرعة التفاعل: هي مشتق التقدم بالنسبة للزمن مقسوما على حجم مزيج التفاعل

2) a- تعريف سرعة التفاعل: هي مشتق التقدم بالنسبة للزمن مقسوما على حجم مزيج التفاعل

b- عبارة السرعة بدلالة $[Cr^{3+}]$: لدينا: $v=\frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$ ولدينا : $[Cr^{3+}]=\frac{x}{V}$

باشتقاق الطرفين بالنسبة للزمن نجد: $v=\frac{d[Cr^{3+}]}{dt}=\frac{1}{V}\frac{dx}{dt} \rightarrow v=\frac{d[Cr^{3+}]}{dt}$

c- تحديد سرعة التفاعل عند $t=50s$: السرعة الحجمية للتفاعل يمثلها معامل توجيه المماس للمنحنى في النقطة الموافقة للفاصلة $t=50s$.

$$v=\frac{d[Cr^{3+}]}{dt}=\frac{BC}{AB}=\frac{11\times10^{-3}}{10\times10}=11\times10^{-5}mols^{-1}$$

3) كيفية تغير سرعة التفاعل خلال الزمن: تتناقص سرعة التفاعل أثناء التحول وتنتهي إلى الصفر عندما يؤول t نحو اللانهاية بسبب تناقص تراكيز المتفاعلات أثناء التحول.

4) القيمة الحدية التي ينتهي عندها التركيز المولي هي:

$$[Cr^{3+}]=\frac{2x_{eq}}{V_1+V_2}=\frac{2\times0.83.10^{-3}}{100.10^{-3}}=1.67.10^{-2}molL^{-1}$$

وهي قيمة تتوافق مع البيان (إكمال البيان حتى يظهر ذلك).

5) a- حساب التركيز المولي لشوارد Cr^{3+} عند زمن نصف التفاعل:

عند زمن نصف التفاعل يكون $[Cr^{3+}]_{1/2}=\frac{[Cr^{3+}]_{eq}}{2}=\frac{1.67.10^{-2}}{2}=0.83.10^{-2}molL^{-1}$

b- قيمة زمن نصف التفاعل من البيان: $t_{1/2}\approx33s$.

تمرين5:

نريد دراسة حركية تحول بطيء بين شوارد اليود $I^-_{(aq)}$ وفوق أكسيد الهيدروجين H_2O_2 (الماء الأكسجيني) يحدد تركيز اليود المتشكل بواسطة المتابعة الزمنية ،من أجل ذلك نحقق ثلاثة خلائط من محلول حمض الكبريت ومحلول يود البوتاسيوم والماء الأكسجيني والماء المقطر،
الأحجام والتراكيز موضحة في الجدول(يدخل الماء الأكسجيني في المزيج في اللحظة $t=0$).

	$(2H^++SO_4^{2-})1.0molL^{-1}$	$(K^+,I^-)0.1molL^{-1}$	$(H_2O_2)0.1molL^{-1}$	ماء مقطر
A	10mL	18mL	2mL	0mL
B	10mL	10mL	2mL	8mL
C	10mL	10mL	1mL	9mL

البيان المرفق يعطي تراكيز ثنائي اليود المتشكل بـ $mol.L^{-1}$ بدلالة الزمن .

1) تكتب معادلة التفاعل الحادث بالشكل:

$$2I^-_{(aq)}+H_2O_{2(aq)}+2H^+_{(aq)}=I_{2(aq)}+2H_2O_{(l)}$$

أكتب المعادلات النصفية للثنائيتين

2) a- أحسب من أجل كل مزيج الكميات الابتدائية للماء الأكسجيني وشوارد اليود.

b- حدد المتفاعل بالزيادة في كل حالة.

3) أحسب من أجل كل مزيج تركيز ثنائي اليود المتشكل في الحالة النهائية.

4) a- استنتج من الوثيقة المعطاة تركيز اليود المتشكل من أجل كل مزيج في اللحظة $t=30min$.

b- هل التفاعلات منتهية في اللحظة $t=30min$ في الحالات الثلاث؟ أرفق بكل بيان مرقم المزيج الموافق A، B أو C ، علل إجابتك.

5) a- عرف سرعة تشكل ثنائي اليود.

b- قارن وصفيا السرعات في اللحظة $t=5min$ من أجل المنحنيات الثلاث.

c- حدد العامل الحركي المسؤول عن تغير السرعة خلال الزمن.

6) a- هل يمكن اعتبار حمض الكبريت كوسيط لهذا التفاعل؟

b- فسر تجريبيا كيف ندرس تأثير تركيز حمض الكبريت على سرعة التفاعل.

الحل:

1) كتابة المعادلتين النصفيتين: $I_{2(aq)}/I^-_{(aq)} \rightarrow 2I^-_{(aq)}=I_{2(aq)}+2e^-$

$H_2O_{2(aq)}/H_2O_{(l)} \rightarrow H_2O_{2(aq)}+2H^+_{(aq)}+2e^-=2H_2O_{(l)}$

2) a- حساب كميات المادة الابتدائية لكل من الماء الأكسجيني وشوارد اليود: $n=CV$ ومنه:

المزيج	$n_1(I^-)$	$n_2(H_2O_2)$
A(mmol)	1.8	0.2
B(mmol)	1.0	0.2
C(mmol)	1.0	0.1

b- بمقارنة كميات المادة فالمتفاعل المحد في الحالات الثلاث هو الماء الأكسجيني إذن المتفاعل بزيادة هو شوارد اليود.

3) من أجل حساب تركيز ثنائي اليود ننجز جدولا لتقدم التفاعل: $n=20mmol$

المعادلة الكيميائية		$2I^-_{(aq)}+H_2O_{2(aq)}+2H^+_{(aq)}=I_{2(aq)}+2H_2O_{(l)}$				
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)				
ح ا	0	n_1	n_2	n	ز	0
ح ت	x	n_1-2x	n_2-x	$n-2x$	ز	x
ح ن	x_f	n_1-2x_f	n_2-x_f	$n-2x_f$	ز	x_E

في الحالة النهائية $n_2-x_f=0 \rightarrow n_2=x_f$ وتكون كمية اليود المتشكلة من أجل كل مزيج وتركيزه أيضا في الحالة النهائيةمع حجم المزيج : V=30mL

المزيج	$n_f(I_2)$	$[I_2](mmol.L^{-1})$
A(mmol)	0.2	6.7
B(mmol)	0.2	6.7
C(mmol)	0.1	3.2

4) a- استنتاج تركيز اليود من أجل كل مزيج

عند اللحظة $t=30min$ المنحنى(1) $[I_2]=6,8mmol.L^{-1}$

المنحنى(2) $[I_2]=5,4mmol.L^{-1}$

المنحنى(3) $[I_2]=3,2mmol.L^{-1}$

b- بالاستناد إلى النتائج السابقة فإن التفاعلين الموافقين للمنحنيين(1)،(3) منتهيان، بينما التفاعل الموافق للمنحنى(2) غيرمنته.
فالمنحنى(1) يوافق المزيج A لعدم تغير السرعة، المنحنى(2) يوافق المزيج B والمنحنى (3) يوافق المزيج C لأن التفاعل لم ينته.

5) a- سرعة تشكل ثنائي اليود: $v=\frac{1}{V}\frac{dn(I_2)}{dt}=\frac{d[I_2]}{dt}$

b- مقارنة السرعات في اللحظة $t=5min$ من أجل المنحنيات الثلاث : يكون معامل التوجيه أكبر في المنحنى1 وأصغر في المنحنى 3 وتبعا لذلك تكون السرعة أيضا.

c- العامل الحركي المسؤول عن تغير السرعة والذي يظهر التحول هو التركيز فشوارد I^- تركيزها أكبر في المزيج A وهو ما يظهر في المنحنى1

6 - a- لايمكن اعتبار حمض الكبريت كوسيط للتفاعل لأن تركيز H^+ الابتدائي هو نفسه في الحالات الثلاثة وهي لاتتولد من جديد في نهاية التفاعل. لذلك لاتشكل وسيطا.

b- من أجل إظهار تأثير تركيز حمض الكبريت على التفاعل نثبت تركيزي كل من شوارد اليود

5. الوسيط

هو نوع كيميـــائي يزيد في سرعـــة التفاعـــل الكيميائي لكنه لا يظهر في معادلة التفاعـــل .

ـ لايغير الوسيط من الحالة النهائية لتفاعل يؤدي إلى حالة التوازن، فقط يتم بلوغ هذه الحالة بسرعة.

ـ في التفاعل العكسي يكون وسيط التفاعل المباشر هو نفسه وسيط التفاعل العكسي ولا يغير من مردود التفاعل .

5. 1 ـ أنـــواع الـــوســـيـــط :

a ـ **وسيط متجانس:** هو الذي تكون حالته الفيزيائية مماثلة للحالة الفيزيائية للمتفاعلات أى أن المتفاعلات والوسيط تتواجد في طور واحد سائل أو غاز.

b ـ **وسيط غير متجانس:** هو الذي تكون حالته الفيزيائية مختلفة عن الحالة الفيزيائية للمتفاعلات، فالوسيط الصلب يكون تأثيره كبيرا كلما كان مجزءا أو بشكل مسحوق (زيادة سطح التلامس) .

c ـ **وسيط انزيمي:** يتكون من جزيئات بيولوجية وغالبا ما تكون بروتينات والمتفاعلات والوسيط تتواجد في نفس المحلول و بالتالي فالوسيط الانزيمي يشكل حالة خاصة من الوسيط المتجانس .

ـ الوسيـــط الأنـــتـــقـــائي :

عندما يكون عدد كبير من نواتـــج التفاعـــل ممكن التشكل انطلاقا من نفس المتفاعلات، بإمكان وسيط مختار بشكل مناسب من انتقاء تفاعل يسمح بإنتاج النوع المرغوب فيـــه .

مثال: $CH_3CH_2-OH \xrightarrow[400°C]{Al_2O_3} C_2H_4+H_2O$ ، $CH_3-CH_2-OH \xrightarrow[250°C]{Cu} CH_3-CHO+H_2$

5. 2 – دور الوســـيـــط :

يغير الوسيط آلية التفاعل أي طبيعة المراحل التي تسمح بالمرور من المتفاعلات إلى النواتج و يكون دوره حركي فقط فليس بإمكانه تغيير جهـــة تطور التحـــول ولا حالة توازنـــه .

مثـــال :

يتفكك الماء الأكسجيني H_2O_2 إلى الماء وداي اكسجين O_2

و ينمذج التحول بمعادلة التفاعل: $2H_2O_{2(aq)}=2H_2O_{(l)}+O_{2(g)}$

هذا التفاعل بطيء جدا يمكن تسريعه بوجود شوارد الحديد الثلاثي Fe^{3+} والتي يبقى لونها كما هو قبل وبعد التفاعل ممـــا يبيـــن أن Fe^{3+} لم تتأثر، فقط لعبت دور الوسيـــط الذي يسرع التفاعل.

x

دون وسيط

بوجود وسيط

t

5. 3 ـ أهـــمـــيـــة العـــوامل الحـــركـــيـــة :

تكمن أهمية العوامل الحركية في تسريع التفاعل إما برفع درجة حرارة المزيج أو بزيادة تراكيز المتفاعلات أوإدخال وسيط مناسب فبعـــض التفاعلات البطيئـــة في درجةالحرارة العادية يمكن تسريعها برفع درجة حرارتها ، و تخفيض درجة حرارة بعض التحولات يؤدي إلى إبطائها أو توقيفهـــا، فالتخفيض الفجائي لدرجة الحرارة يوقف سريان التفاعل، و يمكن إجراء عملية الإسقاء في الماء الجليدي من أجل توقيف التفاعل قبل إجراء القيـــاس .

مـــثـــال :

تحفظ الأغذية في الثلاجة لتجنب إتلافهـــا بسب الأحياء الصغيرة التي تؤدي إلى تفاعلات انحلالها،فتوقيف هذه التفاعلات يتم بتخفيض درجة حرارتها.

تتجلى أهمية الوسيط في أن أغلبية طرق الاستخلاص الصناعي تستعمل وسائط تسرع التفاعلات وتنقص درجة الحرارة وتقلل الطاقة المستهلكة وبالتالي انخفاض تكلفة الإنتاج وتحسين ظروف العمل.

تمرين1:

1) يمكن الحصول على الايثن بنزع الماء من الايثانول بوجود حمض الكبريت أو أكسيد الألمين كوسيط صلب Al_2O_3 .

- أكتب معادلة التفاعل في كل حالة.

2) يمكن الحصول على الايثانال بأكسدة الايثانول بواسطة أكسجين الهواء بوجود البلاتين (Pt).

ـ أكتب معادلة التفاعل.

3) ما هي خواص الوسائط التي تظهرها التفاعلات السابقة ؟

الحل:

1) كتابة معادلة التفاعل في كل حالة $C_2H_5OH_{(l)} \xrightarrow{(2H^+_{(aq)}+SO_4^{2-})} C_2H_{4(g)}+H_2O_{(l)}$

$$C_2H_5OH_{(l)} \xrightarrow{(Al_2O_3)} C_2H_{4(g)}+H_2O_{(l)}$$

2) $$C_2H_5OH_{(l)}+\frac{1}{2}O_{2(g)} \xrightarrow{Pt} CH_3CHO_{(l)}+H_2O_{(l)}$$

3) يمكن الحصول على نواتج مختلفة بحسب الوسيط المستعمل وهذا يوضح انتقائية الوسيط.

تمرين2:

تحقق التجارب الأربع التالية:

تجربة1: نسخن الايثانول في الدرجة $160°C$ بوجود حمض الكبريت المركز(منبع H^+)، فينج الايثن والماء.

تجربة2: نسخن مزيجا من الايثن والماء بوجود وسيط γ فينتج الايثانول.

تجربة3: تسخين الايثانول في الدرجة $140°C$ بوجود حمض الكبريت المركز فيتكون ايثوأكسي ايثان $(C_2H_5)_2O$ والماء.

تجربة4: تسخين الايثانول في الدرجة $250°C$ بوجود معدن النحاس Cu يتكون الايثانال.

1ـ أكتب المعادلات الموافقة للتفاعلات الأربع، ماذا يمكن قوله عن التفاعلات التي تمت في التجربتين 1،2 ؟ مادور شوارد H^+ فيالتجربة1

2ـ حدد مع التعليل الوسيط γ الذي يمكن استعماله في التجربة 2.

3- ما مميزات الوسيط الذي تظهره التجربتين1 ،4 ؟

4ـ ما الفرق بين وسيطي التجربتين3 ،4 ؟

5ـ ماذا يمكن قوله عن التجربتين1 ،3 ؟ هل يوضحان الدور الانتقائي للوسيط ؟

الحل:

1) كتابة المعادلات الموافقة للتفاعلات الأربع:

ت1/ $C_2H_5OH \xrightarrow{H_2SO_4} C_2H_4+H_2O$ ت 2/ $C_2H_4+H_2O \xrightarrow{\gamma} C_2H_5OH$

ت3/ $2C_2H_5OH \xrightarrow{H_2SO_4} (C_2H_5)_2O+H_2O$ ت 4/ $C_2H_5OH \xrightarrow{Cu} C_2H_4O+H_2$

التفاعل(2) معاكس للتفاعل(1)، وشوارد H^+ تلعب دور الوسيط.

2. الوسيط γ هو H_2SO_4. لأن التفاعل الثاني معاكس للتفاعل الأول.

3) انتقائية الوسيط.

4) التجربة 3: وسيط متجانس ، التجربة 4: وسيط غير متجانس

5) التفاعلان لهما نفس الوسيط ويختلفان في درجة الحرارة فقط.

تمرين3:

ان تفاعل شوارد اليود $I^-_{(aq)}$ مع شوارد اليودات IO_3^- بطيء جدا، ويكون لحظيا في وجود شوارد $H^+_{(aq)}$ فيأخذ المحلول لون بني مباشرة والذي يعود لثنائي اليود I_2 فالثنائيتان الداخلتان في التفاعل هما: IO_3^-/I_2 و I_2/I^- .

2) ما دور شوارد $H^+_{(aq)}$ في التفاعل؟
3) أعط عبارة سرعة التفاعل.

الحل:

1) تلعب شاردة اليودات $IO^-_{3(aq)}$ دور مؤكسد وفق التفاعل: $IO_3^- + 6H^+ + 5e = \frac{1}{2}I_2 + 3H_2O$

2) تلعب شوارد $H^+_{(aq)}$ دور الوسيط فهي تسرع التفاعل.

3) عبارة سرعة التفاعل: $v = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$ حيث x هو تقدم التفاعل.

تمرين4:

نحقق تجريبيا تفاعل أكسدة شوارد $I^-_{(aq)}$ بشوارد فوق أكسيد ثنائي كبريتات $S_2O^{2-}_{8(aq)}$ في المحلول المائي فتنتج شوارد الكبريتات وثنائي اليود، وتلعب شوارد الحديد Fe^{2+} دور الوسيط في هذا التفاعل، حيث نضع في كأس بيشر $20mL$ من محلول فوق أكسيد ثنائي كبريتات البوتاسيوم $2K^+_{aq} + S_2O^{2-}_{8(aq)}$ تركيزه $0,2mol.L^{-1}$ و $20mL$ من محلول يود البوتاسيوم $K^+_{aq} + I^-_{(aq)}$ تركيزه أيضا $0,2mol.L^{-1}$ ثم نضيف إلى المزيج $1mL$ من كبريتات الحديد الثنائي $Fe^{2+}_{(aq)} + SO^{2-}_{4(aq)}$ فيلاحظ تشكل Fe^{3+} بشكل مؤقت(لون بني باهت).

1) ما ثنائيات الأكسدة الارجاعية الداخلة في التفاعل؟
2) أكتب معادلة التفاعل.
3) ما نوع الوسيط المستعمل؟
4) اقترح تفسيرا يخص ملاحظة تشكل شوارد Fe^{3+} بشكل مؤقت.
5) ما تركيز شوارد الحديد الثنائي في نهاية التفاعل؟

الحل:

1) ثنائيات الأكسدة الارجاعية الداخلة في التفاعل:
$I_{2(aq)}/I^-_{(aq)}$ ، $S_2O^{2-}_{8(aq)}/SO^{2-}_{4(aq)}$ ، Fe^{3+}/Fe^{2+}.

2) المعادلات النصفية الموافقة: $(1)....Fe^{2+} = Fe^{3+}_{(aq)} + e^-$ $(2)....2I^-_{(aq)} = I_{2(aq)} + 2e^-$

$$(3)....S_2O^{2-}_{8(aq)} + 2e^- = 2SO^{2-}_{4(aq)}$$

نجمع2، 3 نجد : $S_2O^{2-}_{8(aq)} + 2I^-_{(aq)} = I_{2(aq)} + 2SO^{2-}_{4(aq)}$

نجمع1، 3 نجد : $a) S_2O^{2-}_{8(aq)} + Fe^{2+}_{(aq)} = 2Fe^{3+}_{(aq)} + 2SO^{2-}_{4(aq)}$

نجمع1، 2 نجد : $b) 2I^-_{(aq)} + 2Fe^{3+}_{(aq)} = I_{2(aq)} + Fe^{2+}_{(aq)}$

بجمع b, و a طرفا لطرف نجد: $S_2O^{2-}_{8(aq)} + 2I^-_{(aq)} = 2SO^{2-}_{4(aq)} + I_{2(aq)}$

وهذا يبين تولد شوارد الحديد(II) من جديد والذي يلعب دور الوسيط في هذا التفاعل.

4) تتأكسد شوارد الحديد(II) إلى شوارد حديد ثلاثي التي يميزها اللون البني الباهت الذي يظهر بشكل مؤقت ثم يختفي.

5) تركيز شوارد الحديد الثنائي في نهاية التفاعل: $C_{Fe^{2+}} = n_{Fe^{2+}}/V$ حيث V حجم المزيج: $V = V_1 + V_2 + V_3$ ومنه

$$C_{Fe^{2+}} = \frac{C_{0Fe^{2+}} \times V_3}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{0,1 \times 1 \times 10^{-3}}{(20+20+1)\times 10^{-3}}$$

$$C_{Fe^{2+}} = \frac{0,1}{41} = \frac{1}{410} = 2,4.10^{-3} mol.L^{-1}$$

تميه السكاروز فنحصل على الغلوكوز والفريكتوز ومعادلة التفاعل تكتب:

$$C_{12}H_{22}O_{11(aq)} + H_2O_{(l)} = C_6H_{12}O^{(glu)}_{6(aq)} + C_6H_{12}O^{(fru)}_{6(aq)}$$

نريد تحضير حجم $V = 100ml$ من محلول السكاروز تركيزه $1,00mol.l^{-1}$.

1ـ اقترح طريقة تجريبية انطلاقا من محلول سكاروز تركيزه $684g.l^{-1}$ ونضيف إلى هذا المحلول كمية من الحمض وتعطي النتائج المحصل عليها في الجدول التالي:

t(min)	0	40	80	120	160	190	220
Glu(molL⁻¹)	0	0.135	0.250	0.350	0.440	0.500	0.550
s](mol/L)							

2ـ ما دور الحمض؟
3ـ أرسم المنحنى الذي يمثل تركيز محلول الغلوكوز $[S]$ بدلالة الزمن.
4ـ أحسب سرعة التفاعل في اللحظة $t = 0$.
5ـ أحسب زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

الحل:

1) تركيز المحلول الابتدائي هو $684g.l^{-1}$، ولدينا ، $M_{C_{12}H_{22}O_{11}} = 342g.mol^{-1}$

ومنه التركيز الابتدائي: $n = m/M = 684/342 = 2mol$ $C_0 = n/V = 2/1 = 2mol/L$

من أجل تحضير محلول سكاروز حجمه $V = 100mL$ تركيزه $C = 1,00mol.l^{-1}$

نجد حجم السكاروز الابتدائي الذي يجب استعماله ، من أجل ذلك نطبق علاقة التمديد:

$$CV = C_0V_1 \rightarrow V_1 = \frac{CV}{C_0} = \frac{1\times100.10^{-3}}{2} = 5.10^{-2}L$$

نسكب من المحلول الابتدائي في حوجلة عيارية سعتها $100mL$ حجما $V_1 = 50mL$ بواسطة مخبار مدرج ثم نضيف إليه الماء النقي حتى خط العيار.

2) يلعب الحمض دور الوسيط (وسيط متجانس) لأن الجملة في حالة طور واحد سائل.

3) إكمال الجدول ورسم المنحنى:

t(min)	0	40	80	120	160	190	220
Glu(molL⁻¹)	0	0.135	0.250	0.350	0.440	0.500	0.550
[S](molL⁻¹)	1	0.865	0.750	0.660	0.56	0.500	0.450

S(mol/L) — 1 — 0.5 — 25 — 100 — $t_{1/2}$ 200 — t(min)

4) سرعة التفاعل في اللحظة $t = 0$:

$$V_0 = \frac{1-0.62}{100} = 3,8\times10^{-3} mol.l^{-1}min^{-1}$$

5) زمن نصف التفاعل يحدد من البيان ويوافق اختفاء نصف كمية المتفاعل (0.5mol)

ومنه: $t_{1/2} = 190min$

تمرين6:

ندرس حركية أكسدة شوارد اليود بواسطة شوارد فوق أكسيد ثنائي كبريتات والتي معادلتها:

رقم التجربة	1	2	3	4
$[I^-](molL^{-1})$	0.02	0.02	0.04	0.02
$[S_2O_8^{2-}](molL^{-1})$	0.01	0.01	0.02	0.01
درجة الحرارة	20	20	35	35
الوسيط	لاشيء	م كبريتات الحديد الثنائي	لاشيء	لاشيء

$$2I^-_{(aq)} + S_2O^{2-}_{8(aq)} = I_{2(aq)} + 2SO^{2-}_{4(aq)}$$

نحقق أربع تجارب في شروط موضحة في الجدول أعلاه:

نسمي $[I^-]_0$، $[S_2O_8^{2-}]_0$ التركيزان الابتدائيان في اللحظة $t = 0$.

البيان المرفق بالتجارب الأربعة يمثل تركيز اليود المتشكل بدلالة الزمن.

1) في أية لحظة تكون سرعة التفاعل أكبر ما يمكن؟ علل.

2) بمقارنة المنحنيين (1)،(4) ما هو العامل الحركي الذي تظهره؟ ما تأثيره؟

3) في التجربة(2) يتدخل الوسيط في التفاعل، علل ذلك مع المقارنة مع إحدى التجارب الأخرى

الحل:

1ـ تكون سرعة التفاعل أكبر ما يمكن في اللحظة $t = 0$ لأن ميل المماس للمنحنى عند تلك اللحظة يكون أكبر ما يمكن.

2ـ العامل الحركي الذي تبرزه هو درجة الحرارة ففي التجربة(1) $t_1 = 20^\circ C$ وفي التجربة(4) $t_2 = 35^\circ C$، يتمثل تأثير درجة الحرارة في زيادة سرعة التفاعل.

3ـ الوسيط يسرع التفاعل في التجربة(2) مقارنة مع التجربة(1) الموافقة لها في التركيزين الابتدائيين.

تمرين7:

إن تفاعل إماهة البولة ينمذج بالمعادلة: $CO(NH_2)_{2(aq)} + 2H_2O_{(l)} = 2NH^+_{4(aq)} + CO^{2-}_{3(aq)}$

يتم التحول عند الدرجة $37^\circ C$ تحت حجم ثابت $V = 1{,}0L$،

ونتابع تركيز البولة C بدلالة الزمن فنحصل على البيان:

تمت الدراسة بوجود وسيط غير عضوي ثم بوجود أنزيم ($l'uréase$).

1) قارن بين السرعتين الحجميتين للتفاعلين في كل لحظة حيث $t < 40\,min$، ما هو الوسيط الأكثر فعالية؟

2) ماذا يمكن القول عن التفاعل بوجود الأنزيم بعد $t = 60\,min$؟

3) ماذا يمكن القول عن تركيب مزيج التحول بوجود الأنزيم عند اللحظة $t = 60\,min$؟

4) ما تركيب المزيج عندما ينتهي التحول؟

الحل:

1) السرعة الحجمية لاختفاء البولة في كل حالة:

$$v = -\frac{1}{V}\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{V}\frac{dn_{CO(NH_2)_2}}{dt} = -\frac{dc}{dt}$$

، $\frac{dc}{dt}$ يمثل معامل توجيه المماس للمنحنى.

من أجل $t < 40\,min$ فإن التفاعل الذي يكون فيه الأنزيم وسيطا هو الأسرع.

2) ابتداء من $t = 60\,min$ تصبح سرعة التفاعل بوجود الأنزيم معدومة.

3) تركيب المزيج بوجود الأنزيم عند اللحظة $t = 60\,min$: نحصل على تركيب المزيج بإنجاز الجدول الوصفي لتطور التحول: $C_0 = 1{,}0mol.L^{-1}, V = 1{,}0L$

المعادلة الكيميائية		$CO(NH_2)_{2(aq)} + 2H_2O_{(l)} = 2NH^+_{4(aq)} + CO^{2-}_{3(aq)}$			
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح إ	0	$n = C_0V$	بز	0	0
ح ت	x	$n - x$	بز	$2x$	x
ح ن	x_f	$n - x_f$	بز	$2x_f$	x_f

كمية البولة المتبقية و تركيزها عند نهاية التحول:

من البيان نجد :

$C_0V - x_f = 0{,}32 \rightarrow 1 \times 1 - x_f = 0{,}32 \rightarrow x_f = 0{,}68mol$

$n_{CO(NH_2)_2} = 0{,}32mol$

ومنه تركيب المزيج: $n_{NH_4^+} = 2x_f = 0{,}68 \times 2 = 1{,}36mol$ ، $n_{CO_3^{2-}} = 0{,}68mol$

4. يكون تركيب المزيج النهائي هو نفسه مهما كان الوسيط.

تمرين8

نقترح دراسة حركية تحول كيميائي بطيء لتحلل الماء الأكسجيني بواسطة شوارد اليود بوجود حمض الكبريت ، نعتبر التحوال تاما. معادلة التفاعل المنمذج للتحول المدروس تكتب : $H_2O_{2(aq)} + 2I^-_{(aq)} + 2H_3O^+_{(aq)} = 2I_{2(aq)} + 4H_2O_{(l)}$ إن محلول ثنائي اليود المتشكل ملون.

1 / الدراسة النظرية للتفاعل:

a / عرف المؤكسد والمرجع .

b /ما هما الثنائيتان ox/red الداخلتان في التفاعل ؟

2 / متابعة التحول الكيميائي :

في اللحظة $t = 0s$ نمزج $20.0mL$ من محلول يود البوتاسيوم تركيزه المولي $0.1mol/L$ المحمض بحمض الكبريت الموجود بزيادة ، مع $8.00mL$ من الماء و$2.00mL$ من الماء الاكسجيني تركيزه المولي $0.1mol/L$.

مكنت طريقة تجريبية معينة من قياس التركيز $[I_2]$ لثنائي اليود المتشكل خلال أزمنة مختلفة فحصلنا على الجدول:

t(s)	0	126	434	682
$[I_2]$	0	1.74	4.06	5.16
t(s)	930	1178	1420	∞
$[I_2]$	5.84	6.26	6.35	

a / هل المزيج الابتدائي في نسبة ستوكيومترية ؟

b / أنجز جدولا لتقدم للتفاعل الكيميائي .

c /أوجد العلاقة بين $[I_2]$ والتقدم x للتفاعل الكيميائي.

d / حدد التقدم الأعظمي ثم استنتج القيمة النظرية لتركيز ثنائي اليود المتشكل عند نهاية التفاعل.

3/ يمثل البيان المرفق تغيرات التقدم x للتفاعل بدلالة الزمن.

a / ما تركيب المزيج المتفاعل عند اللحظة $t = 300s$؟

كيف تتغير السرعة الحجمية للتفاعل؟ علل .

ما هو العامل الحركي المسؤول عن هذا التغير ؟

b / عرف زمن نصف التفاعل ثم حدده.

الحل

a/1- المؤكسد: هو كل فرد كيميائي يكتسب إلكترونا أو أكثر.

المرجع : هو كل فرد كيميائي يفقد إلكترونا أو أكثر.

b / الثنائيتان ox/red الداخلتان في التفاعل هما: $I_{2(aq)}/I^-_{(aq)}$، $H_2O_{2(aq)}/H_2O_{(l)}$

2 / a / عدد مولات يود البتاسيوم : $n_2 = n_{KI} = C.V = 20.10^{-3} \times 0.1 = 2.10^{-3}\,mol$

عدد مولات الماء الأكسجيني : $n_1 = n_{H_2O_2} = C.V = 2.10^{-3} \times 0.1 = 2.10^{-4}\,mol$

$n_1 = n_2$ فالمزيج ستوكيومتري.

b /جدول التقدم :

المعادلة		$H_2O_{2(aq)} + 2I^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)} = 2I_{2(aq)} + 4H_2O_{(l)}$				
ح إ	$x=0$	n_1	n_2	بز	0	0
ح ن	x_f	$n_1 - x_f$	$n_2 - 2x_f$	بز	$2x_f$	$4x_f$

c / العلاقة بين $[I_2]$ والتقدم x هي: $[I_2] = x/V_T$

حيث : $V_T = 30mL$

لدينا من جدول التقدم: إذا كان الماء الأكسجيني هو المتفاعل المحد تقدمه النهائي :

$2.10^{-4} - x_{max} = 0 \rightarrow x_{max} = 2.10^{-4} mol$ ،

إذا كان ثنائي اليود هو المتفاعل المحد فإن: $2.10^{-4} - 2x_{max} = 0 \rightarrow x_{max} = 1.10^{-4} mol$

ومنه التقدم الأعظمي يوافق القيمة الأصغر وهي: $x_{max} = 1.10^{-4} mol$.

استنتاج القيمة النظرية لتركيز ثنائي اليود:

$$[I_2] = n_2 / V_T = 2.10^{-3} / 30.10^{-3} = 6.7\times10^{-2} mol/L$$

3/ a/ تركيب المزيج المتفاعل عند اللحظة $t = 300s$: عند $t = 300s$ فإن :

$x = 0.9.10^{-4} mol$ ومنه تركيب المزيج :

$$n(I_2) = 0.09mmol, n(H_2O_2) = 0.2 - 0.09 = 0.11mmol, n(I^-) = 1.82mmol$$

b/ السرعة الحجمية للتفاعل $v = \frac{1}{V}\frac{dx}{dx}$ حيث $\frac{dx}{dx}$ يمثل ميل المماس عند اللحظة t وبما أن قيمته تتناقص مع الزمن فإن السرعة الحجمية تتناقص أيضا مع المزمن.

العامل الحركي المسؤول عن هذا التغير هو تركيز المتفاعلات.

c/ تعريف زمن نصف التفاعل : هو المدة الزمنية لبلوغ التقدم نصف قيمته النهائية وقيمته من البيان: $t_{1/2} = 300s$.

تمرين 9

يحتوي محلول ماء الجافيل على شوارد الهيبوكلوريت ClO^- و Cl^- وشوارد Na^+ ، شاردة الهيبوكلوريت تنتمي إلى الثنائية ClO^- / Cl^- والماء إلى الثنائية O_2 / H_2O ، يتأكسد ClO^- ببطء وبوجود شوارد الكوبالت Co^{2+} يكون تفاعل الأكسدة ــ إرجاع سريعا.

1/ أكتب المعادلات النصفية الالكترونية للأكسدة ــ إرجاع الموافقة للثنائيتين السابقتين واستنتج معادلة الأكسدة إرجاع بين شاردة الهيبوكلوريث والماء.

2/ لدراسة سرعة تفكك ماء الجافيل نقيس حجم ثنائي الأكسجين الناتج عند 20^0C وضغط $101.3hPa$. في اللحظة التي وضعنا فيها شواردالكوبالت Co^{2+} حصلنا على النتائج التالية:

$t(s)$	0	30	60	90	120	150	180	210
$v(O_2)mL$	0	45	79	114	148	175	203	227
$t(s)$	240	270	300	330	360	390	450	480
$v(O_2)mL$	248	264	273	288	298	306	316	316

a/ أنجز جدول تقدم تفاعل الأكسدة ــ إرجاع.

b/ عين قيم التقدم x في كل لحظة واحسب التقدم x_{max} وكمية المادة الابتدائية n_0 لشوارد ClO^- . يعطى: $V_M = 24.10^{-3} Lmol^{-1}$

3/ a/ مثل بيانيا التقدم x بدلالة الزمن t.

b/ حدد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

c/ حدد سرعة التفاعل عند اللحظتين: $t = 195s, t_{1/2}$.

ما قيمة سرعة التفاعل عند اللحظة $5t_{1/2}$ ؟ حجم ماء الجافيل المستعمل: $V = 0.11L$.

الحل

1/المعادلتان النصفيتان:

$1\times|\ 2H_2O = O_2 + 4H^+ + 4e^-$

$2\times|\ ClO^- + 2H^+ + 2e^- = H_2O + Cl^-$

المعادلة الاجمالية : $2ClO^-_{(aq)} = 2Cl^-_{(aq)} + O_{2(g)}$

2/ a/ جدول التقدم:

المعادلة	$2ClO^-_{(aq)}$	$= 2Cl^-_{(aq)}$	$+ O_{2(g)}$
ح ا	n_0	0	0
ح ا ت	$n_0 - x$	$2x$	x
ح ن	$n_0 - x_{max}$	$2x_{max}$	x_{max}

من الجدول نستنتج أن : $x_{max} = 13.2mmol$

$n_0 = 2x_{max} = 26.4mmol$

t(s)	0	30	60	90	120	150	180	210
x(mmol	0	1.88	3.29	4.75	6.17	7.29	8.46	9.46
t(s)	270	300	330	360	390	420	450	480
x(mmol	13.2	101	11.4	12.0	12.4	12.8	13.2	13.2

3/ تمثيل البيان $x = f(t)$:

زمن نصف التفاعل: عند زمن نصف التفاعل:

$x = x_{max}/2 = 6.6mmol$

ومن البيان نجد أن $t_{1/2} = 130s$:

c/ سرعة التفاعل عند $t_{1/2} = 130s$ فإن:

$$v(t_{1/2}) = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt} = \frac{5.6\times2}{0.11\times250} = 0.40mmolL^{-1}s^{-1}$$

$$v(195) = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt} = \frac{4.6\times2}{0.11\times300} = 0.28mmolL^{-1}s^{-1}$$

سرعة التفاعل عند $t = 5t_{1/2}$: يصل التحول إلى حالته النهائية، وسرعة التفاعل تصبح معدومة.

تمرين10

ننزع عدسات التلامس اللينة يوميا من أجل صيانتها ويتطلب ذلك مرحلتين:

– تنظيفها بواسطة محلول فوق أكسيد الهيدروجين من أجل التخلص من الجراثيم العصبية للمرض.

– إزالة فوق أكسيد الهيدروجين حتى يمكن إعادة استعمال العدسة دون خطر.

نقترح دراسة حركية تفكك فوق أكسيد الهيدروجين في محلول يستعمل من أجل تعقيم وتنظيف عدسات التلامس بوجود وسيط.

المعطيات: بطاقة المحلول التجاري للتعقيم أو التنظيف:

– فوق أكسيد الهيدروجين $3,1g$.

– ماء نقي مضاف من أجل الوصول إلى حجم كلي للمحلول قدره $100mL$.

I - تحضير المحلول S :

1) ما تركيز المحلول C_{S_0} لفوق أكسيد الهيدروجين H_2O_2 للمحلول التجاري الذي نرمز له S_0 ؟

2) صف في بضعة أسطر الطريقة التجريبية المتبعة انطلاقا من S_0 لتحضير $200mL$ من محلول S تركيزه بفوق أكسيد الهيدروجين $C_S = 9,1\times10^{-2} mol.L^{-1}$.

II - تقديم الوسيطين المستعملين لتفكيك فوق أكسيد الهيدروجين: يستعمل بالتوازي وسيطان:

ــ البلاتين الصلب يوضع بشكل مسحوق على حامل بلاستيكي، وانزيم ينحل في الماء(catalase).

1) عرف الوسيط.

2) لماذا نقول أن البلاتين وسيط غير متجانس؟

III - دراسة حركية التفاعل:

تمت الدراسة في درجة حرارة لطيفة، ندخل في اللحظة $t = 0$:

ــ البلاتين في عينة من محلول S نرمز لها بـ1

ــ الأنزيم في عينة من محلول S نرمز لها بـ2.

حجم كل عينة يساوي $V_S = 50mL$.

يتفكك فوق أكسيد الهيدروجين في كل عينة إلى ماء و داي أكسجين حسب معادلة التفاعل:

$$2H_2O_{2(aq)} = O_{2(g)} + 2H_2O_{(l)}$$

نحدد في مختلف اللحظات حجم ثنائي أكسجين $V(O_2)$ ثم نستنتج تركيز فوق أكسيد الهيدروجين المتبقي. نرسم المنحنى الذي يعطي تركيز فوق أكسيد الهيدروجين المتبقي بدلالة الزمن $[H_2O_2]=f(t)$ فنحصل على المنحنيين الموضحين في الشكلين1 ، 2

1. استنتج العلاقة التي تسمح بحساب تركيز فوق أكسيد الهيدروجين المتبقي في اللحظة t بدلالة حجم ثنائي الأكسجين المنطلق.
2. عرف سرعة تفاعل تفكك فوق أكسيد الهيدروجين في اللحظة t كيف تحددها تجريبيا؟
3. حدد قيمتها من أجل العينتين بيانيا في اللحظة $t=0$.
4. ما هو العامل الحركي الذي يحدد تطور السرعة خلال الزمن ؟
5. حدد زمن نصف التفاعل من أجل كل عينة ماهي الطريقة التجريبية التي تقود إلى التعقيم السريع ؟

الحجم المولي في شروط التجربة $24L/mol$

$[H_2O_2](10^{-1}molL^{-1})$ — عينة 1 (Pt) — $t(min)$: 0 20 40 60 80 100

$[H_2O_2](10^{-1}molL^{-1})$ — عينة 2 $(catalase)$ — $t(min)$: 0 2 4 6 8 10 12 14

الحل:

I.1) تركيز المحلول التجاري لفوق أكسيد الهيدروجين C_{S_0} : $C_{S_0}=\frac{n}{V}, n=\frac{m}{M_{H_2O_2}}$

$$C_{S_0}=\frac{m}{MV_{H_2O_2}}=\frac{3,1}{34\times 0,1}=9,1\times 10^{-1}mol.L^{-1}$$

2) نحدد أولا حجم المحلول الذي يجب أخذه V_p من المحلول الأم ، لتحضير حجم $200mL$ تركيزه $9,1\times 10^{-2}mol.L^{-1}$ ، وذلك بتطبيق علاقة التمديد

$$C_SV_S=C_{S_0}V_p \rightarrow V_p=\frac{C_SV_S}{C_{S_0}}=\frac{9,1\times 10^{-2}\times 200}{9,1\times 10^{-1}}=20mL$$

نأخذ $20cm^3$ من المحلول الأم بمخبار مدرج ثم نسكبه في حوجلة عيارية سعتها $200mL$ ونكمل الحجم بالماء المقطر حتى خط العيار ، ثم نسد الحوجلة بإحكام ونرجها حتى يتجانس المحلول.

II.1) تعريف الوسيط: هو نوع كيميائي يزيد من سرعة اختفاء المتفاعلات (أو سرعة تشكل النواتج) دون أن يتدخل في معادلة التفاعل.

2) البلاتين وسيط غير متجانس لأنه يشكل مع وسط التحول طورين مختلفين.

III.1) استنتاج العلاقة التي تسمح بحساب تركيز فوق أكسيد الهيدروجين المتبقي بدلالة حجم الأكسجين المنطلق:

ننجز جدولا لتطور التفاعل:

المعادلة		$2H_2O_2 = O_2 + 2H_2O$		
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)		
ح ا	0	$n_1=C_SV_S$	0	0
ح ت	x	n_1-2x	x	2x

كمية الأكسجين المتشكل $x=\frac{V_{O_2}}{V_m}$ وكمية الأكسجين المتبقي $n(H_2O_2)=n_1-2x$

بقسمة الطرفين على حجم المحلول V_S فإن:

$\frac{n(H_2O_2)}{V_s}=\frac{n_1-2x}{V_S}=\frac{n_1}{V_S}-\frac{2x}{V_S}$ ومنه: $[H_2O_2]=C_S-2x/V_S$

2. سرعة تفكك فوق أكسيد الهيدروجين في اللحظة t هي : $V(t)=-\frac{d[H_2O_2]}{dt}$

ونحدد قيمتها برسم المماس للمنحني في اللحظة t المعتبرة ثم نحسب ميله الذي يمثل قيمة السرعة

3. تحديد قيمة السرعة من أجل العينتين في اللحظة $t=0$:

العينة 1 : $V_{01}=2.5.10^{-5}molL^{-1}s^{-1}$

العينة 2 : $V_{02}=7.5.10^{-4}molL^{-1}s^{-1}$

4. يلعب الوسيط هنا دور العامل الحركي، فتبعا للوسيط المختار تكون سرعة التفاعل أكبر أو أقل.

5. تحديد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ من أجل كل عينة.

زمن نصف التفاعل هو الزمن الذي يوافق اختفاء نصف المتفاعل الابتدائي والذي يوافقه

$[H_2O_2]=C_{S_0}/2=0.91/2=0.455molL^{-1}$

والذي يوافقه على المنحنيين : العينة1: $t_{1/2}\approx 40\,min$ ، العينة2: $t_{1/2}\approx 1min$

ومقارنة الزمنين تبين أن الطريقة التجريبية التي تعود إلى التعقيم السريع هي الموافقة لاستعمال الأنزيم.

تمرين II (تجريبي)

I – ندرس حركية التفاعل البطيء لتفكك الماء الأكسجيني بواسطة شوارد اليود بوجود حمض الكبريت ، ينذمج هذا التحول بالمعادلة : $H_2O_{2(aq)}+2I^-_{(aq)}+2H_3O^+_{(aq)}=I_{2(aq)}+4H_2O_{(l)}$.........(1)

نمزج في اللحظة $t=0$ محلول يود البوتاسيوم $K^+_{(aq)}+I^-_{(aq)}$ مع الماء الأكسجيني ونعتبر أن شوارد اليود و شوارد الأكسونيوم موجودة بوفرة وثنائي اليود هو النوع الوحيد الملون ونتابع بواسطة تجهيز مناسب التطور الزمني لـ $[I_2]$ الناتج فنحصل على البيان التالي:

$[I_2]mmolL^{-1}$ — $t(s)$: 0 200 400 600 800 1000 1200 1400 1600 1800 2000

1 ـ بين أن التفاعل الحادث هو تفاعل أكسدة إرجاعية، وحدد الثنائيتين الداخلتين فيه

2 ـ اقترح تقنية متابعة لحركية التحول المدروس مع تعليل اختيارك، ماهي الأدوات والأجهزة التي يمكن استعمالها ؟

3 ـ كيف تتطور تراكيز الأنواع المدروسة خلال الزمن ؟

4 ـ عرف السرعة الحجمية للتفاعل وقارن قيمتيها في اللحظتين $t=200s$ ، $t=1000s$ ، كيف يمكن حسابها من البيان ؟

5 ـ علل تطور سرعة التفاعل ، ماهو العامل الحركي المؤثر ؟

6 ـ كيف يصبح المنحنى إذا سخن المزيج في درجة عالية من الحرارة ؟ قارن بين زمني نصف التفاعل .

الحل :

1ـ شوارد اليود تتحول إلى ثنائي اليود $2I^-_{(aq)}=I_{2(aq)}+2e^-$ فالتحول هو تفاعل أكسدة إرجاعية

والثنائيتان الداخلتان في التفاعل هما : $H_2O_{2(aq)}/H_2O_{(l)}$ ، $I_{2(aq)}/I^-_{(aq)}$

2 ـ بما أن ثنائي اليود نوع ملون فيمكن متابعة تطوره في كل لحظة عن طريق المعايرة اللونية.

باستخدام محلول ثيوكبريتات الصوديوم $(2Na^+, S_2O_3^{2-})$ بعد إيقاف التفاعل ،

والأدوات المستعملة: سحاحة، كؤوس بيشر، محرك مغناطيسي،ماصة.

3 ــ يتضح من البيان أن تركيز ثنائي اليود يزداد خلال الزمن وهو أحد نواتج التفاعل والماء الأكسجيني يستهلك وتركيزه يتناقص بالتدريج وشوارد كل من اليود والأكسنيوم موجودة بالزيادة والماء يلعب دور مذيب .

4 ــ سرعة التفاعل : $v = \frac{1}{V_T}\frac{dx}{dt}$ ، x التقدم و V_T الحجم الكلي للمحلول . ويمكن أن نعبر عنها أيضا بـ $v = \frac{d[I_2]}{dt}$ وقيمتا السرعتين في اللحظتين من البيان بعد رسم المماسين هما:

$$v(1000s) = \frac{1}{1500} = 7.0\times10^{-4}\,mmolL^{-1}S^{-1}، \quad v(200s) = \frac{1}{400} = 2.5\times10^{-3}\,mmolL^{-1}S^{-1}$$

5 ــ تتناقص السرعة خلال الزمن حتى تنعدم بسبب العامل الحركي (تركيز المتفاعل)

6 ــ يسمح تسخين المزيج من الوصول سريعا إلى نهاية التحول وهو عامل حركي آخر وزمن نصف التفاعل يتناقص والتسخين لا يغير من نهاية التحول فالبيان في هذه الحالة يكون أعلى من بيان النص مع وصولهما إلى نفس الخط المقارب .

تمرين12 (تجريبي)

II – إن إماهة 2 – كلورو 2 – مثيل بروبان ذو الصيغة $(CH_3)_3C-Cl$ هو تحول بطيء جدا وتام والذي يؤدي إلى تشكل الكحول والمعادلة المنمذجة للتحول هي :

$$(CH_3)_3CCl_{(l)} + 2H_2O_{(l)} = (CH_3)_3COH_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$$

1 - أنجز جدولا لتقدم التفاعل واعط اسم الكحول المتشكل، نذكر أن n_0 هي الكمية الابتدائية لـ $(CH_3)_3C-Cl$.

2 – تتم متابعة التحول عن طريق قياس الناقلية. ذكر بمبدأ المتابعة الحركية و حدد الأنواع المسؤولة عن مرور التيار.

3 – تعتبر أن شدة التيار المقاسة في هذه التجربة بجهاز الأمبير– متر تتناسب طردا مع تركيز شوارد الأكسونيوم $H_3O^+_{(aq)}$ وأيضا مع تركيز الكحول. علل هذه المساواة .

4 – أعط العلاقة الرياضية بين شدة التيار I وتركيز الكحول $[alcool]$ حدد وحدة ثابت التناسب.

5 – سمحت نتائج القياس برسم البيان المرفق.

a – استنتج زمن نصف التفاعل بعد تعريفه .

b – في بداية التجربة هل سرعة الكحول معدومة، عظمى، صغرى؟علل.

c – كيف يمكن تسريع التحول؟

d – حدد قيمة n_0 علما أن المزيج الابتدائي نتج عن إذابة n_0 في $100mL$ من الماء .

الحل :

1 – الكحول المتشكل ثالثي هو 2– مثيل بروبان – 2 أول

وجدول التقدم هو باعتبار التحول تام

المعادلة		$R\,Cl$	$+2H_2O_{(l)}$	$\rightarrow R\,OH$	$+H_3O^+_{(aq)}$	$+Cl^-_{(aq)}$
ح ح	التقدم	كميات المادة mol				
ح ا	0	n_0	بز	0	0	0
ح ت	x	$n_0 - x$	بز	x	x	x
ح ن	x_{max}	$n_0 - x_{max}$	بز	x_{max}	x_{max}	x_{max}

2– تسمح تقنية قياس الناقلية بالمتابعة

...ركية غير المخربة شرط أن يكشف ظهور الأنواع الشاردية الناقلة للتيار عن تقدم التحول و هو ...ال هنا حيث يمكن إهمال وجود الشوارد في البداية ،وناقلية المحلول تزداد بسبب ظهور الشوارد

– استنادا إلى جدول التقدم فكميات مادة كل من شوارد الكلور و شوارد الأكسنيوم و الكحول ...تجة متساوية و تراكيزها أيضا $n_{Cl^-} = n_{H_3O^+} = n_{(CH_3)_3COH}$ ، $[H_3O^+] = [Cl^-] = [(CH_3)_3COH]$

$\sigma = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+] + \lambda_{Cl^-}[Cl^-]$ ومنه: $\sigma = [H_3O^+](\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-})$

...بما أن شدة التيار تتناسب طردا مع σ و σ تتناسب طردا مع $[H_3O^+]$ فإن شدة التيار تتناسب ...ردا مع $[H_3O^+]$.

– يمكن كتابة شدة التيار بالشكل : $I = k[alcool]$ لأن $[H_3O^+] = [alcool]$ و حدة K هي:الأمبير/المول $(A.mol^{-1})$ لأن: $K = I/[alcool]$

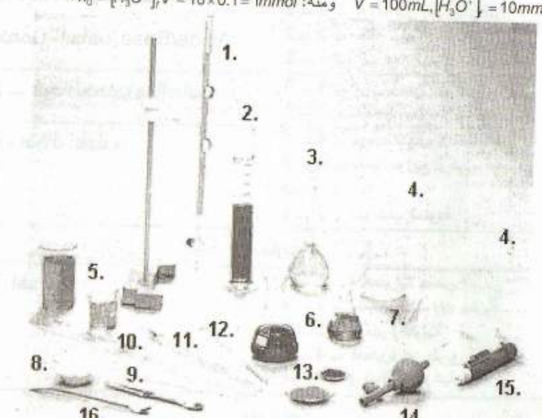
5 – a – قيمة التركيز النهائي هو $10mmolL^{-1}$ يتم بلوغه بعد 10 min تقريبا وزمن نصف التفاعل هو ...زمن اللازم لبلوغ نصف كمية التقدم النهائي و الذي توافقه $t_{1/2} = 2{,}3min$ من أجل $[H_3O^+] = 5mmolL^{-1}$

b –توافق قيمة السرعة الحجمية للتفاعل ميل المماس للمنحنى و نلاحظ تناقص هذه القيمة ...خلال الزمن و في بداية التجربة تكون أعظمية .

c – يمكن تسريع التحول بتسخين وسط التفاعل أو باستعمال وسيط و التي تشكل عوامل حركية.

d – عند نهاية التحول ومن جدول التقدم فإن $n_0 = x_{max}$:

$V = 100mL, [H_3O^+]_f = 10mmolL^{-1}$ ومنه: $n_0 = [H_3O^+]_f V = 10\times0.1 = 1mmol$.



الأدوات المستعملة في تحضير المحاليل والمعايرة

تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن

pH محلول مائي:

تمارين

كسر التفاعل وثابت التوازن الكيميائي

تمارين

1. التحول حمض-أساس

2. ثابت الحموضة للثنائية حمض-أساس (Acide/Base)

3 ــ قوة الحمض و الأساس:

4 - مجال التغلب:

تمارين

5. المعايرة

تمارين:

pH محلول مائي

كير: التفاعل حمض–أساس:

ـ الحمض والأساس حسب برونشتد:

مض نوع كيميائي جزيء أو شاردة بإمكانه التخلي على بروتون أو أكثر.

$HA = A^-$ ، $BH^+ = B^- + H^+$

ساس نوع كيميائي جزيء أو شاردة بإمكانه اكتساب بروتون أو أكثر.

$A^- + H^+ =$ ، $B + H^+ = BH^+$

ثنائية حمض–أساس (Acide/Base)

الحمض وأساسه المرافق ثنائية حمض–أساس BH^+/B و HA/A^-

$CH_3CO_2H_{(aq)} = CH_3CO^-_{2(aq)} + H^+_{(aq)}$ والثنائية الموافقة $CH_3CO_2H_{(aq)}/CH_3CO^-_{2(aq)}$

$NH_{3(aq)} + H^+_{(aq)} = NH$ والثنائية الموافقة: $NH^+_{4(aq)}/NH_{3(aq)}$

عل حمض–أساس: يتميز تفاعل حمض–أساس بانتقال بروتون من الحمض HA_1 للثنائية HA نحو الأساس A_2^- للثنائية HA_2/A_2^- حيث نحصل على معادلة التفاعل انطلاقا من لتين النصفيتين:

$$HA_1 = A_1^- + H^+$$
$$A_2^- + H^+ = HA_2$$
$$\overline{HA_1 + A_2^- = A_1^- + HA_2}$$

تان حمض–أساس للماء: H_3O^+/H_2O و H_2O/OH^-

$H_3O^+ = H_2O + H^+$ و $H_2O = HO^- + H^+$ الماء نوع كيميائي مذبذب

pH محلول مائي:

ـ الخواص الحمضية والأساسية لمحلول مائي على تركيز شوارد الاكسونيوم (H_3O^+) الذي أن يتغير من بعض الـ $mol.L^{-1}$ إلى $10^{-14} mol.L^{-1}$ أو $10^{-15} mol.L^{-1}$ ، و استعمال هذه المختلفة والصغيرة جدا في بعض الأحيان يطرح بعض الصعوبات والإشكاليات ومن أجل ذ الأمر اقترح الكيميائي الدانمركي سورن سورنسن (Soren Sorensen) في 1909 ا عمليا هو الـ pH بتوظيف الدالة الرياضية اللوغاريتمية العشرية (log) من أجل المحاليل ة حيث: $[H_3O^+] \le 5.10^{-2} mol/L$

ف الـ pH بالعلاقة: $pH = -\log[H_3O^+]$ هذه العلاقة تكافئ: $[H_3O^+] = 10^{-pH} molL^{-1}$

ل:

لان A، B تركيزاهما بشوارد الاكسونيوم: $[H_3O^+]_A = 2,5\times10^{-3} mo$ $[H_3O^+]_B = 1,5\times10^{-10} mol$ احسب pH المحلولين.

الحل : لدينا $pH_A = -\log[H_3O^+]_A$ ومنه:

$pH_A = -\log 2.5.10^{-3} = 3 - \log 2.5 = 2.6$

$pH_B = -\log 1,5\times10^{-10} = 10 - \log 1,5 = 9,82$

ة سلم الـ pH بسلم تركيز شوارد الأكسونيوم:

$[H_3O^+] molL^{-1}$: 1 — 10^{-3} — 10^{-5} — 10^{-7} — 10^{-9} — 10^{-11} — 10^{-14}

pH: 0 — 3 — 5 — 7 — 9 — 11 — 14

pH المحاليل المائية:
- يكون المحلول حمضيا لما: $pH < 7$
- يكون المحلول معتدلا لما: $pH = 7$
- يكون المحلول أساسيا لما: $pH > 7$

قياس الـ pH : ـ يتم الحصول على القيمة التقريبية لـ pH محلول عن طريق ورق الـ pH وذلك بغمر طرف محراك زجاجي في المحلول المراد معرفة الـ pH له ثم نلمس به ورق الـ pH ، مع مقارنته بدليل الألوان والقيم المرفقة بورق الـ pH

ـ يتم الحصول على قيم أدق باستعمال جهاز الـ pH متر حيث يقاس pH محلول بتقريب $\pm 0{,}1$ وحدة. نعبر عن تركيز شوارد الاكسنيوم انطلاقا من الـ pH برقمين معنويين على الأكثر.

ـ تجب معايرة جهاز الـ pH - متر قبل كل قياس.

تطبيق

أعطى قياس pH محلول بواسطة جهاز pH - متر القيمة 6.35 بتقريب 0.05 وحدة.
1. أعط تأطيرا للـ pH المقاس.
2. أحسب الارتياب النسبي على قياس الـ pH
3. حدد تركيز شوارد الاكسونيوم في المحلول.
4. أعط تأطيرا لشوارد الاكسونيوم في المحلول

الحل:

1. $6{,}30 \le pH \le 6{,}40$

2. الارتياب النسبي: $\frac{\Delta pH}{pH} = \frac{0{,}05}{6{,}35} = 8 \times 10^{-3} = 0{,}8\%$

3. حساب تركيز شوارد الاكسونيوم: $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-6{,}35} = 4{,}47 \times 10^{-7}\, mol/L$

4. $3{,}98 \times 10^{-7} \le [H_3O^+] \le 5{,}0 \times 10^{-7}$

التحولات التامة والمحدودة:

ـ **يكون التحول الكيميائي تاما إذا اختفى المتفاعل المحد كليا في الحالة النهائية وعندئذ التقدم النهائي يساوي التقدم الأعظمي:** $x_f = x_{max}$.

ـ **يكون التحول الكيميائي محدودا إذا لم يختف المتفاعل المحد كليا في الحالة النهائية وعندئذ التقدم النهائي أقل من التقدم الأعظمي:** $x_f < x_{max}$.

- نسبة التقدم النهائي لتفاعل كيميائي τ :

هو النسبة بين التقدم النهائي x_f والتقدم الأعظمي x_{max} : $\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$ **. حيث x_f ، x_{max} يقدران بالمول. τ بدون وحدة.** * **إذا كان $\tau = 0$ لا يوجد تفاعل.**

* **إذا كان $\tau = 1$ التحول تام .**
* **إذا كان $\tau < 1$ التحول غير تام(محدود).**

تطبيق1: حمض ضعيف

حضر حجم $V = 100{,}0 mL$ بإذابة $10 \times 10^{-3} mol$ من حمض الايثانويك في الماء النقي وقياس pH المحلول في الحالة النهائية أعطى $pH = 3{,}2$.
1. اكتب معادلة تفاعل حمض-أساس الحادث بين حمض إيثانويك والماء.
2. أحسب التقدم الأعظمي للتفاعل.
3. استنتج انطلاقا من pH المحلول التقدم النهائي وقارنه بالتقدم الأعظمي.

الحل

1ـ كتابة معادلة التفاعل: $CH_3CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3CO^-_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

الثنائيتان حمض- أساس الداخلتان في التفاعل هما: $H_3O^+_{(aq)}/H_2O_{(l)}$ ، $CH_3CO_2H_{(aq)}/CH_3CO^-_{2(aq)}$

2ـ حساب التقدم الأعظمي للتفاعل: يلعب الماء دور أحد المتفاعلين و مذيب في آن واحد وموجود بالزيادة والمتفاعل المحد هو حمض الإيثانويك.

ننجز جدولا وصفيا لتطور الجملة الكيميائية:

المعادلة		$CH_3CO_2H_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$ =	$CH_3CO^-_{2(aq)}$ +	$H_3O^+_{(aq)}$
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح !	0	$n_i = 10^{-3}$	بز	0	0
أ ت	x	$n_i - x$	بز	x	x
ح ن	x_f	$n_i - x_f$	بز	x_f	x_f

بما أن المتفاعل المحد هو حمض الايثانويك فيكون: $n_i(CH_3CO_2H) - x_{max} = 0$

ومنه: $x_{max} = n_i = 10^{-3} mol$

3. حساب التقدم النهائي: إن قيمة الـ pH في الحالة النهائية يسمح بحساب تركيز شوارد الأكسونيوم : $[H_3O^+]_f = 10^{-pH}$ ومنه:

$$[H_3O^+] = 10^{-3{,}2} = 6{,}3 \times 10^{-4} mol/L$$

ومن الجدول $x_f = [H_3O^+]_f V = 6.3.10^{-4} \times 100.10^{-3} = 6.3.10^{-5} mol$ ومنه:

بمقارنة x_f مع x_{max} نجد أن $x_f < x_{max}$ ومنه فالتفاعل محدود.

أو: $\tau = \frac{6.3.10^{-5}}{10^{-3}} = 6.3.10^{-2} < 1$ ومنه فالتفاعل غير تام وحمض الإيثانويك ضعيف.

تطبيق 2 :حمض قوي

حضر محلول لحمض كلور الماء حجمه $V = 100 mL$ بانحلال غاز كلور الهيدروجين في الماء النقي وتركيز المحلول الناتج هو $C = 1{,}5 \times 10^{-2} mol/L$ وله $pH = 1{,}8$.
1ـ أكتب معادلة التفاعل حمض- أساس بين كلور الهيدروجين والماء.
2ـ أحسب التقدم الأعظمي للتحول.
3ـ أحسب التقدم النهائي.
4ـ أحسب نسبة التقدم النهائي للتفاعل واستنتج فيما إذا كان التحول تاما أو محدودا.
5ـ ما هي الأفراد الكيميائية المتواجدة في المحلول في الحالة النهائية؟

الحل

1ـ كتابة معادلة التفاعل: $HCl_{(aq)} + H_2O_{(l)} = Cl^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

2ـ حساب التقدم الاعظمي x_{max} :

من أجل ذلك ننجز جدولا وصفيا لتطور الجملة المتفاعل المحد هو كلور الهيدروجين لأن الماء يلعب دور محل و متفاعل بالزيادة ومنه:

المعادلة الكيميائية		$HCl_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$ =	$Cl^-_{(aq)}$ +	$H_3O^+_{(aq)}$
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح !	0	$n_i = cv$	بز	0	0
ا ت	x	$cv - x$	بز	x	x
ح ن	x_f	$cv - x_f$	بز	x_f	x_f

$$cv - x_{max} = 0$$

$$x_{max} = cv = 1{,}5 \times 10^{-2} \times 100{,}0 \times 10^{-3} = 1{,}5 \times 10^{-3} mol$$

3. حساب التقدم النهائي: قيمة الـ pH في الحالة النهائية تسمح بحساب تركيز شوارد الأكسونيوم في المزيج: $[H_3O^+]_f = 10^{-pH} = 10^{-1{,}8} = 1{,}6 \times 10^{-2} mol/L$ ولدينا: $x_f = [H_3O^+]_f V$

$$x_f = [H_3O^+]_f V = 1{,}6 \times 10^{-2} \times 100{,}0 \times 10^{-3} = 1{,}6 \times 10^{-3} mol$$

4ـ حساب نسبة التقدم النهائي τ : $\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{1{,}6 \times 10^{-3}}{1{,}5 \times 10^{-3}} = 1{,}07 \approx 1$ فالتحول تام والحمض قوي.

5. بما أن التحول تام فإن كل جزيئات HCl تفككت والمحلول يحتوي فقط على الأفراد $H_2O_{(l)}, Cl^-_{(aq)}, H_3O^+_{(aq)}$

حالة توازن جملة كيميائية

نقول عن جملة كيميائية والتي هي مقر لتحول كيميائي محدود أنها في حالة توازن كيميائي في درجة الحرارة T وتحت ضغط P عندما لايحدث تطور لتراكيز المتفاعلات والنواتج بعد ذلك، هذه الحالة توافق الحالة النهائية للتحول والتي تتواجد فيها المتفاعلات والنواتج بنسب ثابتة.

تطبيق:

نحضر محلولا لحمض الايثانويك حجمه $v = 10L$ بإضافة $n_i = 15mmol$ من الحمض إلى الماء النقي والجملة الناتجة هي مقر لتحول كيميائي ينذمج بالمعادلة:

$$CH_3CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3CO_{2(aq)}^- + H_3O^+_{(aq)}$$

ويكون التقدم النهائي للتفاعل x_f مساويا لـ $0,36mmol$ ما التركيب المولي للجملة في الحالة النهائية؟

الحل

ننجز جدولا لتقدم التفاعل:
من جدول التقدم فإن الجملة في الحالة النهائية تحتوي: شوارد الايثانوات وشوارد الاكسونيوم.

$x_f(H_3O^+) = 0.36mmol$

$x_f(CH_3CO_2^-) = 0.36mmol$

المعادلة		$CH_3CO_2H_{(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$	$= CHCO_{2(aq)}^-$	$+H_3O^+_{(aq)}$
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح إ	0	$n_i = cv$	بز	0	0
ح ت	x	$cv-x$	بز	x	x
ح ن	x_f	$cv-x_f$	بز	x_f	x_f

– حمض الايثانويك: $n(CH_3CO_2H) = n_i - x_f = 15 - 0.36 = 14.64mmol$.

– الماء: متفاعل موجود بالزيادة.

فالجملة تتكون في الحالة النهائية من متفاعلات ونواتج كمياتها ثابتة فنقول أن الجملة في حالة توازن.

التفسير:

على المستوى العياني لا يمكن ملاحظة تغيرات عيانية (ماكروسكوبية)على الجملة (درجة الحرارة، اللون، PH ، الناقلية،....).

– على المستوى المجهري فإن التأثيرات الحرارية تبقى التصادمات الفعالة مستمرة بين الأفراد المتفاعلة من جهة وبين الأفراد النواتج من جهة أخرى خلال نفس المدة الزمنية، فكميات المتفاعلات والنواتج تبقى ثابتة خلال الزمن لذلك فحالة التوازن الكيميائي هي حالة توازن ديناميكي.

التوازن الديناميكي يعبر عنه بتواجد تفاعلين مباشر وعكسي ينتجان معا وبنفس السرعة.

ينمذج التحول التام والمحدود في جميع الحالات باستعمال إشارة (=) بدلا من السهم(→).

تمارين تفاعلات حمض-أساس

تمرين1:

أكمل معادلات تفاعل حمض-أساس التالية وحدد الثنائيات حمض-أساس الموافقة:

a) $HCO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = ...+......$

b) $........+ H_2O_{(l)} = CH_3CO_2H_{(aq)} + ...$

c) $........+H_2O_{(l)} = NH^+_{4(aq)} +....$

d) $........+........= C_2H_5CO_2H_{(aq)} + H_2O$

e) $CH_3CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(aq)} = ...+.......$

f) $C_2H_5NH_{2(aq)} +......= C_2H_5NH^+_{3(aq)} +.......$

الحل

أكمال معادلات تفاعل حمض-أساس	الثنائيات حمض-أساس الموافقة:
a) $HCO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = HCO^-_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$	$H_3O^+_{(aq)}/H_2O_{(l)}$ و $HCO_2H_{(aq)}/HCO^-_{2(aq)}$
b) $CH_3CO^-_{2(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3CO_2H_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$	$CH_3CO_2H_{(aq)}/CH_3CO^-_{2(aq)}$ و $H_2O_{(l)}/HO^-_{(aq)}$
c) $NH_{3(aq)} + H_2O_{(l)} = NH^+_{4(aq)} + HO^-$	$NH^+_{4(aq)}/NH_{3(aq)}$ و $H_2O_{(l)}/HO^-_{(aq)}$
d) $C_2H_5CO^-_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)} = C_2H_5CO_2H_{(aq)} + H_2O$	$C_2H_5CO_2H/C_2H_5CO_2^-$ و H_3O^+/H_2O
e) $CH_3CO_2H_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = CH_3CO^-_{2(aq)} + H_2O_{(l)}$	$CH_3CO_2H/CH_3CO_2^-$ و HO_2/HO^-
f) $C_2H_5NH_{2(aq)} + H_2O_{(l)} = C_2H_5NH_3^+ + HO^-_{(aq)}$	$C_2H_5NH_3^+/C_2H_5NH_2$ و H_2O/HO^-

تمرين **2**:

تعتبر الأنواع الكيميائية التالية:

$NH_3, C_6H_5CO_2H, CH_3NH_3^+, CH_3NH_2, H_2O, HO^-, NH_4^+, HI, I^-, C_6H_5CO_2^-$

1ـ شكل الثنائيات حمض-أساس المناسبة.

2ـ أكتب معادلات تفاعل حمض-أساس بين هذه الأنواع والماء.

الحل

1ـ الثنائيات حمض-أساس الممكن تشكيلها: HI/I^- , $C_6H_5CO_2H/C_6H_5CO_2^-$, $CH_3NH_3^+/CH_3NH_2$, NH_4^+/NH_3 , H_2O/HO^-

2ـ كتابة معادلة التفاعل حمض-أساس بين هذه الثنائيات والماء:

$C_6H_5CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = C_6H_5CO^-_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

$CH_3NH_{2(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3NH_3^+ + HO^-_{(aq)}$

$HI_{(aq)} + H_2O_{(l)} = I^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

$H_2O_{(aq)} + H_2O_{(l)} = HO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

$NH_{3(aq)} + H_2O_{(l)} = NH^+_{4(aq)} + HO^-_{(aq)}$

تمرين**3**:

1)انقل وأكمل الجدول التالي:

المحلول	عصارة المعدة	اللعاب	الدم	حمض ايثانويك	محلول النشادر
$[H_3O^+] molL^{-1}$	$2,0.10^{-2}$	$3.2.10^{-8}$	$4,0.10^{-8}$	$1,3.10^{-3}$	$5.2.10^{-13}$
pH					

2) أحسب التركيز المولي بشوارد الاكسونيوم للمحاليل التي لها قيم الـ pH التالية: $a)pH = 3.4, b)pH = 2.9, c)pH = 8.3$.

3) حدد المجال الذي يحصر فيه تركيز شوارد الاكسونيوم لمحلول قياس الـ pH له $pH = 1.5$ بتقريب ± 0.1 .

الحل

.1

pH	1.7	7.5	7.4	2.9	12.3

.2 $[H_3O^+]_a = 3.98\times10^{-4} molL^{-1}$ ، $[H_3O^+]_b = 1.26\times10^{-3} molL^{-1}$ ، $[H_3O^+]_c = 5\times10^{-9} molL^{-1}$

.3 التقريب المعطى هو: ±0.1 من الـ pH ومنه: $1,4 < pH < 1,6$

$[H_3O^+] = 10^{-1.4} = 3.98\times10^{-2} molL^{-1}$

$[H_3O^+] = 10^{-1.6} = 2,51\times10^{-2} mol.L^{-1} \approx 2,5\times10^{-2} mol.L^{-1}$

$(2,5\times10^{-2} < [H_3O^+] < 4,0\times10^{-2}) mol.L^{-1}$

تمرين**4**:

أعطى قياس pH محلول القيمة $pH = 4.3$.

1) أحسب تركيز المحلول بشوارد الهيدرونيوم.

2) عُرف الـ pH بتقريب 0.05 وحدة. أحسب الارتياب المطلق والارتياب النسبي على التركيز $[H_3O^+]$.

الحل

1) $\left[H_3O^+\right] = 10^{-pH} = 10^{-4.3} = 5.10^{-5} mol/L$

2) $\Delta pH = 0{,}05$ ومنه $pH = 4{,}30 \pm 0{,}05$ ومنه $4{,}25 < pH < 4{,}35$

3) حساب: $\Delta\left[H_3O^+\right]$ ، $\dfrac{\Delta\left[H_3O^+\right]}{\left[H_3O^+\right]}$

$\left[H_3O^+\right] = 10^{-4{,}25} = 5{,}62 \times 10^{-5} mol.L^{-1}$ ، $\left[H_3O^+\right] = 10^{-4{,}35} = 4{,}47 \times 10^{-5} mol.L^{-1}$

$\Delta\left[H_3O^+\right] = 1{,}15 \times 10^{-5} mol.L^{-1}$ ومنه: $\dfrac{\Delta\left[H_3O^+\right]}{\left[H_3O^+\right]} = \dfrac{1{,}15 \times 10^{-5}}{5{,}00 \times 10^{-5}} = 0{,}23 (23\%)$

تمرين5:

نرمز لحمض اللبن $C_3H_6O_3$ بـــ HA، يستعمل محلوله نظرا لخواصه البكتيرية.

لدينا محلول تجاري لحمض اللبن نسبته الكتلية $p = 85\%$ وكتلته الحجمية $\rho = 1{,}20 \times 10^3 g/L$. نحضر انطلاقا من S_0 محلولا S لحمض اللبن تركيزه C وحجمه $V = 1{,}00L$. من أجل ذلك نسكب حجما $V_0 = 5{,}0mL$ من المحول التجاري في $200mL$ من الماء الموجود في حوجلة عيارية سعتها $1{,}00L$ ثم نضيف كمية الماء اللازمة.

1ـ ما هو التركيز C لحمض اللبن في المحلول الناتج؟

2ـ أكتب معادلة تفاعل حمض اللبن مع الماء.

3ـ نسكب حجما V_1 في كأس بيشر ونقيس pH المحلول فنجد $pH = 2.57$.

a. بين أن نسبة التقدم النهائي لا يتعلق بالحجم V_1.

b. أحسب قيمته، هل التفاعل تام أم محدود؟

الحل:

1. تركيز حمض اللبن في المحلول:

لدينا: $c = n/V$ ، n كمية الحمض في الحجم V_0 وفي الحجم V للمحلول S :

$n = \dfrac{m}{M}$ ومنه: $c = \dfrac{m}{MV}$ ولدينا $\begin{cases} 85g \to 100g \\ m \longrightarrow m_0 = \rho v_0 \end{cases} \leftarrow m = \rho_0 v_0 p = \dfrac{\rho_0 v_0 85}{100}$

$c = \dfrac{m}{VM} = \dfrac{\rho_0 v_0 p}{VM} = \dfrac{1{,}20 \times 10^3 . 5{,}0 \times 10^{-3} . 0{,}85}{1{,}00 \times 90} = 0.057 mol.L^{-1}$

2ـ كتابة معادلة تفاعل حمض اللبن مع الماء: $HA_{(aq)} + H_2O_{(l)} = A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

3ـa) حساب نسبة التقدم النهائي τ لدينا : $\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}}$ لكن $x_f = n_f(H_3O^+) = \left[H_3O^+\right]_f . V_1$

$x_{max} = n_i(HA) = C.V_1$ كمية الحمض الابتدائية

ومنه: $\tau = \dfrac{\left[H_3O^+\right]_f . V_1}{CV_1} = \dfrac{\left[H_3O^+\right]_f}{C}$ فـــ τ لا علاقة له بالحجم V_1.

b) تسمح قيمة الـــ pH بحساب تركيز شوارد الاكسونيوم النهائية

$\left[H_3O^+\right] = 10^{-pH} = 10^{-2.57} = 2{,}7 \times 10^{-3} mol.L^{-1}$

$\tau = \dfrac{2{,}7 \times 10^{-3}}{0{,}057} = 0{,}047 \ (4{,}7\%)$

أي $4{,}7\%$ من حمض اللبن فقط تفاعلت مع الماء فالتفاعل محدود وليس تاما.

تمرين6:

نريد أن نعرف فيما إذا كان تفاعل حمض البروبانويك مع الماء تاما أو محدودا عن طريق القياس الـــ pH ــ متري وقياس الناقلية. حمض البروبانويك صيغته المجملة $C_3H_6O_2$ سائل في 25^0C .

نسكب في الماء $n_0 = 0{,}10mol$ من حمض البروبانويك النقي للحصول على $V_0 = 500{,}0mL$ لمحلول S_0 ، هذا المحلول كبير التركيز بالنسبة لقياسات النا قلية النوعية σ لذلك نحضر انطلاقا من المحلول S_0 محلولا S تركيزه بالمذ يب هو $C = 2{,}0 \times 10^{-3} mol.L^{-1}$ وحجمه $V = 1L$.

أعطى قياس pH المحلول S وناقليته النوعية σ عند الدرجة 25^0C : $\sigma = 3{,}58.10^{-3} Sm^{-1}$

و $pH = 3{,}8$. المعطيات: $\lambda_{H_3O^+} = 3{,}50 \times 10^{-2} Sm^2.mol^{-1}$ $\lambda_{C_3H_5O_2^-} = 3{,}58 \times 10^{-3} Sm^2.mol^{-1}$

1ـــ أعط الصيغة نصف مفصلة لحمض البروبانويك.

2 ـ تحمل بطاقة المحلول الحمضي التجاري S_0 المعلومات: $M = 74gmol^{-1}$.

$P = 99\%$ ، $\rho = 0{,}99g/mL$ أحسب الحجم الموافق لـــ n_0 ، وأحسب التركيز C_0 للمحلول S_0 .

3 ـ ما هو البروتوكول التجريبي المتبع لتحضير المحلول S من المحلول S_0 ؟

4 ـ أكتب معادلة تفاعل حمض البروبانويك مع الماء

5 ـ أنجز جدولا لتحول $2{,}0 \times 10^{-3} mol$ من الحمض في حجم من الماء للحصول على $V = 1L$ من المحلول S . نرمز للتقدم التفاعل عند التوازن x_f .ما قيمة التقدم الأعظمي x_{max} .

6 ـ بين أن $x_f = \left[H_3O^+\right]_{eq} . V$.

7 ـ انطلاقا من قيمة الـــ pH ، أحسب x_f ثم نسبة التقدم النهائي. الاستنتاج.

8 ـ أوجد العلاقة بين الناقلية النوعية σ للمحلول و الناقليات النوعية المولية الشاردية والحجم V والتقدم النها ئي x_f

9 ـ أحسب عن طريق قياس الناقلية x_f ثم نسبة التقدم النهائي. الاستنتاج.

10 ـ اعط جردا للأفراد المتواجدة في الحالة النهائية في المحلول.

الحل:

1ـ الصيغة النصف مفصلة للحمض: $CH_3 - CH_2 - CO_2H$

2ـ حساب الحجم الموافق لـ n_0 ثم التركيز C_0 : لدينا: $n_0 = \dfrac{\rho Vp}{M} \leftarrow m = \rho Vp$ ، $n_0 = \dfrac{m}{M}$ ومنه

$V = \dfrac{n_0.M}{\rho.p} = \dfrac{0{,}1 \times 74}{0{,}99 \times 0{,}99} = 7.55mL$ ، $C_0 = \dfrac{n_0}{V_0} \Leftarrow C_0 = \dfrac{0{,}1}{0{,}5} = 2{,}0 \times 10^{-2} mol L^{-1}$

3ـ إذا كان حجم المحلول المأخوذ من المحلول S_0 هو V_p وبتطبيق علاقة التمديد فإن:

$C_0.V_p = C.V$ ومنه: $V_p = \dfrac{C.V}{C_0} = \dfrac{2{,}0 \times 10^{-3} . 1{,}0}{2{,}0 \times 10^{-2}} = 10^{-1} l = 10mL$

البروتوكول التجريبي: نأخذ $10mL$ من حمض البروبانويك باستعمال ماصة سعتها $10mL$ مزودة بإجاصة المص ثم نسكبه في حوجلة عيارية سعتها $1L$ ، تحتوي أولا $200mL$ من الماء النقي ثم نكمل الحجم بالماء النقي إلى خط العيار ثم نرج الحوجلة لمجانسة المحلول.

4ـ كتابة معادلة تفاعل الحمض مع الماء: $C_3H_6O_{2(aq)} + H_2O_{(l)} = C_3H_5CO^-_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

5ـ إنجاز جدول التقدم:

المعادلة		$C_3H_6O_{2(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$	$=C_3H_5CO^-_{2(aq)}$	$+H_3O^+_{(aq)}$
ح !	0	n_i	بز	0	0
ح ن	x_f	$n_i - x_f$	بز	x_f	x_f

يكون التقدم أعظميا

$x_{max} = n_i(C_3H_5O_2) = 2.10^{-3} mol$

6ـ من الجدول الوصفي فإن:

$[H_3O^+]_f = \frac{n_f(H_3O^+)}{V} \Rightarrow x_f = [H_3O^+]_f .V$ ومنه $n_f(H_3O^+) = x_f$

7 _ لدينا: $pH = 3,8$ و منه $[H_3O^+]_f = 10^{-pH} = 10^{-3,8} = 1,6\times10^{-4} mol.L^{-1}$

$x_f = [H_3O^+]_f .V = 1,6\times10^{-4}.1 = 1,6\times10^{-4} mol$ وتكون نسبة التقدم النهائي:

$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{1,6\times10^{-4}}{2\times10^{-3}} = 8,0\times10^{-2}$ وبما أن $\tau < 1$ فالتحول محدود.

8_ العلاقة بين الناقلية النوعية σ والناقليات النوعية المولية والحجم V، والتقدم النهائي x_f:

$$\sigma = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+] + \lambda_{C_3H_5O_2^-}[C_3H_5O_2^-]$$

في الحالة النهائية لدينا $[H_3O^+]_f = [C_3H_5O_2^-] = \frac{x_f}{V}$

$$\sigma = (\lambda_{H_3O^+} \lambda_{C_3H_5O_2^-})\frac{x_f}{V} \to x_f = \frac{V.\sigma}{(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{C_3H_5O_2^-})}$$

9_ $x_f = \frac{10^{-3}.3.58\times10^{-3}}{(3.50\times10^{-2} + 3.58\times10^{-3})} \Rightarrow x_f = 9.3\times10^{-5} mol$

حيث: $(V = 1L = 10^{-3}m^3)$ $\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{9.3\times10^{-5}}{2\times10^{-3}} = 4.65\times10^{-2} \approx 4.7\times10^{-2}$

10_ الأفراد المتواجدة في المحلول هي: $C_3H_6O_{2(aq)}, H_2O, C_3H_5CO^-_{2(aq)}, H_3O^+_{(aq)}$

تمرين 7:

محلول مائي لحمض ثنائي كلورو ايثانويك $CHCl_2-COOH_{(aq)}$ تركيز ه $C = 1,00\times10^{-3}mol.L^{-1}$ له $pH = 3,1$.	1_ أكتب معادلة تفاعل الحمض مع الماء. 2_ حدد فيما إذا كان التفاعل تاما أو محدودا. 3_ ما الأنواع الكيميائية المتواجدة في المحلول في الحالة النهائية؟

الحل:

1) معادلة تفاعل الحمض مع الماء: $CHCl_2CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CHCl_2CO^-_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

2) ننجز جدولا لتقدم التفاعل:

المعادلة		$CHCl_2CO_2H_{(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$	$= CHCl_2CO^-_{2(aq)}$	$+H_3O^+_{(aq)}$
ح ج	التقدم	كميات المادة بالمول			
ح ا	0	n_i	بز	0	0
ح ن	x_f	$n_i - x_f$	بز	x_f	x_f

يلعب الماء دور مذيب ومتفاعل أيضا بالزيادة وحمض داي كلورو ايثانويك هو المتفاعل المحد ومنه: $n_i - x_{max} = 0$ ، $n_i = CV = x_{max}$

$$n(H_3O^+) = x_f \to [H_3O^+] = \frac{x_f}{V} \to x_f = [H_3O^+].V$$

$x_f = 10^{-pH}V = 10^{-3.1}V$ ، $\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{7.9\times10^{-4}V}{1\times10^{-3}V} = 0,79 < 1$ تفاعل غير تام

3) تتواجد أفراد المعادلة الأربعة في المحلول.

تمرين 8:

ان pH محلول مائي لحمض فوق الكلور $HClO_4$ تركيزه $C_{HClO_4} = 2,0\times10^{-3}mol.L^{-1}$ هو 2,7

1_ أكتب معادلة التفاعل بين الحمض و الماء.

2_ بين أنه من أجل حجم V للمحلول فإن: $\tau = 10^{-pH}/C_{HClO_4}$.

3_ بين أن التحول تام.

الحل

1) كتابة معادلة التفاعل: $HClO_{4(aq)} + H_2O_{(l)} = ClO^-_{4(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

2) البرهنة على أن: $\tau = 10^{-pH}/C$ من أجل حجم V

ننجز جدولا لوصف تقدم التفاعل: $n_i = CV$

المعادلة		$HClO_{4(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$	$= ClO^-_{4(aq)}$	$+H_3O^+_{(aq)}$
ح ج	التقدم	كميات المادة بالمول			
ح ا	0	n_i	بز	0	0
ح ن	x_f	$n_i = x_f$	بز	x_f	x_f

يكون التقدم الأعظمي $CV - x_{max} = 0$ ومنه: $CV = x_{max}$

لدينا $[H_3O^+]_f = \frac{x_f}{V}$ وم نه

$x_f = [H_3O^+]_f.V = 10^{-pH}.V$

وتكون نسبة التقدم النهائي : $\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]V}{CV} = \frac{10^{-pH}}{C}$

3_ تحديد فيما إذا كان التفاعل تاما: $\tau = \frac{10^{-pH}}{C} = \frac{10^{-2.7}}{2\times10^{-3}} = \frac{2.99\times10^{-3}}{2\times10^{-3}} = 0.995 \approx 1$

فالتفاعل تام.

تمرين 9:

أعطى قياس pH محلول حمض تحت كلور $HClO_{(aq)}$ تركيزه $C_{HClO} = 1,0\times10^{-2}moll^{-1}$ ، القيمة $pH = 4,7$.	1_ أكتب معادلة التفاعل. 2_ أحسب نسبة التقدم النهائي وبين أن التحول محدود.

الحل:

1) كتابة معادلة التفاعل: $HClO_{(aq)} + H_2O_{(l)} = ClO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

2) حساب معدل التقدم النهائي τ:

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]V}{CV} = \frac{10^{-pH}.V}{CV} = \frac{10^{-4.7}}{1,0\times10^{-2}}$$

$\tau = \frac{1.99\times10^{-5}}{1\times10^{-2}} = 2.0\times10^{-3} < 1$ فالتفاعل محدود.

تمرين 10:

الخل هو محلول مائي لحمض الايثانويك تركيزه $C = 10molL^{-1}$ وناقليته النوعية $\sigma = 165mSm^{-1}$.

1. أنجز جدولا وصفيا لتفاعل الحمض مع الماء.
2. عبر عن الناقلية النوعية σ بدلالة حجم المحلول V والتقدم النهائي x_f للتفاعل والناقليات المولية النوعية. استنتج العبارة الحرفية لـ x_f.
3. حدد عبارة نسبة التقدم النهائي بدلالة التركيز المولي للمحلول وحجم المحلول V.
4. حدد العبارة الحرفية لنسبة التقدم النهائي للتفاعل واحسب قيمته. الاستنتاج.

الحل:

1) معادلة التفاعل وإنجاز جدول التقدم:

المعادلة		$C_3HCO_2H_{(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$	$= C_3HCO^-_{2(aq)}$	$+H_3O^+_{(aq)}$
ح ج	التقدم	كميات المادة بالمول			
ح ا	0	n_i	بز	0	0
ح ن	x_f	$n_i - x_f$	بز	x_f	x_f

2) إيجاد عبارة σ بدلالة

$\lambda_{CH_3CO_2^-}$ ، $\lambda_{H_3O^+}$ ، x_f ، V

لدينا $\sigma = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+] + \lambda_{CH_3CO_2^-}[CH_3CO_2^-]$

ومنه $x_f = [H_3O^+]V = [CH_3CO_2^-]V \rightarrow \sigma(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3CO_2^-})\frac{x_f}{V}$ ، $x_f = \frac{\sigma V}{(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3CO_2^-})}$

3) حمض ايثانويك هو المتفاعل المحد والماء متفاعل بالزيادة ومنه

$CV - x_{max} = 0 \rightarrow x_{max} = CV = n_i(CH_3CO_2)$

4) نسبة التقدم النهائي τ للتفاعل: $\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{\sigma.V}{(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3COO^-})CV} = \frac{\sigma.}{(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3COO^-})C}$

$\tau = \frac{165\times10^{-3}}{1,0\times10^{3}(349,8+40,9)10^{-4}} = 4,2\times10^{-2}$ ، بما أن $\tau << 1$ فالتفاعل غير تام.

تمرين 11

تعتبر محلولا لحمض ضعيف HA تركيزه $10^{-2} mol L^{-1}$

1 – ذكر بتعريف كل من الحمض والأساس حسب برونشتد .

2 – أكتب معادلة تفاعل الحمض مع الماء و حدد الثنائيتين الداخلتين في التفاعل .

3 – أعط تعريف pH محلول مائي واذكر التجهيز اللازم لقياسه وما هي الاحتياطات التي يجب أخذها في الاعتبار ؟

4 – انجز جدولا لتقدم التحول بعد التذكير بتعريف التقدم ووحدته .

5 – أعطى قياس pH محلول الحمض $pH = 3.5$ أحسب التقدم النهائي للتفاعل من أجل $1L$ من المحلول و حدد حقيقة لماذا تفاعل الحمض HA مع الماء ضعيف؟

الحل :

1–الحمض نوع كيميائي بإمكانه التخلي على بروتون أو أكثر

الأساس هو نوع كيميائي بإمكانه اكتساب بروتون أو أكثر

2– معادلة التفاعل : $HA_{(aq)} + H_2O_{(l)} = H_3O^+_{(aq)} + A^-_{(aq)}$

الثنائيتان الداخلتان في التفاعل هما : $H_3O^+/H_2O, HA/A^-$.

3– تعريف pH : من أجل محاليل غير المركزة والتي تركيزها أقل $10^{-1} mol/L$ فإن $pH = -\log[H_3O^+]$ ، يقاس pH محلول بجهاز الـ pH – متر بعد ضبطه بواسطة المحاليل العيارية.

4 – انجاز جدول التقدم:

المعادلة		$HA_{(aq)}$	$+ H_2O_{(l)}$	$= H_3O^+_{(aq)}$	$+ A^-_{(aq)}$
ح	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح ا	0	$n = CV$	بزيادة	0	0
ح ت	x	$CV - x$	بز	x	x
ح ن	x_f	$CV - x_f$	بز	x_f	x_f

تقدم التفاعل يوافق كمية التحول المجهري لـ HA التي أعطت A^- من جدول التقدم $n(H_3O^+)_f = x_f$ و بالتالي :

$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-3.5} = 3.10^{-4} mol.L^{-1}$

ولدينا $[H_3O^+]_f = \frac{x_f}{V}$ حيث V حجم المحلول ومنه $x_f = [H_3O^+]_f.V = 3.10^{-4}.1 = 3.10^{-4} mol$

5ــ حساب نسبة التقدم النهائي وإثبات أن HA ضعيف:

$\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$ ، $x_{max} = CV = 10^{-2}.1 = 10^{-2} L$

$\tau = \frac{3.10^{-4}}{10^{-2}} = 3.10^{-2} = 3\%$ ⟸ $(\tau < 1)$ و منه فالحمض ضعيف .

تمرين 12

تعتبر محلولا (S_1) لغاز النشادر لمولي $C_1 = 0.10 mol.L^{-1}$ و قيمة الــ $pH = 11.1$

1 – أكتب معادلة تفاعل غاز النشادر NH_3 مع الماء

2 – بين أن NH_3 لا يتفاعل كليا مع الماء

3 – اقترح طريقة تمكن من تحضير محلول (S_2) لغاز النشادر حجمه $V_2 = 100ml$ و تركيزه المولي $C_2 = 2.5.10^{-2} mol.L^{-1}$ و هذا انطلاقا من V_1 و (S_1)

4 – إذا كان pH المحلول (S_2) يساوي 10.8 عين النسبة النهائية لتقدم التفاعل في المحلول (S_2)

5 – ماذا يمكن القول عن تأثير عملية التمديد على تفاعل NH_3 مع الماء ؟

يعطى الثنائية : (NH_4^+/NH_3)

الحل

1 – معادلة التفاعل : $NH_{3(aq)} + H_2O_{(l)} = NH^+_{4(aq)} + HO^-_{(aq)}$

2 – إثبات أن NH_3 لايتفاعل كليا مع الماء أي أساس ضعيف: لدينا : $\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$ حيث :

$x_{max} = C_1V$ ، $[HO^-] = K_e/[H_3O^+] = 10^{-2.9} mol L^{-1}$ ، $x_f = n(HO^-)_f = [HO^-]_f.V$

ومنه: $\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[HO^-]_f V}{C_1V} = \frac{[HO^-]_f}{C_1} = \frac{10^{-2.9}}{10^{-1}} = 10^{-1.9} = 1.25\%$

3 – اقتراح طريقة تمكن من تحضير محلول (S_2) لغاز النشادر حجمه $V_2 = 100mL$ و تركيزه المولي $C_2 = 2.5.10^{-2} mol.L^{-1}$ و هذا انطلاقا من V_1 و (S_1) :بتطبيق علاقة التمديد

نجد: $C_1V_1 = C_2V_2$: $V_1 = \frac{C_2V_2}{V_1} = \frac{2.5\times10^{-2}.100}{10^{-1}} = 25mL$ أي نأخذ $25mL$ من المحلول S_1 ونضعه في حوجلةعيارية سعتها $100mL$ ثم نضيف إليها الماءالمقطرحتى خط العيار.

4 –تعيين نسبة النهائية لتقدم التفاعل في المحلول (S_2) :بنفس الطريقة كما في السؤال2فإن:

$\tau_2 = \frac{[HO^-]_f}{C_2} = \frac{10^{-3.2}}{2.5\times10^{-2}} = \frac{10^{-1.2}}{2.5} = 2.25\%$

5 –تأثير عملية التمديد على تفاعل NH_3 مع الماء:بماأن $\tau_2 > \tau_1$ فإن نسبة التقدم تزداد بفعل التمديدأي يزدادتفكك النشادر في الماء.

تمرين 13:

نحضر حجما $V = 100mL$ لمحلول مائي لحمض الآزوت تركيزه $C_{HA} = 3,0\times10^{-2} mol L^{-1}$ ، له $pH = 1,5$

1ــ a) أعط صيغة حمض الآزوت.

b) أكتب معادلة تفاعل الحمض مع الماء وحدد الثنائية حمض–أساس الداخلة في التفاعل.

2ــ a) أحسب تركيز المحلول بشوارد الأكسونيوم.

b- قيس الــ pH ،بارتياب قدره ±0,1 وحدة،

بأخذ هذا الارتياب بعين الاعتبار أعط تأطيرا لشوارد الأكسونيوم.

3ــ أعط عبارتي التقدم الأعظمي للتقدم في حالة التوازن ونسبة التقدم النهائي بدلالة C_{HA} والــ pH وحجم المحلول.

4ــ a) أحسب قيمة نسبة التقدم النهائي.

b) استنتج فيما إذا كان التحول تاما أومحدودا.

الحل

b) كتابة معادلة تفاعل الحمض مع الماء: $HNO_{3(aq)} + H_2O_{(l)} = NO^-_{3(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

الثنائيتان حمض–أساس الداخلتان في التفاعل هما: HNO_3 / NO_3^- و H_3O^+ / H_2O

2– a) لدينا $pH = 1,5$ ومنه $\left[H_3O^+\right] = 10^{-pH} = 10^{-1,5} = 3.16\times10^{-2}\,molL^{-1}$

b) $\Delta pH = 0,1$ ومنه $1,4 \le pH \le 1,6$

$$\left.\begin{aligned} pH = 1.4 \rightarrow \left[H_3O^+\right] = 10^{-1,4} = 3,98\times10^{-2}\,mol.L^{-1} \\ pH = 1.6 \rightarrow \left[H_3O^+\right] = 10^{-1,6} = 2.51\times10^{-2}\,mol.L^{-1} \end{aligned}\right\} 2.5\times10^{-2} \le \left[H_3O^+\right] \le 3.98\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$$

3– ننجز جدولا لتقدم التفاعل لإيجاد عبارات: τ، x_{max}، x_f:

المعادلة		$HNO_{3(aq)}$	$+ H_2O_{(l)}$	$= NO^-_{3(aq)}$	$+ H_3O^+_{(aq)}$
ح ح	التقدم	كميات المادة بالمول			
ح إ	0	n_i	بز	0	0
ح ن	x_f	$n_i - x_f$	بز	x_f	x_f

المتفاعل المحد هو حمض الأزوت

ومنه: $n_i - x_{max} = 0 \rightarrow n_i = n_{max} = CV$

$$x_f = n(H_3O^+)_f = \left[H_3O^+\right]_f V = 10^{-pH}V \rightarrow \tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{\left[H_3O^+\right]_f V}{CV} = \frac{10^{-pH}}{C}$$

4– a) حساب τ: $\tau = \dfrac{10^{-1,5}}{3,00\times10^{-2}} = \dfrac{3,16\times10^{-2}}{3,00\times10^{-2}} = 1,05$ فالتفاعل تام.

تمرين14:

إن التحول حمض–أساس لحمض البيوتانويك $CH_3 - CH_2 - CH_2 - COOH_{(aq)}$ مع الماء محدود بينما تفاعل حمض الأزوت مع الماء تام.

أعد كيميائي قارورتين تحملان البطاقتين B, A للحمضين لهما نفس التركيز C ثم تمديد المحلولين 100 مرة وسماهما B', A' و قاس pH المحاليل B', A', B, A فحصل على النتائج التالية:

$pH_A = 3,4$ ، $pH_{A'} = 4,4$ ، $pH_B = 2,0$ ، $pH_{B'} = 4,0$

1 – أكتب معادلتي تفاعلي الحمضين مع الماء.

2 – أعط تعريفا لـ pH المحلول.

3 – أحسب تركيز شوارد الأكسونيوم في كل محلول.

4 – بين أنه من أجل حمض الأزوت فإن pH المحلول الممدد يجب أن يكون $pH_{dilué} = pH_{mère} + 2$

5 – استنتج طبيعة الحمضين المنحلين في المحلولين B, A ثم قيمة C.

6 – أعط عبارات نسبة التقدم النهائي في المحاليل الأصلية ثم الممددة بدلالة C و $\left[H_3O^+\right]_{eq}$ هل يتدخل الحجم V في عبارة τ ؟

7 – أحسب نسبة التقدم النهائي للتفاعلات الكيميائية في المحاليل B', A', B, A.

الحل:

1) كتابة معادلتي تفاعلي الحمضين مع الماء.

$$CH_3 - (CH_2)_2 - CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3 - (CH_2)_2 - CO^-_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

$$HNO_{3(aq)} + H_2O_{(l)} = NO^-_{3(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2 تعريف الـ pH: يرتبط pH محلول بتركيز شوارد الأكسونيوم في المحلول بالعلاقة: $pH = -\log\left[H_3O^+\right]$.

3) حساب تركيز شوارد الأكسونيوم في كل محلول B', A', B, A:

$\left[H_3O^+\right]_A = 10^{-pH_A} = 10^{-3,4} = 3,98\times10^{-4}\,molL^{-1}$ ، $\left[H_3O^+\right]_{A'} = 10^{-pH_{A'}} = 10^{-4,4} = 3,98\times10^{-5}\,molL^{-1}$

4) بما أن تفاعل حمض الأزوت مع الماء تام $pH_{B(mère)} = 2$ و $pH_{B(dilué)} = 4$

ومنه فإن $pH_{dilué} = pH_{mère} + 2$

5) المحلول A هو لمحلول حمض البيوتانويك و B هو لمحلول حمض الأزوت

بما أن B يمثل حمض الأزوت:

$$\Rightarrow C = \left[H_3O^+\right] = 10^{-pH_B} = 10^{-2,0} = 1,0\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$$

6 – $x_{max} = CV$ و $\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}}$ $\quad x_f = n(H_3O^+)_f = \left[H_3O^+\right]_f V$

ومنه: $\tau_{A'} = \dfrac{10^{-pH_{A'}}}{C_{A'}}$ ، $\tau_{B'} = \dfrac{10^{-pH_{B'}}}{C_{B'}}$ و $\tau_B = \dfrac{10^{-pH_B}}{C_B}$ لا يتدخل V في عبارة τ

فإن $\left[H_3O^+\right]_{mère} = \left[HNO_3\right]_{mère} = C$

7 – حساب نسبة التقدم النهائي للمحاليل:

$$\tau_A = \frac{10^{-pH_A}}{C} = \frac{3,98\times10^{-4}}{1,0\times10^{-2}} = 3,98\times10^{-2} ، \tau_{A'} = \frac{10^{-pH_{A'}}}{C} = \frac{3,98\times10^{-5}}{1,0\times10^{-4}} = 3,98\times10^{-1}$$

$$\tau_B = \frac{10^{-pH_B}}{C} = \frac{1,0\times10^{-2}}{1,0\times10^{-2}} = 1 ، \tau_{B'} = \frac{10^{-pH_{B'}}}{C} = \frac{10^{-4}}{10^{-4}} = 1$$

تمرين15: (بكالوريا أجنبية جوان 2004)

I. الأسبرين هو الدواء الأكثر استهلاكا في العالم، يتواجد الأسبرين على شكل (أقراص بسيطة، أقراص فوارة، مسحوق،...) كلها تحتوي على حمض أستيل ساليسيليك، المادة الأساسية المؤثرة فيه، يرمز لهذا الحمض HA وشاردة أستيل ساليسيلات A^-.

نريد دراسة سلوك هذا الحمض في المحلول المائي.

المعطيات: الناقليات النوعية المولية الشاردية في 25^0C:

الكتلة المولية للحمض HA: $M = 180gmol^{-1}$

نذيب كتلة من الحمض النقي لتحضير حجم $V_S = 500,0mL$ لمحلول مائي لحمض أستيل ساليسليك نرمز له S تركيزه المولي $C_S = 5,55\times10^{-3}mol.L^{-1}$.

نحسب في الجزأين I و II التقدم النهائي للتفاعل بتقنيتين مختلفتين وفي الجزء الثالث III ندرس دقة الطريقتين:

I – دراسة التحول الكيميائي عن طريق قياس الـ pH.

أعطى قياس pH المحلول S عند التوازن وفي الدرجة 25^0C القيمة $pH = 2,9$.

1) حدد عند التوازن تركيز $\left[H_3O^+\right]_{eq}$ في المحلول S المحضر.

2) أكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحول الكيميائي بين الحمض HA والماء.

3) حدد التقدم النهائي x_f للتفاعل.

4) حدد التقدم الأعظمي x_{max} للتفاعل.

5) أحسب نسبة التقدم النهائي للتحول المدروس.

II – نقيس الناقلية النوعية للمحلول S بواسطة جهاز قياس الناقلية

فنجد $\sigma_{eq} = 44mSm^{-1}$، وترتبط الناقلية النوعية للمحلول بالشوارد التي يحتويها بالناقليات النوعية المولية الشاردية بالعلاقة: $\sigma_{eq} = \lambda_{H_3O^+}\left[H_3O^+\right]_{eq} + \lambda_{A^-}\left[A^-\right]_{eq}$. بتقريب $1mSm^{-1}$.

إن قيم الـ pH محصورة بين 2,8 و3,0 وقيم الناقلية النوعية بين $43mSm^{-1}$ و $45mSm^{-1}$ والجدول التالي يشير إلى قيم التقدم النهائي المحسوبة من أجل مختلف قيم الـ pH والناقليةالنوعية(آخر التمرين).

1ـ عبر عن التقدم النهائي x_f للتفاعل بين الحمض HA والماء بدلالة σ، والناقليات المولية الشاردية والحجم V_S.

2 ـ استنتج قيمة x_f.

3 ـ أحسب التراكيز المولية للأنواع HA, H_3O^+, A^-.

4 ـ حدد نسبة التقدم النهائي τ للتفاعل.

III ـ دقة التقنيتين المستعملتين: القياس الـ pH ـ متري، وقياس الناقلية.

يعطى الـ pH ـ متر المستعمل قيم pH بتقريب 0,1 وحدة عن الـ pH وجهاز قياس الناقلية يعطي قيم الناقلية النوعية أعط استنتاجا مختصرا على دقة التقنيتين بدون إجراء أي حساب على الارتياب النسبي

	pH		$\sigma(mSm^{-1})$	
	2.8	3	43	45
$x_f 10^{-4}mol$	7.9	5.0	5.6	5.8

الحل:

I.1) تحديد تركيز $H_3O^+_{eq}$: $\left[H_3O^+\right]_{eq} = 10^{-pH} = 10^{-2.9} = 1,26\times10^{-3}mol.L^{-1}$

2) كتابة معادلة تفاعل الحمض مع الماء: $HA_{(aq)} + H_2O_{(l)} = A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

3) حساب التقدم النهائي للتفاعل: $x_f = \left[H_3O^+\right]_f V = 1,26\times10^{-3}\times0,5 = 6,3\times10^{-4}mol$

4) حساب التقدم الأعظمي x_{max}:

$$n_i(HA) = x_{max} = CV = 5,55\times10^{-3}\times0,5 = 2,775\times10^{-3}mol$$

5) حساب نسبة التقدم النهائي للتفاعل: $\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{6,30\times10^{-4}}{2,775\times10^{-3}} = 2,27\times10^{-1} \approx 0,23$

بما أن $\tau < 1$ فالتفاعل غير تام.

II. 1) التعبير عن التقدم x_f بدلالة σ_{eq}، والناقليات المولية الشاردية والحجم V_S: لدينا

$\sigma_{eq} = \lambda_{H_3O^+}\left[H_3O^+\right]_{eq} + \lambda_{A^-}\left[A^-\right]_{eq}$ و $\left[H_3O^+\right]_{eq} = \left[A^-\right]_{eq} = \frac{x_f}{V_S}$ ومنه $\sigma_{eq} = (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{A^-})\frac{x_f}{V_S}$

2) استنتاج قيمة x_f: $x_f = \frac{\sigma_{eq}V_s}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{A^-}} = \frac{44\times0.5\times10^{-3}}{35.5+3.6} = 5.7\times10^{-4}mol$

3-حسا التراكيز المولية للأنواع: $H_3O^+\ A^-\ HA$

$\left[H_3O^+\right]_{eq} = \frac{x_f}{V} = \frac{5.7\times10^{-4}}{0.5} = 1.14\times10^{-3}molL^{-1}$ ، $\left[H_3O^+\right] = \left[A^-\right] = 1.14\times10^{-3}molL^{-1}$

$\frac{n(HA)}{V} = \frac{n_i(HA)}{V} - \frac{x_f}{V}$ ومنه: $[HA]_{eq} = [HA]_i - \left[H_3O^+\right]_{eq}$

$$[HA]_{eq} = 5,55\times10^{-3} - 1,14\times10^{-3} = 4,41\times10^{-3}molL^{-1}$$

4) نسبة التقدم النهائي:

$$\left.\begin{array}{l} x_f = \sigma.V/\lambda_{H_3O^+} \\ x_{max} = C.V \end{array}\right\} \rightarrow \tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{\sigma V}{CV(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{A^-})} = \frac{44}{5.55(35+3.6)} \approx 0.21$$

III. بالنظر إلى النتائج المدونة في الجدول المرفق والنتائج المحصل عليها فإن الدقة في التقنيتين المستعملتين متقاربة.

كسر التفاعل وثابت التوازن الكيميائي

I. كسر التفاعل:

تعريف: نعتبر جملة كيميائية تخضع لتحول كيميائي ينمذج بالمعادلة : $aA_{(aq)} + bB_{(aq)} = cC_{(aq)} + dD_{(aq)}$ المتفاعلات والنواتج كلها في محلول مائي.

تعرف كسر التفاعل Q_r في لحظة ما أثناء تطور الجملة بالعلاقة: $Q_r = \frac{[C]^c[D]^d}{[A]^a[B]^b}$

التراكيز $[A]$، $[B]$، $[C]$، $[D]$ يعبر عنها بالمول/اللتر ($mol.L^{-1}$) و Q_r بدون وحدة إصطلاحا.

تطبيق:

تتكون جملة كيميائية حجمها $V = 20mL$ من $2,0\times10^{-4}mol$ من شوارد اليود I^- و $5,0\times10^{-5}mol$ من شوارد فوق أكسيد ثنائي كبريتات $S_2O_8^{2-}$، هذه الجملة مقر لتحول كيميائي بطيء معادلته:

$$2I^-_{(aq)} + S_2O_8^{2-}{}_{(aq)} = I_{2(aq)} + S_2O_2^{2-}{}_{(aq)}$$

1ـ اعط عبارة كسر التفاعل.

2 ـ عبر عن تراكيز المتفاعلات والنواتج بدلالة تقدم التفاعل x وبكميات مادتها، واستنتج عبارة Q_r بدلالة x.

3 ـ أحسب كسر التفاعل في الحالتين الابتدائية $Q_{r,i}$ وعند زمن نصف التفاعل $Q_{r,t_{1/2}}$ علما أن التقدم عند زمن نصف التفاعل $x_{t_{1/2}} = 2,5\times10^{-5}mol$

الحل:

1) عبارة Q_r: $Q_r = \frac{[I_2]\left[SO_4^{2-}\right]^2}{\left[I^-\right]^2.\left[S_2O_8^{2-}\right]}$

2ـ التعبير عن التراكيز و Q_r بدلالة التقدم x:

ننجز جدولا لتقدم التفاعل

المعادلة		$2I^-_{(aq)} + S_2O_8^{2-}{}_{(aq)} = I_{2(aq)} + 2SO_4^{2-}{}_{(aq)}$			
ح ح	التقدم	كميات المادة بالمول			
ح إ	0	n_1	n_2	0	0
ت	x	n_1-2x	n_2-x	x	2x

النواتج: $\left[S_2O_8^{2-}\right] = \frac{2x}{V}$ و $[I_2] = \frac{x}{V}$

المتفاعلات: $\frac{n_2(S_2O_8^{2-}) - x}{V}$ ، $\left[I^-\right] = \frac{n_1(I^-) - 2x}{V}$

كسر التفاعل: $Q_r = \frac{x(2x)^2}{(n_1(I^-)-2x)^2(n_2(S_2O_8^{2-})-x)} = \frac{4x^3}{(n_1(I^-)-2x)(n_2(S_2O_8^{2-})-x)}$

3ـ حساب $Q_{r,i}$: في الحالة الابتدائية $(x = 0)$ $Q_{r,i} = 0$

ـ عند زمن نصف التفاعل: $Q_r = \frac{4(2,5\times10^{-5})^3}{(2\times10^{-4} - 0,5\times10^{-4})(2,5\times10^{-5})} = 0,116 \approx 0,12$

- **حالة المذيب:** كثيرا ما يكون الماء متفاعلا ومذيبا في آن واحد فهو يمثل في كسر التفاعل بالرقم1، فالجملة المكونة من الحمض HA المتفاعل مع الماء وفق معادلة التفاعل:

$HA_{(aq)} + H_2O_{(l)} = A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$ فنسبة التفاعل تكتب: $Q_r = \frac{\left[A^-\right]\left[H_3O^+\right]}{[HA]}$

- **حالة الجملة التي تحتوي أجساما صلبة:**

في حالة التحول الذي تدخل فيه الأجسام الصلبة كمتفاعلات أو نواتج، تمثل هذه الأجسام الصلبة في كسر التفاعل اصطلاحا بالرقم1.

كسر التفاعل وثابت التوازن الكيميائي

I. كسر التفاعل:

تعريف: نعتبر جملة كيميائية تخضع لتحول كيميائي ينمذج بالمعادلة : $aA_{(aq)} + bB_{(aq)} = cC_{(aq)} + dD_{(aq)}$ المتفاعلات والنواتج كلها في محلول مائي.

تعرف كسر التفاعل Q_r في لحظة ما أثناء تطور الجملة بالعلاقة:

$$Q_r = \frac{[C]^c[D]^d}{[A]^a[B]^b}$$

التراكيز $[A]$، $[B]$، $[C]$، $[D]$ يعبر عنها بالمول/اللتر ($mol.L^{-1}$) و Q_r بدون وحدة إصطلاحا.

تطبيق:

تتكون جملة كيميائية حجمها $V = 20mL$ من $2,0\times10^{-4}mol$ من شوارد اليود I^- و $5,0\times10^{-5}mol$ من شوارد فوق أكسيد ثنائي كبريتات $S_2O_8^{2-}$، هذه الجملة مقر لتحول كيميائي بطيء معادلته:

$$2I^-_{(aq)} + S_2O^{2-}_{8\,(aq)} = I_{2(aq)} + S_2O^{2}_{2\,(aq)}$$

1ـ أعط عبارة كسر التفاعل.

2 ـ عبر عن تراكيز المتفاعلات والنواتج بدلالة تقدم التفاعل x وبكميات مادتها، واستنتج عبارة Q_r بدلالة x.

3 ـ أحسب كسر التفاعل في الحالتين الابتدائية $Q_{r,i}$ وعند زمن نصف التفاعل $Q_{r,t_{1/2}}$ علما أن التقدم عند زمن نصف التفاعل $x_{t_{1/2}} = 2.5\times10^{-5}mol$

الحل:

1) عبارة Q_r:

$$Q_r = \frac{[I_2][SO_4^{2-}]^2}{[I^-]^2.[S_2O_8^{2-}]}$$

2ـ التعبير عن التراكيز و Q_r بدلالة التقدم x:

ننجز جدولا لتقدم التفاعل

المعادلة		$2I^-_{(aq)}$	$+S_2O^{2-}_{8\,(aq)}$	$=I_{2(aq)}$	$+2SO^{2-}_{4\,(aq)}$
ح ح	التقدم	كميات المادة بالمول			
ح ا	0	n_1	n_2	0	0
ح ن	x	n_1-2x	n_2-x	x	$2x$

النواتج: $[I_2] = \frac{x}{V}$ ، $[S_2O_8^{2-}] = \frac{2x}{V}$

المتفاعلات: $[I^-] = \frac{n_1(I^-)-2x}{V}$ ، $\frac{n_2(S_2O_8^{2-})-x}{V}$

كسر التفاعل:

$$Q_r = \frac{x(2x)^2}{(n_1(I^-)-2x)^2(n_2(S_2O_8^{2-})-x)} = \frac{4x^3}{(n_1(I^-)-2x)(n_2(S_2O_8^{2-})-x)}$$

3ـ حساب $Q_{r,i}$: في الحالة الابتدائية $(x=0)$ $Q_{r,i} = 0$

ـ عند زمن نصف التفاعل:

$$Q_r = \frac{4(2,5\times10^{-5})^3}{(2\times10^{-4}-0,5\times10^{-4})(2,5\times10^{-5})} = 0,116 \approx 0,12$$

- **حالة المذيب:** كثيرا ما يكون الماء متفاعلا ومذيبا في آن واحد فهو يمثل في كسر التفاعل بالرقم1، فالجملة المكونة من الحمض HA المتفاعل مع الماء وفق معادلة التفاعل: $HA_{(aq)} + H_2O_{(l)} = A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$ فنسبة التفاعل تكتب:

$$Q_r = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]}$$

- **حالة الجملة التي تحتوي أجساما صلبة:**

في حالة التحول الذي تدخل فيه الأجسام الصلبة كمتفاعلات أو نواتج، تمثل هذه الأجسام الصلبة في كسر التفاعل اصطلاحا بالرقم1.

$$x_f = n_f(H_3O^+) = [H_3O^+]_{eq}.V$$
$$x_{max} = n_i(HA) = CV$$
$$\tau = \frac{[H_3O^+]_{eq}}{C}$$

في المحلول S_1: $\tau_1 = \frac{8,77\times10^{-4}}{5,0\times10^{-2}} = 1,8\times10^{-2}$

في المحلول S_2: $\tau_2 = \frac{2,79\times10^{-3}}{5,0\times10^{-2}} = 5,6\times10^{-2}$

تتوقف نسبة التقدم النهائي على ثابت التوازن رغم أن الحمضين لهما نفس التركيز الابتدائي.

تطبيق2:

إليك جدول لقيم الناقلية النوعية الموافقة لتراكيز مختلفة لحمض الإيثانويك

ـ ما قيمة نسبة التقدم النهائي لتفاعل الحمض مع الماء في كل حالة وهل يتوقف على الحالة الابتدائية؟

$C(mol.l^{-1})$	$\sigma(Sm^{-1})$
$5.0.10^{-2}$	$3.43.10^{-2}$
$1.0.10^{-2}$	$1.53.10^{-2}$
5.10^{-3}	$1.07.10^{-2}$

الحل:

من التطبيق السابق فإن $\tau = \frac{[H_3O^+]_{eq}}{C}$

حيث: $[H_3O^+] = \frac{\sigma}{\Lambda_{CH_3CO_2^-} + \Lambda_{H_3O^+}}$

نحسب تراكيز شوارد الأكسونيوم

ونرتب النتائج في الجدول التالي: تتوقف نسبة التقدم النهائي على الحالة الابتدائية للجملة.

$C(mol.l^{-1})$	$[H_3O^+]_{eq}\ (mol.L^{-1})$	τ
$5.0.10^{-2}$	$0.88.10^{-3}$	0.008
$1.0.10^{-2}$	$0.39.10^{-3}$	0.039
5.10^{-3}	$0.27.10^{-3}$	0.054

تمارين

تمرين1:

استنتج معادلة التفاعل انطلاقا من عبارة كسر التفاعل

$$1-Q_r = \frac{[CH_3CO_2^-][HCO_2H]}{[HCO_2^-][CH_3CO_2H]}$$

$$2-Q_r = \frac{[HCO_2^-][H_3O^+]}{[HCO_2H]} \quad 3-Q_r = \frac{[Al^{3+}]^2}{[Cu^{2+}]^3} \quad 4-Q_r = \frac{1}{[Ag^+][Cl^-]}$$

الحل:

$$1)HCO^-_{2(aq)} + CH_3CO_2H_{(aq)} = HCOH_{(aq)} + CH_3CO^-_{2(aq)}$$

$$2)HCO_2H_{(aq)} + H_2O_{(aq)} = HCO^-_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

$$3)2Al_{(S)} + 3Cu^{2+}_{(aq)} = 2Al^{3+}_{(aq)} + 3Cu_{(S)}$$

$$4)Ag^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)} = AgCl_{(S)}$$

تمرين2:

أعط من أجل كل معادلةكسر التفاعل الموافق

$1)HCO_2H_{(aq)} + C_6H_5CO^-_{2(aq)} = HCO^-_{2(aq)} + C_6H_5CO_2H_{(aq)}$

$2)NH_{3(aq)} + H_2O_{(l)} = NH^+_{4(aq)} + HO^-_{(aq)}$

$3)HClO_{(aq)} + H_2O_{(l)} = H_3O^+_{(aq)} + ClO^-_{(aq)}$

$4)HNO_{2(aq)} + H_2O_{(l)} = H_3O^+_{(aq)} + NO^-_{2(aq)}$

$5)H_2O_{2(aq)} + 2I^-_{(aq)} + 2H^+_{(aq)} = I_{2(aq)} + 2H_2O_{(l)}$

$6)Ni^{2+}_{(aq)} + Fe_{(S)} = Ni_{(S)} + Fe^{2+}_{(aq)}$

$7)2S_2O^{2-}_{3(aq)} + I^-_{3(aq)} = 3I^-_{(aq)} + 2SO^{2-}_{6\,(aq)}$

$8)CH_3CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = H_3O^+_{(aq)} + CH_3CO^-_{2(aq)}$

$[Cu^{2+}]$

مثال2: في $Cu^{2+}_{(aq)} + 2HO^-_{(aq)} = Cu(OH)_{2(S)}$ فإن: $Q_r = \frac{1}{[Cu^{2+}][HO^-]^2}$

خواص كسرالتفاعل – تتوقف عبارة كسر التفاعل على جهة كتابة معادلة التفاعل، فكسرا التفاعل للتفاعلين العكوسين أحدهما يساوي مقلوب الآخر.

– يتوقف كسر التفاعل على تقدم التفاعل.

II. ثابت التوازن:

يأخذ كسر التفاعل Q_r لجملة عند حالة التوازن والتوازن فقط قيمة مستقلة عن التركيب الابتدائي للجملة، تميزها عند هذه الحالة هي $Q_{r,eq}$ والتي يرمز لها بـ K يدعى **ثابت التوازن** والذي يتوقف على درجة الحرارة فقط ،فمن أجل معادلة التفاعل التالي في محلول مائي:

$aA_{(aq)} + bB_{(aq)} = cC_{(aq)} + dD_{(aq)}$ يكتب ثابت التوازن بالشكل: $K = Q_{r,eq} = \frac{[C]^c[D]^d}{[A]^a[B]^b}$

ثابت التوازن بدون أبعاد وقيمته بدون وحدة.

ـ خارج حالة التوازن فإن $Q_r \neq K$.

نسبة التقدم النهائي وثابت التوازن :

1ـ تتوقف نسبة التقدم النهائي على ثابت التوازن.

2 ـ تتوقف نسبة التقدم النهائي على الحالة الابتدائية للجملة.

تطبيق1:

محلولان أحدهما لحمض الايثانويك S_1 والآخر لحمض الميثانويك S_2 لهما نفس التركيز $C = 5{,}0\times10^{-2} mol.L^{-1}$، وناقليتاهما النوعيتان على الترتيب هما $\sigma_1 = 3{,}43\times10^{-2} Sm^{-1}$، $\sigma_2 = 11{,}29\times10^{-2} Sm^{-1}$ وثابتا توازنيهما: $K_1 = 1{,}6\times10^{-5}$ ، $K_2 = 1{,}6\times10^{-4}$.

1ـ حدد تراكيز الأنواع الشاردية في المحلولين يعطى:

$\lambda_{CH_3CO_2^-} = 4.09 mSm^2mol^{-1}$، $\lambda_{HCO_2^-} = 5.46 mSm^2mol^{-1}$، $\lambda_{H_3O^+} = 35.0 mSm^2mol^{-1}$

2ـ ما قيمة نسبة التقدم النهائي للتفاعل بين الحمض والماء في كل حالة؟ وهل يتوقف على ثابت التوازن K؟

الحل

1) تحديد تراكيز الأنواع الشاردية في المحلولين:

- معادلتا تفاعلي الحمضين مع الماء: $CH_3CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = H_3O^+_{(aq)} + CH_3CO^-_{2(aq)}$

$HCO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = H_3O^+_{(aq)} + HCO^-_{2(aq)}$

في المحلول S_1: $[CH_3CO_2^-] = [H_3O^+]$ وفي المحلول S_2: $[HCO_2^-] = [H_3O^+]$

عند التوازن يكون بالنسبة للمحلول S_1: $\sigma_1 = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+]_{eq} + \lambda_{CH_3CO_2^-}[CH_3CO_2^-]_{eq}$

$$[CH_3CO_2^-]_{eq} = [H_3O^+]_{eq} = \frac{\sigma_1}{\lambda_{CH_3CO_2^-} + \lambda_{H_3O^+}} = \frac{3.43\times10^{-2}}{(4.09+35)10^{-3}} = 0.877 mol m^{-3} = 0.877\times10^{-4} mol L^{-1}$$

وبالمثل بالنسبة لـ S_2:

$$[H_2CO_2^-]_{eq} = [H_3O^+]_{eq} = \frac{\sigma_2}{\lambda_{HCO_2^-} + \lambda_{H_3O^+}} = \frac{11.29\times10^{-2}}{(5.46+35)10^{-3}} = 2.79 mol m^{-3} = 2.79\times10^{-3} mol L^{-1}$$

2) حساب نسبة التقدم النهائي لكل حمض: $\tau = x_f / x_{max}$

$x_{max} = n_i(HA) = CV$ ... C

في المحلول S_1: $\tau_1 = \frac{8{,}77\times10^{-4}}{5{,}0\times10^{-2}} = 1{,}8\times10^{-2}$

في المحلول S_2: $\tau_2 = \frac{2{,}79\times10^{-3}}{5{,}0\times10^{-2}} = 5{,}6\times10^{-2}$

تتوقف نسبة التقدم النهائي على ثابت التوازن رغم أن الحمضين لهما نفس التركيز الابتدائي.

تطبيق2:

إليك جدول لقيم الناقلية النوعية الموافقة لتراكيز مختلفة لحمض الإيثانويك

ـ ما قيمة نسبة التقدم النهائي لتفاعل الحمض مع الماء في كل حالة وهل يتوقف على الحالة الابتدائية؟

$C(mol.l^{-1})$	$\sigma(Sm^{-1})$
$5.0.10^{-2}$	$3.43.10^{-2}$
$1.0.10^{-2}$	$1.53.10^{-2}$
5.10^{-3}	$1.07.10^{-2}$

الحل:

من التطبيق السابق فإن $\tau = \frac{[H_3O^+]_{eq}}{C}$

حيث: $[H_3O^+] = \frac{\sigma}{\lambda_{CH_3CO_2^-} + \lambda_{H_3O^+}}$

نحسب تراكيز شوارد الأكسونيوم

ونرتب النتائج في الجدول التالي: تتوقف نسبة التقدم النهائي على الحالة الابتدائية للجملة.

$C(mol.l^{-1})$	$[H_3O^+]_{eq}(mol.L^{-1})$	τ
$5.0.10^{-2}$	$0.88.10^{-3}$	0.008
$1.0.10^{-2}$	$0.39.10^{-3}$	0.039
5.10^{-3}	$0.27.10^{-3}$	0.054

تمـاريــن

تمرين1:

استنتج معادلة التفاعل انطلاقا من عبارة كسر التفاعل

$1-Q_r = \frac{[CH_3CO_2^-][HCO_2H]}{[HCO_2^-][CH_3CO_2H]}$

$2-Q_r = \frac{[HCO_2^-][H_3O^+]}{[HCO_2H]}$ $\quad 3-Q_r = \frac{[Al^{3+}]^2}{[Cu^{2+}]^3}$ $\quad 4-Q_r = \frac{1}{[Ag^+][Cl^-]}$

الحل:

$1) HCO^-_{2(aq)} + CH_3CO_2H_{(aq)} = HCOH_{(aq)} + CH_3CO^-_{2(aq)}$

$2) HCO_2H_{(aq)} + H_2O_{(aq)} = HCO^-_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

$3) 2Al_{(S)} + 3Cu^{2+}_{(aq)} = 2Al^{3+}_{(aq)} + 3Cu_{(S)}$ $\quad 4) Ag^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)} = AgCl_{(S)}$

تمرين2:

أعط من أجل كل معادلةكسر التفاعل الموافق

$1) HCO_2H_{(aq)} + C_6H_5CO^-_{2(aq)} = HCO^-_{2(aq)} + C_6H_5CO_2H_{(aq)}$

$2) NH_{3(aq)} + H_2O_{(l)} = NH^+_{4(aq)} + HO^-_{(aq)}$ $\quad 3) HClO_{(aq)} + H_2O_{(l)} = H_3O^+_{(aq)} + ClO^-_{(aq)}$

$4) HNO_{2(aq)} + H_2O_{(l)} = H_3O^+_{(aq)} + NO^-_{2(aq)}$

$5) H_2O_{2(aq)} + 2I^-_{(aq)} + 2H^+_{(aq)} = I_{2(aq)} + 2H_2O_{(l)}$ $\quad 6) Ni^{2+}_{(aq)} + Fe_{(S)} = Ni_{(S)} + Fe^{2+}_{(aq)}$

$7) 2S_2O^{2-}_{3(aq)} + I^-_{3(aq)} = 3I^-_{(aq)} + 2SO^{2-}_{6(aq)}$ $\quad 8) CH_3CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = H_3O^+_{(aq)} + CH_3CO^-_{2(aq)}$

8) $CH_3CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = H_3O^+_{(aq)} + CH_3CO^-_{2(aq)}$

9) $C_2H_5NH_{2(aq)} + H_2O_{(l)} = C_2H_5NH^+_{3(aq)} + HO^-_{(aq)}$

10) $Cr_2O^{2-}_{7(aq)} + 6Fe^{2+}_{(aq)} + 14H^+_{(aq)} = 2Cr^{3+}_{(aq)} + 6Fe^{3+}_{(aq)} + 7H_2O_{(l)}$

الحل

$Q_r = \frac{[C_6H_5CO_2H][HCO_2^-]}{[HCO_2H][C_6H_5CO_2^-]}$ (1)	$Q_r = \frac{[H_3O^+][NO_2^-]}{[HNO_2]}$ ....(4)	$Q_r = \frac{[SO_6^{2-}]^2[I^-]^3}{[S_2O_3^{2-}]^2[I_3^-]}$ ....(7)
$Q_r = \frac{[NH_4^+][HO^-]}{[NH_3]}$ ....(2)	$Q_r = \frac{[I_2]}{[I^-]^2[H_2O_2][H^+]^2}$ ....(5)	$Q_r = \frac{[CH_3CO_2^-][H_3O^+]}{[CH_3CO_2H]}$ ....(8)
$Q_r = \frac{[H_3O^+][ClO^-]}{[HClO]}$ ....(3)	$Q_r = \frac{[Fe^{2+}]}{[Ni^{2+}]}$ ....(6)	$Q_r = \frac{[C_2H_5NH_3^+][HO^-]}{[C_2H_5NH_2]}$ ....(9)
		$Q_r = \frac{[Cr^{3+}]^2[Fe^{3+}]^6}{[Cr_2O_7^{2-}][Fe^{2+}]^6[H^+]^{14}}$ (10)

تمرين3:

تتكون جملة كيميائية حجمها $V = 100mL$ من $3,0\times10^{-3}mol$ من البولة صيغتها: $(NH_2)_2CO$
والتي هي مقر لتحول كيميائي بطيء وتام معادلته: $(NH_2)_2CO_{(aq)} = NH_4^+ + CNO^-_{(aq)}$.
1ـ أعط عبارة كسر التفاعل. 2ـ أعط عبارة التراكيز بدلالة التقدم x وكميات المادة.
3ـ أحسب التركيز في الحالة الابتدائية واستنتج قيمة $Q_{r,i}$.
4ـ أحسب التقدم الأعظمي ثم التقدم عند زمن نصف التفاعل واستنتج تراكيز المتفاعلات والنواتج عند $t_{1/2}$ ثم قيمة كسر التفاعل $Q_{r,t1/2}$.

الحل:

1) عبارة Q_r : $Q_r = \frac{[NH_4^+][CNO^-]}{[(NH_2)_2CO]}$

2) عبارات تراكيز المتفاعلات والنواتج بدلالة التقدم x : من أجل ذلك ننجز جدولا لتقدم التفاعل

المعادلة		$(NH_2)_2CO_{(aq)} = NH_4^+ + CNO^-_{(aq)}$		
ح ج	التقدم	كميات المادة بالمول		
ح إ	0	$n_i = CV$	0	0
ح ت	x	$n_i - x$	x	x
ح ن	x_f	$n_i - x$	x_f	x_f

المتفاعلات $[(NH_2)_2CO] = \frac{CV - x}{V}$ ، النواتج: $[CNO^-] = \frac{x}{V}$ و $[NH_4^+] = \frac{x}{V}$

3) حساب التراكيز في الحالة الابتدائية:: $x = 0 \leftarrow$

$[(NH_2)_2CO] = C = \frac{n_i}{V} = \frac{3\times10^{-2}}{0,1} = 3\times10^{-3}mol.L^{-1}$ و $[NH_4^+] = [CNO^-] = 0, Q_{r,i} = \frac{x^2}{(CV-x)V} = 0$

4) يلعب البولة دور المتفاعل المحد ومنه:
$CV - x_{max} = 0 \rightarrow x_{max} = CV = 3\times10^{-3}\times0,1 = 3\times10^{-4}mol$ والتقدم عند زمن نصف التفاعل

$x_{t1/2} = \frac{x_{max}}{2} = \frac{3,01\times10^{-4}}{2} = 1,5\times10^{-4}mol$ وتكون تراكيز المتفاعلات والنواتج عند هذا

الزمن: $[(NH_2)_2CO] = \frac{CV - n_{t1/2}}{V} = \frac{3\times10^{-4} - 1,5\times10^{-4}}{0,1} = 1,5\times10^{-5}mol$

$[NH_4^+] = [CNO^-] = \frac{x_{t1/2}}{V} = \frac{1,5\times10^{-4}}{0,1} = 1,5\times10^{-5}mol$

$$Q_{r,t1/2} = \frac{x^2_{t1/2}}{V(CV - x_{t1/2})} = \frac{(1,5\times10^{-5})^2}{0,1(3\times10^{-4} - 1,5\times10^{-4})} = 1,5\times10^{-5}$$

تمرين4:

لتكن جملة كيميائية حجمها V وتركيزها C مقرا لتفاعل حمض–أساس محدود بين الحمض HA والماء.
1ـ أنجز جدولا وصفيا لتقدم التفاعل. 2ـ أعط عبارة كسر التفاعل عند التوازن.
3.بين أن K يمكن أن يكتب بالعبارات التالية: $K = \frac{[H_3O^+]^2_{eq}}{C - [H_3O^+]_{eq}}, K = \frac{x^2_{eq}}{V(CV - x_{eq})}, K = \frac{C\tau^2}{1-\tau}$

الحل:

1) إنجاز الجدول الوصفي لتقدم التفاعل:

المعادلة		$HA_{(aq)} + H_2O_{(l)} = A^- + H_3O^+_{(aq)}$			
ح ج	التقدم	كميات المادة بالمول			
ح إ	0	$n_i = CV$	بز	0	0
ح ن	x_{eq}	$n_i - x_{eq}$	بز	x_{eq}	x_{eq}

2) عبارة كسر التفاعل عند التوازن: $Q_{r,eq} = K = \frac{[A^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[HA]_{eq}}$

3- لدينا : $[H_3O^+]_{eq} = [A^-]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V}$ ومنه : $[HA]_{eq} = \frac{CV - x_{eq}}{V} \rightarrow$

ومنه: $K = \frac{[H_3O^+]^2}{\frac{CV - [H_3O^+]V}{V}} = \frac{[H_3O^+]^2_{eq}}{C - [H_3O^+]_{eq}}$ $\rightarrow K = \frac{\frac{x^2_{eq}}{V^2}}{\frac{(CV - x_{eq})}{V}} = \frac{x^2_{eq}}{V(CV - x_{eq})}$

لدينا: $\tau = \frac{x_{eq}}{x_{max}} \rightarrow \tau = \frac{x_{eq}}{CV} \rightarrow x_{eq} = CV\tau$ ، $\rightarrow K = \frac{C^2V^2\tau^2}{V(CV - CV\tau)} = \frac{C^2V^2\tau^2}{CV^2(1-\tau)} = \frac{C\tau^2}{1-\tau}$

تمرين5:

أعطى قياس ناقلية تفاعل حمض الميثانويك مع الماء عند التوازن القيمة $G_{eq} = 2,2\times10^{-4}S$
بواسطة خلية قياس الناقلية ثابتها $K = 125m^{-1}$ علما أن حجم المحلول الحمضي $V = 100mL$
وتركيزه $C = 2,5\times10^{-3}mol.L^{-1}$ الناقليتان الموليتان للشارديتين H_3O^+ ، HCO_2^- :
$\lambda_{H_3O^+} = 35\times10^{-3}Sm^2mol^{-1}$ ، $\lambda_{HCO_2^-} = 5,46\times10^{-3}Sm^2mol^{-1}$
1ـ أنجز جدولا وصفيا للتحول الحادث.
2 ـ عبر عن الناقلية G_{eq} عند التوازن بدلالة V, x_{eq} . استنتج x_{eq} $(x_{eq} = x_f)$.
3 ـ عبر عن كسر التفاعل عند التوازن بدلالة x_{eq}, V . أحسب $Q_{r,eq}$.

الحل:

1) إنجاز الجدول:

المعادلة		$HCO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = HCO^-_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
ح ج	التقدم	كميات المادة بالمول			
ح إ	0	$n_i = CV$	بز	0	0
ح ن	x_{eq}	$n_i - x_{eq}$	بز	x_{eq}	x_{eq}

2) الناقلية بدلالة V, x_{eq} : $G_{eq} = \frac{\sigma_{eq}}{K}$ ،

ومنه: $\sigma_{eq} = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+]_{eq} + \lambda_{HCO_2^-}[HCO_2^-]_{eq}$ ، $G_{eq} = \frac{1}{K}(\lambda_{H_3O^+}[H_3O^+] + \lambda_{HCO_2^-}[HCO_2^-])$

ومن جدول التقدم: $[H_3O^+]_{eq} = [HCO_2^-]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V}$

$[H_3O^+]_{eq} = [HCO_2^-]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V}$ و $[HCO_2H] = \frac{CV - x_{eq}}{V}$ ومنه

$$G_{eq} = \frac{(\Lambda_{HCO_2^-} + \lambda H_3O^+)x_{eq}}{KV} \rightarrow x_{eq} = \frac{KV\sigma_{eq}}{\Lambda_{HCO_2^-} + \Lambda_{H_3O^+}}$$
حيث يقدر الحجم في هذه العلاقة بـ m^3.

$$x_{eq} = \frac{125.10^{-4}.2,2\times10^{-4}}{(5,46+35)10^{-3}} = \frac{275\times10^{-5}}{40,46} = 6,8\times10^{-5}\,mol$$

3) عبارة $Q_{r,eq}$ بدلالة x_{eq}, V ثم حساب قيمته:

$$Q_{r,eq} = \frac{[HCO_2^-]_{eq}[H_3O^+]}{[HCO_2H]_{eq}}$$ ومنه: $$[H_3O^+]_{eq} = [HCO_2^-]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V}$$

$$Q_{r,f/2} = \frac{x_{eq}^2}{V(CV - x_{eq})} = \frac{(6,8\times10^{-5})^2}{0,1(5,0\times10^{-2}\times10^{-1} - 6,8\times10^{-5})} = 2,5\times10^{-4}$$

تمرين6:

نقيس ناقليتي محلولين مائيين لحمض الايثانويك (محلول1) وحمض فليور هيدروجين(محلول2)لهما نفس الركيز $C = 1,00\times10^{-3} mol L^{-1}$ ونفس الحجم $V = 100mL$، وثابت خلية جهاز قياس لناقلية $K = 100m^{-1}$.
حصلنا على القياسين التاليين $G_2 = 2,19\times10^{-4} S, G_1 = 4,88\times10^{-5} S$ في الدرجة $25^\circ C$.

1ـ أكتب المعادلتين الكيميائيتين لتفاعلي الحمضين مع الماء.
2ـ a) أنجز جدولا وصفيا عاما لتطور التحول الحادث بين الحمض HA والماء.
b) ما هو التقدم الأعظمي لكل تفاعل؟
3ـ أحسب باستعمال الناقليتين التقدم عند التوازن للتفاعلين، ونسبة التقدم النهائي لكل تفاعل.
4ـ هل التحولين الحادثين بين الحمضين والماء تامين أو محدودين؟
5ـ حدد pH كل محلول.
6ـ أعط عبارتي كسر التفاعل واستنتج ثابت التوازن الموافق لكل تفاعل.
يعطى: $\lambda_{F^-} = 55,4\times10^{-4} Sm^2mol^{-1}$، $\lambda_{H_3O^+} = 349,8\times10^{-4} Sm^2mol^{-1}$، $\lambda_{CH_3CO_2^-} = 40,9\times10^{-4} Sm^2mol^{-1}$

الحل

1/ كتابة معادلتي التفاعل:

$$H_2O_{(l)} + CH_3CO_2H_{(aq)} = H_3O^+_{(aq)} + CH_3CO^-_{2(aq)}$$
$$HF_{(aq)} + H_2O_{(l)} = F^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2ـ a) إنجاز الجدول:

المعادلة		$AH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
ح ج	التقدم	كميات المادة بالمول			
ح إ	0	$n_i = CV$	بز	0	0
ح ا	x_f	$n_i - x_f$	بز	x_f	x_f
ح ن	x_{eq}	$n_i - x_{eq}$	بز	x_{eq}	x_{eq}

b. يشكل كل حمض المتفاعل المحد والماء متفاعل ومذيب لكل حمض ومنه

$$CV - x_{max} = 0 \rightarrow x_{max} = CV = 1,00\times10^{-3}\times0,1 = 1,00\times10^{-4}\,mol$$

3) لدينا: $G_2 = \frac{\sigma_2}{K_2}, G_1 = \frac{\sigma_1}{K_1} \Leftarrow G = \frac{\sigma}{K}$

ومن جدول التقدم: $[H_3O^+]_{eq} = [CH_3CO_2^-]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V}$ ومنه $G_1 = \frac{(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3CO_2^-})x_{eq_1}}{KV}$

وبالمثل بالنسبة لحمض فلور هيدروجين: $G_2 = \frac{(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3CO_2^-})x_{eq_2}}{KV}$

$$x_{eq_1} = \frac{G_1KV}{\Lambda_{CH_3CO_2^-} + \Lambda_{H_3O^+}} = \frac{4,88\times10^{-5}\times100\times100\times10^{-6}}{(4,09+349,8)10^{-3}} = \frac{4,88\times10^{-7}}{390,7\times10^{-4}} = \frac{4,88}{390,7}\times10^{-3} = 1,2\times10^{-5}\,mol$$

$$x_{eq_2} = \frac{G_2KV}{\Lambda_{F^-} + \Lambda_{H_3O^+}} = \frac{2,19\times10^{-4}\times100\times100\times10^{-6}}{(55,4+349,8)10^{-4}} = 5,4.10^{-5}\,mol$$

$$\tau_2 = \frac{x_{eq_2}}{x_{max}} = \frac{5,4\times10^{-5}}{1,00\times10^{-4}} = 5,4\times10^{-1},\ \tau_1 = \frac{x_{eq_1}}{x_{max}} = \frac{1,2\times10^{-5}}{1,00\times10^{-4}} = 1,2\times10^{-1}$$

$\tau_2 < 1, \tau_1 < 1$ فالتفاعلين محدودين.

5ـ قياس pH كل محلول: من أجل ذلك نحسب تركيز شوارد الأكسونيوم في كل محلول:

$$[H_3O^+]_{eq,1} = \frac{x_{eq,1}}{V} = \frac{1,2\times10^{-5}}{0,1} = 1,2\times10^{-4} mol.L^{-1} \rightarrow pH_1 = -\log[H_3O^+]_{eq,1} = 3,92$$

$$[H_3O^+]_{eq,2} = \frac{x_{eq,2}}{V} = \frac{5,4\times10^{-5}}{0,1} = 5,4\times10^{-4} mol.L^{-1} \rightarrow pH_2 = 3,26$$

6ـ عبارتا كسري التفاعل وثابتا التوازن:لدينا: $Q_r = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]}$ ومنه:

$$Q_{r2} = \frac{[F^-][H_3O^+]}{[HF]},\ Q_{r1} = \frac{[CH_3CO_2^-][H_3O^+]}{[CH_3CO_2H]}$$

عند التوازن يكون $Q_{r,eq} = K$ ومنه

$$K_1 = \frac{[CH_3CO_2^-]_{eq}.[H_3O^+]_{eq}}{[CH_3CO_2H]_{eq}} = \frac{x^2_{eq_1}}{V(CV - x_{eq_1})} = \frac{(1,2\times10^{-5})^2}{0,1(1,0\times10^{-4} - 1,2\times10^{-5})} = 1,6\times10^{-5}$$

$$K_2 = \frac{x^2_{eq_2}}{V(CV - x_{eq_2})} = \frac{(5,4\times10^{-5})^2}{0,1(1,0\times10^{-4} - 5,4\times10^{-5})} = 6,3\times10^{-4}$$

تمرين7:

محلول لحمض الأسكوربيك(فيتامين C) نرمز له بـ HA، حجمه $V = 100mL$ وتركيزه الابتدائي $C = 2,8\times10^{-2} mol.L^{-1}$ له $pH = 2,8$. يتفاعل مع الماء
1ـ أنجز جدولا تلخيصيا لتطور التحول الحادث بين الحمض والماء.
2ـ أحسب التقدم الأعظمي x_{max}.
3ـ هل من اللازم معرفة درجة الحرارة من أجل قياس pH المحلول؟ ماذا يجب فعله قبل إجراء القياس؟ ماذا نحتاج من أجل ذلك؟
4ـ استنتج من قياس الـ pH التركيز المولي لشوارد الأكسونيوم عند التوازن.
5ـ أوجد عبارة التقدم عند التوازن x_{eq} واحسب قيمته ثم أحسب قيمة نسبة التقدم النهائي لتفاعل.
6ـ عرف حالة التوازن، ما هي الأنواع الكيميائية المتواجدة عند التوازن؟
7ـ أعط عبارة ثابت التوازن لتفاعل الحمض مع الماء بدلالة التراكيز المولية للأنواع المتواجدة ثم بدلالة V, C, x_{eq}. أحسب قيمته.
8 ـ من أجل محلول تركيزه المولي $C' = 1,00\times10^{-2} mol.L^{-1}$. ما قيمة ثابت التوازن؟

الحل:

1) إنجاز جدول التقدم:

المعادلة		$AH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
ح ج	التقدم	كميات المادة بالمول			
ح إ	0	$n_i = CV$	بز	0	0
ح ا	x	$n_i - x$	بز	x	x
ح ن	x_{eq}	$n_i - x_{eq}$	بز	x_{eq}	x_{eq}

2) المتفاعل المحد هو الحمض لأن الماء متفاعل ومذيب وموجود بزيادة.
لو يكون التفاعل تاما يستهلك الحمض بشكل تام ومنه

$$CV - x_{max} = 0 \rightarrow x_{max} = CV = 2,8\times10^{-2}\times0,1 = 2,8\times10^{-3}\,mol$$

3) – نعم، يجب معرفة درجة حرارة المحلول لأن pH يتوقف على درجة الحرارة.

- يجب معايرة جهاز pH – متر قبل القياس، من أجل ذلك نحضر محرارا ومحلول معاير.

4) لدينا: $pH=2,8 \rightarrow \left[H_3O^+\right]_{eq}=10^{-pH}=10^{-2,8}=1,6\times10^{-3}mol.L^{-1}$

5) عبارة التقدم x_{eq}: $\left[H_3O^+\right]_{eq}=\frac{x_{eq}}{V}\rightarrow x_{eq}=\left[H_3O^+\right]_{eq}V=1,6\times10^{-4}mol$

- نسبة التقدم النهائي: $\tau=\frac{x_f}{x_{max}}=\frac{1,6\times10^{-4}}{2,8\times10^{-3}}=0,06$

6) عند التوازن لا تتغير تراكيز الأفراد أي يتوقف تطور الجملة.

والأفراد المتواجدة في المحلول هي: $H_3O^+_{(aq)}, A^-_{(aq)}, HA_{(aq)}$

7) عبارة ثابت التوازن: $K=Q_{r,eq}=\frac{\left[A^-\right]_{eq}\left[H_3O^+\right]}{[HA]_{eq}}$

- عبارة K بدلالة V,C,x_{eq}: لدينا $\left[H_3O^+\right]_{eq}=\left[A^-\right]_{eq}=\frac{x_{eq}}{V}$

- كمية الحمض المتبقي هي: $CV-x_{eq}$ ومنه $[HA]_{eq}=\frac{CV-x_{eq}}{V}$ و $K=\frac{x_{eq}^2}{V(CV-x_{eq})}$

حساب قيمة K: $K=\frac{(1,6\times10^{-4})^2}{0,1(2,8\times10^{-2}\times0,1-1,6\times10^{-4})}=9,7\times10^{-5}$

8) ثابت التوازن هو خاصية مميزة لتفاعل كيميائي يتعلق بمعادلة التفاعل، ولا يتعلق بالتركيز الابتدائي للحمض ومنه $K=9,7\times10^{-5}$.

تمرين8:

محلول لحمض الايثانويك حجمه $V=50mL$ و تركيزه المولي $C=0,01mol.L^{-1}$، قياس ناقليته النوعية عند التوازن أعطى $\sigma_{eq}=1,64\times10^{-2}Sm^{-1}$ والناقليتان الموليتان الشارديتان هما:

$\lambda_{H_3O^+}=35,0\times10^{-3}Sm^2mol^{-1},\ \lambda_{CH_3CO_2^-}=4,09\times10^{-3}Sm^2mol^{-1}$

1– أنجز جدولا وصفيا للتحول الحادث بين حمض الايثانويك والماء.

2– من أجل قياس الناقلية النوعية σ للمحلول تضع مسبار جهاز قياس الناقلية في المحلول لكلور البوتاسيوم تركيزه $10^{-2}mol.L^{-1}$. ماهو الهدف من هذه العملية؟ إلى ماذا ترمي؟

3– حدد عبارة الناقلية النوعية عند التوازن بدلالة التراكيز المولية للأنواع الشاردية المتواجدة في المحلول، ثم بدلالة $\left[H_3O^+\right]_{eq}$، ثم استنتج عبارة $\left[H_3O^+\right]_{eq}$ واحسب قيمته.

4– أوجد عبارة نسبة التقدم النهائي بدلالة $\left[H_3O^+\right]_{eq},C$ ثم أحسب قيمته.

5– عبر عن ثابت التوازن بدلالة $\left[H_3O^+\right]_{eq},C$ ثم أحسب قيمته التجريبية.

6– إذا كانت القيمة النظرية لثابت التوازن: $K_{th}=1,78\times10^{-5}$، أحسب الارتياب النسبي على القياس.

الحل:

1) إنجاز الجدول:

		$CH_3CO_2H_{(aq)}+H_2O_{(l)}=CH_3CO^-_{2(aq)}+H_3O^+_{(aq)}$				المعادلة
		كميات المادة بالمول				التقدم
ح ا	0	$n_i=CV$	بز	0	0	
ا ت	x	n_i-x	بز	x	x	
ح ن	x_{eq}	n_i-x_{eq}	بز	x_{eq}	x_{eq}	

2) نستعمل محلول كلور البوتاسيوم ذو التركيز $10^{-2}mol.L^{-1}$ لمعايرة جهاز قياس الناقلية، نضبط الجهاز حتى يعطي قيمه الناقلية النوعية عند درجة المحاليل المقاسة.

3) عبارة الناقلية النوعية: لدينا: $\sigma_{eq}=\lambda_{H_3O^+}\left[H_3O^+\right]+\lambda_{CH_3CO_2^-}\left[CH_3CO_2^-\right]$

من جدول التقدم: $\left[H_3O^+\right]_{eq}=\left[CH_3CO_2^-\right]_{eq}$ ومنه $\sigma_{eq}=(\lambda_{H_3O^+}+\lambda_{CH_3CO_2^-})\left[H_3O^+\right]$ ومنه

$$\left[H_3O^+\right]_{eq}=\frac{\sigma_{eq}}{\lambda_{CH_3CO_2^-}+\lambda_{H_3O^+}}=\frac{1,64\times10^{-2}}{(4,09+35,0)10^{-3}}=4,20.10^{-1}molm^{-3}=4,20.10^{-4}mol.L$$

4) عبارة نسبة التقدم النهائي τ: لدينا: $\tau=\frac{x_{eq}}{x_{max}}$ ومن الجدول $x_{eq}=\left[H_3O^+\right]_{eq}V$

لو كان التفاعل تاما فإن $CV-x_{max}=0$ ومنه: $x_{max}=CV\rightarrow\tau=\frac{\left[H_3O^+\right]_{eq}V}{CV}=\frac{\left[H_3O^+\right]_{eq}V}{C}$

$$\tau=\frac{4,20\times10^{-4}}{10^{-2}}=4,20\times10^{-2}$$

5) عبارة ثابت التوازن: $K=\frac{\left[CH_3CO_2^-\right]_{eq}\left[H_3O^+\right]_{eq}}{\left[CH_3CO_2H\right]_{eq}}$ ولدينا: $\left[H_3O^+\right]_{eq}=\left[CH_3CO_2^-\right]_{eq}=\frac{x_{eq}}{V}$

$$\left[CH_3CO_2H\right]=\frac{CV-x_{eq}}{V}=C-\frac{x_{eq}}{V}=C-\left[H_3O^+\right]_{eq}$$

$$K=\frac{\left[H_3O^+\right]_{eq}^2}{C-\left[H_3O^+\right]_{eq}}\rightarrow K=\frac{(4,20\times10^{-4})^2}{10^{-2}-4,20\times10^{-4}}=1,84\times10^{-5}$$

6) حساب الارتياب النسبي: $\frac{\Delta K}{K}=\frac{\left|K_{th}-K_{exp}\right|}{K_{th}}=3,3\%$

تمرين9:

حتى يدافع النمل عن نفسه يستعمل وسائل منها الفكين من أجل مسك وتوقيف عدوها بينما تستعمل حمض النمل لحرق فريستها، فالنملة المهددة بإمكانها قذف عدوها بنفثة من حمض النمل علـى بعـد 30سم. حمض النمل صيغته $HCOOH$ وينحل في الماء، نريد دراسة بعض خواص محلول هذا الحمض، الناقليتان الموليتان الشارديتان عند $25^{\circ}C$:

$\lambda_{H_3O^+}=35,0\times10^{-3}Sm^2mol^{-1},\ \lambda_{HCOO^-}=5,46\times10^{-3}Sm^2mol^{-1}$

1– نضع في حوجلة عيارية حجمها $V_0=100mL$ كتلة m من حمض الميثانويك ثم نكمل ملأ الحوجلة بالماء النقي حتى خط العيار ثم نجانسها فنحصل على محلول حمض النمل تركيزه المولي $C_0=1,0\times10^{-2}mol.L^{-1}$.

a- أحسب الكتلة m،

b- أكتب معادلة التفاعل للحمض مع الماء.

c- أنجز جدولا وصفيا لتطور التحول الكيميائي بدلالة x_{eq},V_0,C_0.

d- عبر عن نسبة التقدم النهائي τ بدلالة تركيز شوارد الأكسونيوم عند التوازن $C_0,\left[H_3O^+\right]_{eq}$.

e- أعط عبارة كسر التفاعل عند التوازن $Q_{r,eq}$ وبين أن كسر التفاعل يمكن أن يكتب:

$Q_{r,eq}=\left[H_3O^+\right]_{eq}^2/(C_0-\left[H_3O^+\right]_{eq})$

2 – عبر عن الناقلية النوعية σ لمحلول حمض الميثانويك عند التوازن بدلالة الناقليتين الموليتين الشارديتين للشوارد المتواجدة وتركيز شوارد الأكسونيوم $\left[H_3O^+\right]_{eq}$، استنتج عبارة $\left[H_3O^+\right]_{eq}$.

3 – أعطى قياس الناقلية النوعية للمحلول S_0 القيمة

المحلول	S_0	S_1
$C_i(mol.L^{-1})$	0,010	0.1
$\sigma(Sm^{-1})$	0,050	0,16
$[H_3O^+]_{eq}(molm^{-3})$		4,0
$[H_3O^+]_{eq}(molL^{-1})$		4.0×10^{-3}
$\tau(\%)$		4.0
$Q_{r,eq}$		1.7×10^{-4}

$\sigma_{eq} = 0{,}05Sm^{-1}$ عند $25^\circ C$. باستعمال العلاقة المتوصل إليها سابقا أكمل الجدول المقابل.

4 ـ نُحقق نفس الدراسة باستعمال محلول S_1 لحمض النمل تركيزه $C_1 = 0{,}10mol.L^{-1}$ والنتائج المحصل عليها مدونة بالجدول. - استنتج تأثير تركيز المحلول على:

a - نسبة التقدم النهائي للتفاعل.

b – نسبة التفاعل في حالة التوازن.

الحل:

1) -a حساب m : لدينا $C_0 = n/V_0 = m/MV_0$ ، $M_{HCOOH} = 46g.mol^{-1}$

$m = C_0V_0M = 1{,}0\times10^{-2}.0{,}1.0{,}46 = 4{,}6\times10^{-2}g$

-b $HCO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

-c إنجاز جدول التقدم:

المتفاعل المحد هو حمض الميثانويك والماء مذيب ومتفاعل وموجود بالزيادة ومنه: $C_0V_0 - x_{max} = 0 \to$

$x_{max} = 1.0.10^{-2}\times0.1 = 1.0\times10^{-3}mol$

المعادلة		$HCO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
ح ح	التقدم	كميات المادة بالمول			
ح إ	0	$n_i = C_0V_0$	بز	0	0
ح ت	x	$n_i - x$	بز	x	x
ح ن	x_{eq}	$n_i - x_{eq}$	بز	x_{eq}	x_{eq}

-d عبارة τ : $\tau = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_{eq}V_0}{C_0V_0} = \frac{[H_3O^+]_{eq}}{C_0}$

e عبارة كسر التفاعل عند التوازن $Q_{r,eq}$: $Q_{r,eq} = \frac{[HCOO^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[HCOOH]_{eq}}$

$x_{eq} = [H_3O^+]_{eq}V_0$ و $[HCOOH]_{eq} = \frac{C_0V_0 - x_{eq}}{V_0}$

$[H_3O^+]_{eq} = [HCO_2^-]_{eq}$ و $[HCOOH]_{eq} = \frac{C_0V_0 - [H_3O^+]V_0}{V_0}$

$Q_{r,eq} = [H_3O^+]^2_{eq} / \frac{C_0V_0 - [H_3O^+]V_0}{V_0} = \frac{[H_3O^+]^2_{eq}}{C_0 - [H_3O^+]_{eq}}$

2) عبارة σ : S_1

من جدول التقدم: $[H_3O^+]_{eq} = [HCO_2^-]_{eq}$ و

$\sigma = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+]_{eq} + \lambda_{HCOO^-}[HCOO^-]_{eq}$

ومنه $\sigma = (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-})[H_3O^+]_{eq}$ ويكون:

$[H_3O^+]_{eq} = \frac{\sigma}{\lambda_{HCO_2^-} + \lambda_{H_3O^+}}$

المحلول	S_0	S_1
$C_i(mol.L^{-1})$	0,010	0.1
$\sigma(Sm^{-1})$	0,050	0,16
$[H_3O^+]_{eq}(molm^{-3})$	1,23	4,0
$[H_3O^+]_{eq}(molL^{-1})$	$1.23.10^{-3}$	4.0×10^{-3}
$\tau(\%)$	12,3	4.0
$Q_{r,eq}$	1.7×10^{-4}	1.7×10^{-4}

3) إكمال الجدول:

4) تأثير تركيز المحلول: a- تقل نسبة التقدم النهائي بزيادة التركيز.

b- لا يؤثر التركيز على كسر التفاعل عند التوازن.

تمرين10

نقيس خلال تجربة تراكيز محاليل مختلفة تحتوي على حمض الأسكوربيك تراكيزها المولية

الابتدائية C فحصلنا على:

$C(molL^{-1})$	$1.0.10^{-1}$	$5.0.10^{-2}$	$1.0.10^{-2}$	$5.0.10^{-3}$	$1.0.10^{-3}$
pH	2.61	2.77	3.31	3.28	3.65

1 ـ أكتب معادلة تفاعل حمض الأسكوربيك والذي نرمز له بـ HA مع الماء.

2 ـ أكتب علاقة ثابت التوازن المرفقة بهذا التفاعل.

3 ـ من أجل كل جملة كيميائية عين التركيز المولي النهائي للأفراد الكيميائية واستنتج النسبة $r = [HA]_f/[A^-]_f$.

4 ـ مثل بيانيا تطور $[H_3O^+]_f$ بدلالة r.

5 ـ استنتج من البيان ثابت التوازن المدروس.

الحل

1 ـ معادلة تفاعل HA مع الماء:

$HA_{(aq)} + H_2O_{(l)} = A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

2 ـ علاقة ثابت التوازن: $K = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]}$.

3 ـ حساب التركيز المولي النهائي للأفراد الكيميائية لكل جملة:

الأفراد الكيميائية المتواجد في كل جملة هي: $HA, H_2O, A^-, H_3O^+, HO^-$

جدول التقدم

	$HA_{(aq)} + H_2O_{(l)} = A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
ح إ	n_A	بز	0	0
أ ت	$n_A - x$	بز	x	x
ح ن	$n_A - x_f$	بز	x_f	x_f

$[H_3O^+]_f = x_fV = 10^{-pH} = 10^{-2.61}$

$= 2.45.10^{-3}molL^{-2}$

من قانون انحفاظ الشحنة:

$[H_3O^+] = [HO^-] + [A^-]$ لكن

$[H_3O^+] >> [HO^-]$ ومنه:

$[H_3O^+]_f = [A^-]_f = 2.45.10^{-3}molL^{-1}$

من قانون انحفاظ المادة:

$[HA]_0 = [HA]_f + [A^-]_f$ ومنه:

$[HA]_f = [HA]_0 - [A^-]_f = 10^{-1} - 245.10^{-3} \to$

$[HA]_f = 97.55molL^{-1}$

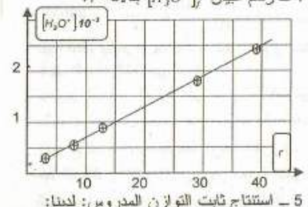
ومنه النسبة:

$r = [HA]_f/[A^-]_f = 97.55\,10^{-3}/2.45\,10^{-3} = 39.8$

وباستخدام نفس الطريقة مع الجمل الأخرى نحصل على:

	ج1	ج2	ج3	ج4	ج5
$[H_3O^+]10^{3}$	2.5	1.7	0.78	0.52	0.22
$[A^-]_f.10^{-3}$	2.45	1.7	0.49	0.52	0.22
$[HA]10^{-3}$	97.5	48	9.5	4.5	0.78
r	39.8	28.4	12.4	8.7	3.5

4 ـ رسم البيان $[H_3O^+]_f$ بدلالة r.



5 ـ استنتاج ثابت التوازن المدروس: لدينا:

$K = [H_3O^+]/r$ ومنه:

$K = \tan\alpha = \frac{\Delta[H_3O^+]_f}{\Delta r} = \frac{4\times0.5.10^{-3}}{6.5\times5} \to$

$K = 6.1\times10^{-5}$

1- تفاعل التشرد الذاتي للماء:

1.1_ تعاريف:

- pH الماء النقي يساوي 7 عند الدرجة $25^{\circ}C$.
- يحتوي الماء النقي على شوارد الأكسونيوم التي تركيزها $[H_3O^+]_{eq} = 1,0\times10^{-7}\,mol.L^{-1}$
- إن وجود شوارد الأكسونيوم في الماء النقي يفسر بحدوث تفاعل حمض-أساس بين جزيئات الماء: $H_2O_{(l)acid1} + H_2O_{(l)base2} = H_3O^+_{(aq)acid2} + HO^-_{(aq)base1}$

يدعى هذا التفاعل بالتشرد الذاتي للماء والذي تتدخل فيه الثنائيتان:

$$H_3O^+_{(aq)}/H_2O_{(l)} \text{ ، } H_2O_{(l)}/HO^-_{(aq)}$$

المعادلتان الموافقتان لهما: $H_2O_{(l)} = H^+ + HO^-_{(aq)}$ ، $H_2O_{(l)} + H^+ = H_3O^+_{(aq)}$

فالماء يسلك تارة سلوك الحمض وتارة أخرى سلوك الأساس فهو نوع كيميائي **مذبذب**.

- عند الدرجة $25\,C$ يكون $[H_3O^+]_{eq} = [HO^-]_{eq} = \mathbf{1,0\times10^{-7}}\,mol.L^{-1}$.

نسبة التقدم النهائي لتفاعل التشرد الذاتي للماء:

المعادلة		$2H_2O_{(l)} = HO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$		
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)		
ح إ	0	n_i	0	0
ح ت	x_{eq}	$n_i - 2x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}

نعتبر حجما $V = 1,0L$ من الماء النقي

كمية الماء في $1L$ من الماء النقي: n_iH_2O

$m_{H_2O} = \rho V$ حيث ρ الكتلة الحجمية

ويكون $n_i = \dfrac{m}{M} = \dfrac{\rho V}{M}$ ، وعند الدرجة $25^{\circ}C$ يكون:

$x_{eq} = [H_3O^+]_{eq}V = 10^{-pH}.V = 1,0\times10^{-7}\,mol.$ والتقدم الأعظمي يحقق: $n_i - 2x_{max} = 0$ ←

$x_{max} = \dfrac{n_i}{2} = \dfrac{\rho V}{2M} = \dfrac{1,0\times10^{3}\times1,0}{2\times18} = 28\,mol$ ومنه $\boxed{\tau = \dfrac{x_{eq}}{x_{max}} = \dfrac{1,0\times10^{-7}}{28} = 3,6\times10^{-9}}$

نسبة التقدم صغيرة جدا والماء النقي يحتوي عدد قليل جدا من شوارد الأكسونيوم والهيدروكسيد.

2.1. الجداء الشاردي للماء:

تحتوي المحاليل المائية على شوارد الأكسونيوم وشوارد الهيدروكسيد HO^- وترتبط تراكيزها بالجداء الشاردي للماء والذي يعرف بالعلاقة: $K_e = [H_3O^+]_{eq}.[HO^-]_{eq}$ ، K_e مستقل عن الأنواع المنحلة ويرتبط فقط بدرجة الحرارة .

عند $\mathbf{25}^{\circ}C$: $K_e = 1,0\times10^{-14}$ لأن معادلة التشرد الذاتي للماء تعطي $[H_3O^+]_{eq} = [HO^-]_{eq} = 1,0\times10^{-7}\,mol.L^{-1}$

ويمكن توظيف pK_e لتسهيل الحساب والمعرف بـ $pK_e = -\log K_e$ ، حيث K_e يزداد بارتفاع درجة الحرارة بينما يتناقص pK_e . عند $25^{\circ}C$ يكون $pK_e = 14$

- يحسب تركيز $[HO^-]_{eq}$ من العلاقة: $[HO^-]_{eq} = \dfrac{K_e}{[H_3O^+]_{eq}}$

درجة الحرارة	Ke	pKe
0	$0,11\times10^{-14}$	15,0
5	$0,17\times10^{-14}$	14,8
15	$0,46\times10^{-14}$	14,3
25	$1,00\times10^{-14}$	14,0
35	$2,09\times10^{-14}$	13,7
60	$9,55\times10^{-14}$	13,0
100	$55,2\times10^{-14}$	12,3

مثال

> محلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه بشوارد الهيدروكسيد $[HO^-]_{eq} = \mathbf{1,0\times10^{-3}}\,mol.L^{-1}$ أحسب pH المحلول.

$\log[H_3O^+] = \log K_e - \log[HO^-] \rightarrow -\log[H_3O^+] = -\log K_e + \log[HO^-]$

ومنه عند $25^{\circ}C$: $pH = pK_e + \log[HO^-] = 14,0 + \log(1,0\times10^{-3}) = 11,0$

ملاحظة: من أجل تسهيل الكتابة نكتب تركيز الفرد بـ $[x]$ بدلا من $[x]_{eq}$

1 _ 3 سلم الـ pH :

يتم تحديد الصفة الحمضية والأساسية أو المعتدلة لمحلول بمقارنة pH المحلول مع pH الماء النقي.

- **يكون المحلول معتدلا إذا كان:** $[H_3O^+] = [HO^-]$ ومنه $K_e = [H_3O^+]^2$ ←

ومنه $-\log[H_3O^+] = -\frac{1}{2}\log K_e$ ومنه $pH = \frac{1}{2}pK_e$

ففي $25^{\circ}C$: $pK_e = 14,0$ ومنه $\boxed{pH = 7,0}$

- **يكون المحلول أساسيا:** $[H_3O^+] < [HO^-]$ ، $pH > 1/2pKe$ وعند $25^{\circ}C$ فإن: $\boxed{pH > 7}$.
- **يكون المحلول حمضيا:** $[H_3O^+] > [HO^-]$ ، $pH < \frac{1}{2}pKe$ وعند $25^{\circ}C$ فإن: $\boxed{pH < 7}$.

محلول حمضي — محلول معتدل — محلول أساسي

pH: 0 ... 7 ... 14

$[H_3O^+] > [HO^-]$ — $[H_3O^+] = [HO^-]$ ، $pH = \frac{1}{2}pK_e$ — $[H_3O^+] < [HO^-]$

2. ثابت الحموضة للثنائية حمض-أساس:

2 _ 1 تعريف:

يدعى ثابت توازن تفاعل حمض HA مع الماء بثابت الحموضة للثنائية: $HA_{(aq)}/A^-_{(aq)}$ والذي نرمز له بـ K_A والذي يرتبط بالمعادلة الكيميائية $HA_{(aq)} + H_2O_{(l)} = A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

بالعبارة : $\boxed{K_A = Q_{r,eq} = \dfrac{[H_3O^+][A^-]}{[HA]}}$

تمتلك كل ثنائية حمض-أساس ثابت حموضة خاص بها قيمته لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة.

نعرف pK_A للثنائية حمض/أساس: $\boxed{pK_A = -\log K_A \rightarrow K_A = 10^{-pK_A}}$

جدول pK_A, K_A للثنائيات .

2 _ 2 العلاقة بين pH و pK_A :

لدينا $K_A = \dfrac{[H_3O^+][A^-]}{[HA]}$ الموافق للثنائية HA/A^- ومنه $\log K_A = \log\dfrac{[H_3O^+][A^-]}{[HA]}$

$\log K_A = \log[H_3O^+] - \log\dfrac{[A^-]}{[HA]}$ ← $-\log[H_3O^+] = -\log K_A + \log\dfrac{[A^-]}{[HA]}$ ومنه

$\boxed{pH = pK_A + \log\dfrac{[A^-]}{[HA]}}$ ومن أجل الثنائية BH^+/B ← $\boxed{pH = pK_A + \log\dfrac{[B]}{[BH^+]}}$

3.2- حالة ثنائيتي الماء: الماء نوع مذبذب يتدخل في ثنائيتين:

* حالة الثنائية $H_3O^+_{(aq)}/H_2O_{(l)}$: $H_3O^+_{(aq)}+H_2O_{(l)}=H_2O_{(l)}+H_3O^+_{(aq)}$

ثابت الحموضة K_A هو ثابت التوازن المرفق بمعادلة تفاعل الحمض $H_3O^+_{(aq)}$ مع الماء:

$$K_A=\frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]}\rightarrow K_A=1\rightarrow pK_A=0$$

* حالة الثنائية $H_2O_{(l)}/HO^-_{(aq)}$: $H_2O_{(l)}+H_2O_{(l)}=H_3O^+_{(aq)}+HO^-_{(aq)}$

ثابت الحموضة للثنائية $H_2O_{(l)}/HO^-_{(aq)}$ هو ثابت التوازن المرفق بمعادلة تفاعل الحمض H_2O مع الماء: $H_2O_{(l)}+H_2O_{(l)}=H_3O^+_{(aq)}+HO^-_{(aq)}$ ، وعبارته K_{A_2} : $K_{A_2}=[H_3O^+][HO^-]=K_e$

فعند $25°C$: $K_{A_2}=1{,}0\times10^{-14}\rightarrow pK_{A_2}=14{,}0$

2 ـ 4 ثابت توازن تفاعل حمض-أساس:

لتكن الجملة الكيميائية المميهة والتي هي مقر لتفاعل حمض–أساس بين الحمض HA_1 للثنائية HA_1/A_1^- ثابت حموضتها K_{A_1} والأساس A_2^- للثنائية HA_2/A_2^- ثابت حموضتها K_{A_2} ،

تكتب معادلة تفاعلهما بالشكل: $HA_{1(aq)}+A^-_{2(aq)}=A^-_{1(aq)}+HA_{2(aq)}$

عند التوازن فإن ثابت التوازن يساوي كسر التفاعل ومنه: $K=Q_{r,eq}=\frac{[A_1^-]_{eq}[HA_2]_{eq}}{[HA_1]_{eq}[A_2^-]_{eq}}$

بضرب العبارة في $\frac{[H_3O^+]_{eq}}{[H_3O^+]_{eq}}$ وبترتيب الحدود نجد: $K=\frac{[A_1^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}[HA_2]_{eq}}{[HA_1]_{eq}[A_2^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}$

نتعرف في هذه العبارة على ثابت الحموضة K_{A_1} للثنائية HA_1/A_1^- المرتبط بتفاعل الحمض HA_1 مع الماء $HA_{1(aq)}+H_2O_{(l)}=A^-_{1(aq)}+H_3O^+_{(aq)}$ ، $K_{A_1}=\frac{[A_1^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[HA_1]_{eq}}$

ومقلوب عبارة ثابت الحموضة K_{A_2} للثنائية HA_2/A_2^- المرتبطة بتفاعل الحمض HA_2 مع الماء:

$HA_{2(aq)}+H_2O_{(l)}=A^-_{2(aq)}+H_3O^+_{(aq)}$ ، $K_{A_2}=\frac{[A_2^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[HA_2]_{eq}}$ ويكون ثابت التوازن $K=\frac{K_{A_1}}{K_{A_2}}$

وبشكل عام فإن ثابت التوازن K المرفق بمعادلة التفاعل

$acide_1+base_2=base_1+acide_2$: $K=\frac{[base_1]\,[acide_2]}{[acide_1]\,[base_2]}=\frac{K_{A_1}}{K_{A_2}}=10^{(pK_{A_2}-pK_{A_1})}$

3ـ قوة الحمض و الأساس:

يكون الحمض أو الأساس أكثر قوة كلما كانت نسبة التقدم النهائي τ لتفاعله مع الماء كبيرة.

3. 1ـ المقارنة بين سلوك الأحماض: يتفاعل الحمضHA مع الماء وفق المعادلة :

$HA_{(aq)}+H_2O_{(l)}=A^-_{(aq)}+H_3O^+_{(aq)}$ الماء مذيب ومتفاعل بزيادة والحمض هو المتفاعل المحد

وتكون نسبة التقدم النهائي للتفاعل: $\tau=\frac{x_{eq}}{x_{max}}=\frac{[H_3O^+]_{eq}V}{CV}=\frac{10^{-pH}}{C}$.

تبين هذه العلاقة أنه كلما كان pH ضعيفا كان τ كبيرا وتتميز كل ثنائية حمض ـ أساس بثابت حموضة K_A أو pK_A ، والجدول التالي يبين القيم المميزة للأحماض التي

لها نفس التركيز $C=1{,}0\times10^{-2}mol.L^{-1}$.

الحمض	حمض كلور الماء	حمض ميثانويك	حمض ايثانويك
pH	2,0	2.90	3,40
τ	1,0	0,13	0,04
K_A	$2{,}6\times10^{6}$	$1{,}8\times10^{-4}$	$1{,}8\times10^{-5}$
pK_A	-6,3	3,75	4,75
القوة المتزايدة للحمض ←			

فالمقارنة بين الحمضين HA_1,HA_2 تبين:

إذا كان: $pH_1<pH_2$ فإن $\tau_1>\tau_2$ ← والحمض HA_1 أقوى من الحمض HA_2 ، $pH_1<pH_2\rightarrow K_{A_1}>K_{A_2}\rightarrow pK_{A_1}<pK_{A_2}$

3. 2- المقارنة بين سلوك الأسس:

يؤثر الأساس B على الماء وفق التفاعل:

$$B_{(aq)}+H_2O_{(l)}=BH^+_{(aq)}+HO^-_{(aq)}$$

الماء مذيب ومتفاعل بزيادة والأساس B متفاعل محد، فنسبة التقدمالنهائي لهذا التفاعل:

$$\tau=\frac{x_{eq}}{x_{max}}=\frac{[HO^-]_{eq}.V}{C_BV}=\frac{[HO^-]_{eq}}{C_B}=\frac{K_e}{C_B[H_3O^+]}=\frac{K_e}{10^{-pH}C_B}=\frac{10^{(pH-pK_e)}}{C_B}$$

تبين هذه العلاقة أنه كلما كان pH كبيرا كان τ كبيرا. والجدول التالي يبين القيم المميزة للأسس التي لها نفس التركيز $C=1{,}0\times10^{-2}mol.L^{-1}$

أساس	HO^-	مثيل أمين CH_3NH_2	نشادر NH_3	شاردة ايثانوات $CH_3CO_2^-$
pH	12	11.4	10.6	8.4
τ	1	$2.5.10^{-1}$	4.10^{-2}	$2.5.10^{-4}$
K_A	10^{-14}	2.10^{-11}	$6.3.10^{-10}$	$1.8.10^{-5}$
pK_A	14	10.7	9.2	4.76
القوة المتزايدة للأسس ←				

فالمقارنة بين الأساسين B_1 و B_2 تبين: إذا كان $pK_{A_1}<pK_{A_2}$ فإن $\tau_1<\tau_2$ وبالتالي B_2 أقوى من B_1 .

من أجل تراكيز متساوية يكون الأساس قويا كلما كان pH المحلول كبيرا وكان ثابت الحموضة K_A ضعيفا وبالتالي pK_A كبيرا .

4ـ مجال التغلب:

في جملة كيميائية نقول أن النوع A متغلب بالنسبة للنوع B إذا كان: $[A]>[B]$

ففي العلاقة المميزة للثنائية حمض ـ أساس: $pH=pK_A+\log\frac{[A^-]}{[HA]}$

* إذا كان $pH=pK_A$ فإن $\log\frac{[A^-]}{[HA]}=0$ ومنه $\frac{[A^-]}{[HA]}=1$ ويكون $[A^-]=[HA]$ فتركيز الحمض يساوي تركيز أساسه المرافق.

* إذا كان $pH>pK_A$ فإن $\log\frac{[A^-]}{[HA]}>0$ ومنه $\frac{[A^-]}{[HA]}>1$ أي $[A^-]>[HA]$ فالأساس متغلب على حمضه المرافق.

* إذا كان $pH<pK_A$ فإن $\log\frac{[A^-]}{[HA]}<0$ ومنه $\frac{[A^-]}{[HA]}<1$ أي $[A^-]<[HA]$ فالحمض متغلب على أساسه المرافق.

1.4ـ مخطط مجال التغلب:

يمثل مناطق الـ pH حيث يكون نوعا الثنائية حمض–أساس متغلبان.

0 — AH — $[HA]=[A^-]$ — A^- — 14 → pH

$[HA]>[A^-]$ مجال تغلب الحمض — pK_A — $[HA]<[A^-]$ مجال تغلب الأساس

0 — HCOOH — $HCOO^-$ — 14 → pH

$pK_A=3.75$

مخطط مجال تغلب الثنائية $HCOOH/HCOO^-$ عند $25°C$

2.4ـ مخطط توزيع نوعي الثنائية HA/A^- :

هو مخطط يمثل تطور النسب المئوية للنوعين: الحمض HA والأساس A^- بدلالة pH المحلول عند درجة معينة.

$\alpha(HA)$: نسبة الحمض

$\alpha(A^-)$: نسبة الأساس

عند تقاطع المنحنيين يكون:

$$pH = pK_A = 4,75$$

للثنائية $CH_3CO_2H/CH_3CO_2^-$:

$$\alpha(HA) = \frac{(HA)_{eq}}{C}, \quad \alpha(HA) = \frac{[HA]_{eq}}{[HA]_{eq} + [A^-]_{eq}}$$

4. 3 ـ الكواشف الملونة:

الكاشف الملون هو نوع كيميائي حمض أو أساس يتكون من الثنائية حمض–أساس والتي يرمز لشكليها المترافقين $HInd$، Ind^- واللذين لوناهما في المحلول المائي مختلفان.

يتميز الكاشف الملون المكون من الثنائية $HInd/Ind^-$ بثابت حموضته K_A الموافق للمعادلة: $HInd_{(aq)} + H_2O_{(l)} = Ind^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$ فمن أجل الثنائية $HInd_{(aq)}/Ind^-_{(aq)}$ تكون العلاقة $pH = pK_A + \log\frac{[Ind^-]}{[HInd]}$ فلون الكاشف يتوقف على النوع الغالب وبالتالي على pH المحلول.

– نقبل أن الكاشف يأخذ لون الشكل الحمضي له $HInd$ إذا كان $\frac{[HInd]}{[Ind^-]} > 10$ أي

$\frac{[Ind^-]}{[HInd]} < \frac{1}{10}$ وبالتالي $\log\frac{[Ind^-]}{[HInd]} < -1$ ومنه $pH < pK_A - 1$.

– نقبل أن الكاشف يأخذ لون الشكل الأساسي له Ind^-

إذا كان $\frac{[Ind^-]}{[HInd]} > 10$ أي $\log\frac{[Ind^-]}{[HInd]} > 1$ ومنه $pH > pK_A + 1$.

– تدعى منطقة الـ pH المحصورة بين $pK_A - 1, pK_A + 1$ والتي يأخذ فيها الكاشف لونه الحساس الناتج من تراكب لوني الشكلين الحمضي والأساسي له **بمنطقة التحول اللوني للكاشف.**

– تتواجد منطقة التحول اللوني للكاشف في منطقة الـ pH المؤطرة لـ pK_A الكاشف (التي تحتوي pK_A).

لون HInd | منطقة التحول اللوني الحساس | لون Ind^- | pH

0.0 | pK_A-1 | pK_A | pK_A+1 | 14

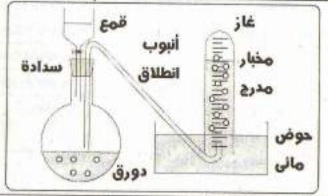
جدول التحول اللوني لبعض الكواشف

الكاشف	لون الشكل الحمضي	منطقة التحول	لون الشكل الأساسي	pK_A
هليانتين	أصفر برتقالي	3.1-4.4	أحمر	3.7
أخضر بروموكريزول	أصفر	3.8-5.4	أزرق	4.7
أزرق بروموتيمول	أصفر	6-6.7	أزرق	7
فنول فتالين	عديم اللون	8.2-10	وردي	9.4
أحمر المثيل	أحمر	4.2 - 6.2	أصفر	5.2
أحمر كلوروفينول	أصفر	5.2 - 6.2	أحمر	6.1

الناقلية المولية الشاردية

الشوارد الموجبة		الشوارد السالبة	
الشوارد	$\lambda(mSm^2mol^{-1})$	الشوارد	$\lambda(mSm^2mol^{-1})$
H_3O^+	35.0	HO^-	19.9
Li^+	3.86	F^-	5.54
Na^+	5.01	Cl^-	7.63
K^+	7.35	Br^-	7.81
NH_4^+	7.34	I^-	7.70
$CH_3NH_3^+$	5.87	NO_3^-	7.14
Ag^+	6.19	MnO_4^-	6.10
Ca^{2+}	11.90	HCO_3^-	5.46
Ba^{2+}	12.74	$CH_3CO_2^-$	4.09
Zn^{2+}	10.56	CO_3^-	13.86
Fe^{2+}	10.70	SO_4^{2-}	16.0
Pb^{2+}	14.20	PO_4^{3-}	27.84
Al^{3+}	18.90	IO_3^-	4.05
Fe^{3+}	20.40	CN^-	7.80

التجهيز المستعمل في تحضير غاز



جدول قيم K_A و الـ pK_A لبعض الثنائيات

pK_A	K_A	اسم الأفراد الكيميائية للثنائية حمض . اساس	الثنائية حمض . اساس
0.7	$2.0x10^{-1}$	حمض ثلاثي كلور الإيثانويك ــ شاردة ثلاثي كلور الإيثانويك	CCl_3COOH/ CCl_3COO^-
1.25	$5.6x10^{-1}$	حمض الأكزاليك ــ شاردة الأكزاليك الهيدروجينية	$H_2C_2O_4/HC_2O_4^-$
1.3	$5.0x10^{-2}$	حمض ثاني كلور الإيثانويك ــ شاردة ثاني كلور الإيثانويك	$CHCl_2COOH/ CHCl_2COO^-$
1.8	$1.6x10^{-2}$	حمض الكبريتي ــ شاردة الكبريتات الهيدروجينية	H_2SO_4 / HSO_4^-
1.9	$1.3x10^{-2}$	شاردة الكبريت الهيدروجينية ــ شاردة الكبريتات	HSO_4^- / SO_4^{-2}
2.1	$7.9x10^{-3}$	حمض الفوسفور ــ شاردة الفوسفات ثنائي الهيدروجين	$H_3PO_4 / H_2PO_4^-$
2.9	$1.3x10^{-3}$	حمض أحادي كلور الإيثانويك ــ شاردة أحادي كلور الإيثانوات	$CH_2 ClCOOH/CH_2 ClCOO^-$
3.2	$0.68x10^{-3}$	حمض فلور الهيدروجين ــ شاردة الفلور	HF / F^-
3.75	$1.8x10^{-4}$	حمض الميثانويك ــ شاردة الميثانوات	$HCOOH/ HCOO^-$
4.2	$2.0x10^{-5}$	حمض البنزويك ــ شاردة البنزوات	$C_6H_5COOH/ C_6H_5COO^-$
4.3	$5.0x10^{-5}$	شاردة الأكزالات الهيدروجينية ــ شاردة الإكزالات	$HC_2O_4^-/ C_2O_4^{-2}$
4.6	$2.5x10^{-5}$	شاردة الأنيلين ــ الأنيلين	$C_6H_5NH_3^+ / C_6H_5NH_2$
4.75	$1.8x10^{-5}$	حمض الايثانويك ــ شاردة الإيثانوات	CH_3COOH/ CH_3COO^-
6.4	$4.0x10^{-7}$	حمض الكربون ــ شاردة الكربونات الهيدروجينية	H_2CO_3/ HCO_3^-
7	$1.0x10^{-7}$	حمض كبريت الهيدروجين ــ شاردة الكبريت الهيدروجينية	H_2S / HS^-
7.2	$6.3x10^{-8}$	شاردة الكبريتيت الهيدروجينية ــ شاردة الكبريتي	HSO_3^- / SO_3^{-2}
7.5	$3.2.x10^{-8}$	حمض تحت الكلوري ــ شاردة تحت الكلوري	$HClO / ClO^-$
9.2	$7.9x10^{-10}$	حمض البوريك ــ شاردة البورات	HBO_2 / BO_2^-
9.3	$5x10^{-10}$	شاردة الأمونيوم ــ النشادر	NH_4^+/ NH_3
9.3	$5x10^{-10}$	حمض سيانور الهيدروجين ــ شاردة السيانور	HCN / CN^-
9.8	$1.5x10^{-10}$	ثنائي مثيل ميثان أمينN,Nشاردة ثلاثي مثيل الأمونيوم ــ	$(CH_3)_3 NH^+ / (CH_3)_3 N$
9.9	$1.3x10^{-10}$	فينول ــ شاردة الفينولات	$C_6H_5 OH / C_6H_5 O^-$
10.5	$3.2x10^{-11}$	إثيل إيثان أمينNشاردة ثنائي إثيل الأمونيوم ــ	$(C_2H_5)_2 NH_2^+ / (C_2H_5)_2 NH$
10.6	$2.7x10^{-11}$	شاردة مثيل الأمونيوم ــ ميثان أمين	$CH_3 - NH_3^+ / CH_3 - NH_2$
10.7	$1.9x10^{-11}$	مثيل ميثان أمينNشاردة ثنائي مثيل الأمونيوم ــ	$(CH_3)_2 NH_2^+ / (CH_3)_2 NH$
10.8	$1.6x10^{-11}$	شاردة إثيل الأمونيوم ــ إيثان أمين	$C_2H_5 - NH_3^+ / C_2H_5 - NH_2$
11	$0.98x10^{-11}$	ثنائي إثيل إيثان أمينN,Nشاردة ثلاثي إثيل الأمونيوم ــ	$(C_2H_5)_3 NH^+ / (C_2H_5)_3 N$
12.3	$2x10^{-12}$	شاردة الفوسفات أحادي الهيدروجين ــ شاردة الفوسفات	HPO_4^{2-} / PO_4^{3-}
13	$1x10^{-13}$	شاردة الكبريت الهيدروجينية ــ شاردة كبريت	HS^- / S^{2-}

تمارين

تمرين1:

1ــ أكتب معادلة التفكك الشاردي للماء.
2ــ ما هي العلاقة الموجودة عند التوازن بين الشوارد المتواجدة في الماء النقي والثابت K_e ؟
3- أحسب pH الماء النقي عند C 5و $C°$ 90 ، $K_e(90 C) = 3,8\times10^{-13}, K_e(5 C) = 1,7\times10^{-15}$
4ــ ما تأثير درجة الحرارة على تفاعل التشرد الذاتي للماء؟

الحل

1) معادلة تفاعل التشرد الذاتي للماء: $H_2O_{(l)} + H_2O_{(l)} = HO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

2) العلاقة بين الشوارد وبين K_e عند التوازن: $K_e = [H_3O^+]_{eq}[HO^-]_{eq}$

3) $K_e = 1,7\times10^{-15} \to [H_3O^+]^2 = 1,7\times10^{-15} \to [H_3O^+] = 4.1\times10^{-7} mol.L^{-1}$

$\to pH = -\log[H_3O^+]_{eq} = 7 - \log 4,1 = 6,4$

$K_e = 3,8\times10^{-13} \to [H_3O^+] = \sqrt{3,8\times10^{-13}} = 6,16\times10^{-7} mol.L^{-1}$

$\to pH = -\log \mathbf{6,16\times10^{-7}} = \mathbf{6,2}$

4) إن ارتفاع درجة الحرارة يؤدي الى زيادة تركيز شوارد الأكسونيوم وبالتالي نقصان قيمة pH .

تمرين2:

يحتوي ماء البحر على كثير من الأنواع الكيميائية المنحلة، له $pH = \mathbf{8.3}$ عند الدرجة $25°C$.
1. هل ماء البحر حمضي ، معتدل أو أساسي؟
2. أحسب تركيز شوارد الأكسونيوم.
3. أكتب معادلة تفاعل التشرد الذاتي للماء،وأعط عبارة الجداء الشاردي للماء عندالتوازنفي25C .
4. استنتج تركيز شوارد الهيدروكسيد عند التوازن.

الحل:

1) ماء البحر أساسي لأن $pH > 7$.

2) $[H_3O^+]_{eq} = 10^{-pH} = 10^{-8.3} = 5,0\times10^{-9} mol.L^{-1}$

3) $H_2O_{(l)} + H_2O_{(l)} = HO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$ ، $K_e = [H_3O^+]_{eq}[HO^-]_{eq}$

4) $[HO^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]} = \frac{1,0\times10^{-14}}{5,0\times10^{-9}} = 2,0\times10^{-6} mol.L^{-1}$

تمرين3:

نحضر محلولا لهيدروكسيد الصوديوم بإذابة $\mathbf{1,00}g$ في $1L$ من الماء النقي والانحلال تام.
1ــ ما صيغة المحلول الناتج؟
2- أحسب التركيز المولي لشوارد الهيدروكسيد
3ــ أحسب pH المحلول عند $25°C$.

الحل:

1) $NaOH_{(s)} \xrightarrow{l'eau} Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$

2) $[Na^+] = [HO^-] = [NaOH] = C$ ، $C = \frac{n}{V} = \frac{m}{MV} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{40.1}} = \mathbf{2.5\times10^{-2}} mol.l^{-1}$

3) لدينا: $K_e = [H_3O^+]_{eq}[HO^-]_{eq} \to [H_3O^+] = \frac{K_e}{[HO^-]}$

2,5×10

تمرين4:

أعطى قياس pH محلول حمض الايثانويك تركيزه $C = 1,0\times10^{-2} mol.L^{-1}$ القيمة 3,4 .

1ـ أكتب معادلة تفاعل حمض ايثانويك مع الماء.

2ـ استنتج عبارة ثابت الحموضة للثنائية $CH_3COOH_{(aq)} / CH_3COO^-_{(aq)}$.

3ـ a) أحسب تراكيز الشوارد: الأكسونيوم، الهيدروكسيد، الايثانوات.نذكر بأن المحلول متعادل كهربائيا وأن مجموع تراكيز الشوارد الموجبة يساوي مجموع تراكيز الشوارد السالبة.

b. أحسب تركيز حمض الايثانويك CH_3COOH، نذكر أن مبدأ انحفاظ الأنواع يسمح بكتابة العلاقة C=CH3COOH(متبقي)+CH3COO-(متفكك)

4ـ أحسب K_A و pK_A الثنائية $CH_3COOH_{(aq)} / CH_3COO^-_{(aq)}$.

الحل:

1) كتابة المعادلة: $CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(aq)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

2) كتابة عبارة ثابت الحموضة: $K_A = \frac{[CH_3COO^-]_{eq} + [H_3O^+]_{eq}}{[CH_3COOH]_{eq}}$

3) a) حساب تراكيز الشوارد $CH_3COO^-_{(aq)}, HO^-_{(aq)}, H_3O^+_{(aq)}$:

لدينا: $pH = 3,4 \rightarrow [H_3O^+]_{eq} = 10^{-pH} = 10^{-3,4} = 3,98\times10^{-4} mol.L^{-1}$

$$[HO^-]_{eq} = \frac{K_e}{[H_3O^+]_{eq}} = \frac{10^{-14}}{3,98\times10^{-4}} = 2,5\times10^{-11} mol.L^{-1}$$

مبدأ انحفاظ الشحنة: $[H_3O^+]_{eq} = [HO^-]_{eq} + [CH_3COO^-]_{eq} \rightarrow$

$$[CH_3COO^-]_{eq} = [H_3O^+]_{eq} - [HO^-]_{eq} = 3,98\times10^{-4} - 2,5\times10^{-11} \approx 3,98\times10^{-4} mol.L^{-1}$$

شوارد الهيدروكسيد تهمل لأن $[HO^-] << [H_3O^+]$

b. حساب $[CH_3COO^-]_{eq}$:

من مبدأ انحفاظ الأنواع: $C = [CH_3COOH]_{eq} + [CH_3COO^-]_{eq} \rightarrow$

$$[CH_3COOH]_{(eq)} = C - [CH_3COO^-]_{eq} = 1,0\times10^{-2} - 3,98\times10^{-4} = 0,96\times10^{-3} mol.l^{-1}$$

4) حساب ثابت الحموضة: $K_A = \frac{[H_3O^+]^2_{eq}}{[CH_3COOH]_{eq}} = \frac{(3,98\times10^{-4})^2}{0,96\times10^{-3}} = 1,6\times10^{-5}$

$pK_A = -\log K_A = 4,78$

تمرين5:

ندخل في حوجلة سعتها 50mL، $2,0\times10^{-4} mol$ من حمض الايثانويك و $1,0\times10^{-4} mol$ من محلول ايثانوات الصوديوم، ثم أكملنا الحجم حتى خط العيار بالماء المقطر ثم نجانس المحلول فيكون pK_A الثنائية $CH_3COOH_{(aq)} / CH_3COO^-_{(aq)}$ مساويا لـ 4,75 .

1ـ أكتب المعادلة الكيميائية الممكنة بين الأنواع التي وضعت في الحوجلة.

2ـ أحسب pH المحلول.

الحل:

2) حساب pH المحلول:لدينا $pH = pK_A + \log\frac{[A^-]}{[HA]}$ ومنه $pH = pK_A + \log\frac{[CH_3COO^-]_{eq}}{[CH_3COOH]_{eq}}$

من معادلة التفاعل تركيزا كل من الحمض وأساسه المرافق لا يتغيران عندالتوازن

ومنه $pH = 4,75 + \log\frac{1\times10^{-4}}{2\times10^{-4}} = 4,4$.

تمرين6:

تعطى معادلتي تفاعل حمض - أساس التاليتين:

$HNO_{2(aq)} + NH_{3(l)} = NH^+_{4(aq)} + NO^-_{2(aq)}$ ،

$NH^+_{4(aq)} + NO^-_{2(aq)} = NH_{3(aq)} + HNO_{2(aq)}$

1. أكتب عبارتي ثابتي الحموضة الموافقين للتفاعلين.

2. أعط عبارتي ثابتي التوازن K_2, K_1 بدلالة التراكيز

3. عبر عن K_{A_2}, K_{A_1} بدلالة K_2, K_1 واحسب قيمتهما عند 25°C . يعطى pK_{A_1} الموافق للثنائية $HNO_{2(aq)} / NO^-_{2(aq)}$ يساوي 3,25 عند 25°C و pK_{A_2} الموافق للثنائية $NH^+_{4(aq)} / NH_{3(aq)}$ يساوي 9,20 عند 25°C .

الحل:

1) عبارتا ثابتي الحموضة K_{A_1}, K_{A_2} : $K_{A_1} = \frac{[NO_2^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[HNO_2]_{eq}}$ ، $K_{A_2} = \frac{[NH_3]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[NH_4^+]_{eq}}$

2) عبارتا K_2, K_1 : $K_1 = \frac{[NO_2^-]_{eq}[NH_4^+]_{eq}}{[HNO_2]_{eq}[NH_3]_{eq}}$ ، $K_2 = \frac{[NH_3]_{eq}[HNO_2]_{eq}}{[NH_4^+]_{eq}[NO_2^-]_{eq}}$

3) عبارتا ثابتي التوازن بدلالة K_{A_2}, K_{A_1} : $K_1 = \frac{[NO_2^-]_{eq}[NH_4^+]_{eq}}{[HNO_2]_{eq}[NH_3]_{eq}} \times \frac{[H_3O^+]_{eq}}{[H_3O^+]_{eq}}$ ومنه: $K_1 = K_{A1} / K_{A2}$

$pK_{A_2} = 9,20 \rightarrow K_{A_2} = 10^{-pK_{A_2}} = 10^{-9,20} = 6,3\times10^{-10}$

ومنه: $K_1 = \frac{5,6\times10^{-4}}{6,3\times10^{-10}} = 8,87\times10^5$ ، $K_2 = \frac{K_{A_2}}{K_{A_1}} = 1,12\times10^{-6}$

تمرين7:

نعتبر الأحماض التالية: $C_6H_5CO_2H, HCO_2H, HSO_3^-, CH_3CO_2H, NH_4^+, HCl$

1ـ حدد الثنائيات حمض-أساس الموافقة لها مع تسميتها.

2ـ ابحث عن pK_A هذه الثنائيات في جدول الـ pK_A, K_A عند 25°C .

3ـ رتب من أجل نفس التركيز ترتيبا متزايدا نسبة التقدم النهائي لتفاعلها مع الماء.

الحل:

1. 2) الثنائيات حمض-أساس: الجدول

3) $NH_4^+ < HSO_3^- < C_6H_5CO_2H < HCO_2H < HCl$

تزداد نسبة التقدم النهائي كلما

قل الـ pK_A (زيادة K_A)

تمرين8:

لدينا ثلاثة محاليل مائية(1)،(2)،(3) لها نفس التركيز، حمض البنزويك $C_6H_5CO_2H_{(aq)}$، حمض

1ـ اكتب معادلة تفاعلها مع الماء.

2ـ ماقيمة الـ pH من بين القيم التالية الموافقة لكل محلول؟

$pH_C = 3{,}3$ ، $pH_B = 2{,}9$ ، $pH_A = 5{,}8$

المعطيات: $pK_A(HNO_2/NO_2^-) = 3{,}3$ ، $pK_A(C_6H_5CO_2H/C_6H_5CO_2^-) = 4{,}2$ ، $pK_A(NH_4^+/NH_3) = 9{,}2$

الحل:

1) كتابة معادلة التفاعل مع الماء: $C_6H_5CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = C_6H_5CO^-_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

$$HNO_{2(aq)} + H_2O_{(l)} = NO^-_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

$$NH^+_{4(aq)} + Cl^-_{(aq)} + H_2O_{(l)} = NH_{3(aq)} + H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$$

2) قيمة الـ pH الموافقة لكل محلول: $pH_A = 5{,}8$ توافق المحلول: $NH^+_{4(aq)} + Cl^-_{(aq)}$

$pH_B = 2{,}9$ توافق المحلول: $HNO_{2(aq)}$

$pH_C = 3{,}3$ توافق المحلول: $C_6H_5CO_2H_{(aq)}$

كلما كان pK_A الثنائية الموافقة كبيرا، كان الحمض ضعيفا و pH كبيرا والعكس صحيح.

تمرين9:

لدينا الأحماض المائية(1)،(2)،(3) التي لها نفس التركيز C لحمض كلور الماء، حمض البوريك، وحمض الميثانويك. أعطى قياس pH هذه المحاليل: $pH_1 = 2{,}3, pH_2 = 5{,}7, pH_3 = 3{,}1$. 1ـ أكتب معادلة تفاعلها مع الماء.	2ـ رتب الأحماض حسب قوتها المتزايدة. 3ـ ارفق بكل تفاعل من بين القيم التالية نسبة التقدم النهائي له وكذلك الـ pK_A والثنائية الداخلة في التفاعل. $\tau: 4{,}0\times10^{-4}$ ، $0{,}16$ ، $1{,}0$ ، $pK_A: 3{,}75$ ، $-6{,}3$ ، $9{,}2$

الحل:

1) معادلات تفاعل الأحماض مع الماء:

$$HCl_{(aq)} + H_2O_{(l)} = H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$$

$$HBO_{2(aq)} + H_2O_{(l)} = H_3O^+_{(aq)} + BO^-_{2(aq)}$$

$$HCO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = HCO^-_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2) بمقارنة pK_A الثنائيات الموافقة للأحماض فإن: حمض الكلور أقوى من حمض الميثانويك أقوى من حمض البوريك.

3) كلما كان الـ pK_A صغيرا كانت نسبة التقدم كبيرة و الـ pH يكون صغيرا كلما كانت نسبة التقدم كبيرة. $\tau = 1 \to pK_A = -6{,}3$ ، $\tau = 4{,}0\times10^{-4} \to pK_A = 9{,}2$ ، $\tau = 0{,}16 \to pK_A = 3{,}75$

تمرين10:

يحتوي الحليب على حمض اللبن $CH_3-CHOH-CO_2H$ الذي يرمز له HA وشوارد اللاكتات $CH_3-CHOH-CO_2^-$ التي يرمز لها A^- وله $pH = 6{,}5$.

1ـ أرسم مخطط مجال التغلب الخاص بالثنائية شاردة اللاكتات/حمض اللبن.

2ـ حدد من بين هذين النوعين النوع الغالب في هذا الحمض.

يعطى: $K_A = 1{,}3\times10^{-4}$ عند $25\,C$.

الحل:

1) رسم مخطط مجال التغلب:

لدينا $K_A = 1{,}3\times10^{-4} \longrightarrow pK_A = 3{,}9$

0	AH	$[HA]=[A^-]$	A^-	14
	$[HA]>[A^-]$ مجال تغلب الحمض	$pK_A=3{,}9$	$[HA]<[A^-]$ مجال تغلب الأساس	pH

من أجل $pH < 3{,}9$ فإن HA هو الغالب، ومن أجل $pH = 6{,}5$ فإن A^- هو الغالب

تمرين11:

الأسبرين حمض كربوكسيلي يؤثر بشكل محدود على الماء والذي يرمز له بـ $RCOOH_{(aq)}$ ، تذيب منه قرص في $0{,}15L$ من الماء فيكون تركيزه $C = 1{,}9\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$	و pH المحلول يساوي 2,6 . 1ـ أعط عبارة ثابت الحمض لثنائية الأسبرين. 2ـ أحسب التقدم عند التوازن. 3ـ استنتج تراكيز الأنواع المتواجدة عند التوازن. 4ـ أحسب K_A ، و pK_A لثنائية الأسبرين.

الحل:

1) عبارة ثابت الحموضة: لدينا: $RCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = RCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

$$K_A = \frac{[RCOO^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[RCOOH]_{eq}}$$

2) حساب التقدم x_{eq} عند التوازن:

$$x_{eq} = [H_3O^+]_{eq}.V = 10^{-pH}.V = 10^{-2{,}6}.0{,}15 = 3{,}76\times10^{-4}\,mol$$

3) تراكيز الأفراد المتواجدة في المحلول عند التوازن:

$[H_3O^+]_{eq} = 10^{-pH} = 10^{-2{,}6} = 2{,}5\times10^{-3}\,mol.L^{-1}$ ومنه: $[HO^-]_{eq} = \dfrac{K_e}{[H_3O^+]_{eq}} = \dfrac{10^{-14}}{2{,}5\times10^{-3}}$

عند التوازن يكون: $[HO^-]_{eq} = 3{,}98\times10^{-12}\,mol.L^{-1}$

(من معادلة انحفاظ الشحنة) $[H_3O^+]_{eq} = [RCOO^-]_{eq} = 2{,}5\times10^{-3}\,mol.L^{-1}$

من معادلة انحفاظ المادة فإن: $C = [RCOOH]_{eq} + [RCOO^-]_{eq}$ ومنه

$$[RCOOH]_{eq} = C - [RCOO^-]_{eq} = 1{,}9\times10^{-2} - 2{,}5\times10^{-3} = 1.65\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$$

4) حساب K_A ، و pK_A : $K_A = \dfrac{[RCOO^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[RCOOH]_{eq}} = \dfrac{(2{,}5\times10^{-3})^2}{1{,}65\times10^{-2}} = 3{,}78\times10^{-4}$

$\to pK_A = -\log K_A = 3{,}42$

تمرين12:

يمكن لحمض اللبن ذو الصيغة: $CH_3-CHOH-COOH$ أن يتشكل بفعل تخمر اللاكتوز الموجود في الحليب.

1. a) أكتب عبارة الثنائية حمض-أساس لحمض اللبن.

b) أكتب المعادلة الكيميائية لتفاعل هذا الحمض مع الماء واكتب عبارة ثابت الحموضة، يرمز للحمض بـ HA .

c) قياس pH الحليب عند الدرجة $37^\circ C$ أعطى القيمة 6,7 ، ماهو النوع الكيميائي الغالب في هذا الحليب؟

d) أحسب نسبة التركيزين $\dfrac{[A^-]_{eq}}{[HA]_{eq}}$ في الحليب عند $37^\circ C$.

2ـ إن تشكل حمض اللبن أثناء الإجهاد العضلي هو سبب التشنج بينما أساسه المرافق دون فعالية، فمن أجل تفادي هذه التشنجات ينصح بشرب ماء "أساسي"،ومن أجل فهم هذا التأثير نمزج مع حمض اللبن شوارد الهيدروكسيد عند الدرجة $37^\circ C$.

a) أكتب معادلة التفاعل الحادث.

b) أحسب ثابت التوازن.

c) علل استعمال المشروب الأساسي لتفادي التشنجات الراجعة لحمض اللبن.

3ـ نحضر حجما $V_A = 100mL$ من محلول حمض اللبن تركيزه $C_A = 5,00\times10^{-2} mol.L^{-1}$ له $pH = 2,6$ عند $25^{\circ}C$.

a) أحسب تراكيز الأنواع المتواجدة في المحلول.

b) استنتج قيمة الـ pK_A للثنائية HA/A^- عند $25^{\circ}C$.

pK_A حمض اللبن عند $37^{\circ}C$ يساوي 3,90 ، $K_e = 2,40\times10^{-14}$ عند $37\ C$.

الحل:

1ـ a) الثنائية حمض ـ أساس لحمض اللبن: $CH_3CHOHCOOH / CH_3CHOHCOO^-$

b) معادلة تفاعل الحمض HA مع الماء: $HA_{(aq)} + H_2O_{(aq)} = A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

$$K_A = \frac{[A^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[HA]_{eq}}$$

c) النوع الغالب: لدينا: $pH = 6,7$ ، $pK_A = 3,90$ عند الدرجة $37\ C$ ، وبما أن $pH > pK_A$ فإن النوع الغالب هو A^-.

d) حساب النسبة $\frac{[A^-]_{eq}}{[HA]_{eq}}$: لدينا $pH = pK_A + \log\frac{[A^-]}{[HA]}$ ومنه

$\log\frac{[A^-]}{[HA]} = pH - pK_A = 6,7 - 3,90 = 2,8.$ ومنه: $\frac{[A^-]}{[HA]} = 10^{(pH-pK_A)} = 10^{2,8} = 6,31\times10^2$

2ـ a) كتابة معادلة التفاعل بين $HA_{(aq)}, HO^-_{(aq)}$: $HA_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = A^-_{(aq)} + H_2O_{(aq)}$

b) حساب ثابت التوازن K : لدينا $K = \frac{[A^-]_{eq}}{[HA]_{eq}[HO^-]_{eq}}$ بضرب K في $\frac{[H_3O^+]_{eq}}{[H_3O^+]_{eq}}$ نجد

$$K = \frac{[A^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[HA]_{eq}[HO^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}} = \frac{K_A}{K_e}$$

يظهر في هذه العلاقة K_A والجداء الشاردي للماء K_e : $K = K_A / K_e = 10^{-3,9} / 2,4\times10^{-14} = 5,25.10^{9}$

c) إن إضافة HO^- إلى الحمض HA تحوله إلى A^- (شاردة اللاكتات) مما يقلل من التشنجات لتناقص تركيز الحمض.

3ـ a) حساب تراكيز الأفراد المتواجدة في المحلول: لدينا:

$[H_3O^+]_{eq} = 10^{-pH} = 10^{-2,6} = 2,5\times10^{-3} mol.L^{-1}$ ومن معادلة تفاعل الحمض مع الماء

فإن $[H_3O^+]_{eq} = [A^-]_{eq} = 2,5\times10^{-3} mol.L^{-1}$ و

$[HO^-] = K_e / [H_3O^+] = 2.4.10^{-14} / 2.5.10^{-3} \approx 10^{-11} molL^{-1}$ وهي مهملة أمام القيم الأخرى

ولدينا $[HA]_{eq} = \frac{n_i(HA) - x_{eq}}{V_A}$ حيث $n_i(HA) = C_A.V_A$ ومنه:

$$[HA]_{eq} = \frac{C_AV_A - 10^{-pH}.V_A}{V_A} = C_A - 10^{-pH} = 5,00\times10^{-2} - 2,51\times10^{-3} = 4,75\times10^{-2} mol.L^{-1}$$

b) قيمة K_A عند $25^{\circ}C$: $K_A = \frac{[A^-]_{eq}}{[HA]_{eq}[HO^-]_{eq}} = \frac{(2,51\times10^{-3})^2}{4,75\times10^{-2}} = 1,33\times10^{-4}$

تمرين13:

الهليانتين كاشف ملون، الشكل الحمضي $HInd_{(aq)}$ لونه أحمر والشكل الأساسي $Ind^-_{(aq)}$ لونه أصفر.

1ـ أكتب المعادلة الكيميائية لتفاعل الهليانتين مع الماء، وأعط عبارة ثابت الحموضة للثنائية: $HInd / Ind^-$ واحسب قيمته عند $25^{\circ}C$.

2ـ يكون لون محلول مائي يحتوي قطرات الهليانتين أحمرا إذا كان $[HInd] > 10[Ind^-]$ وأصفرا إذا كان $[Ind^-] > 10[HInd]$

a) حدد منطقة التحول اللوني للهليانتين.

b) ما المقصود باللون الحساس؟ ما هو اللون الحساس للهليانتين؟

c) لماذا نضيف بعض قطرات فقط من الهليانتين للمحلول؟

3ـ نضيف بعض قطرات الهليانتين إلى محلول حمض كلور الماء تركيزه بشوارد الأكسونيوم: $[H_3O^+]_{eq} = 10^{-2} molL^{-1}$. ماذا يصبح لون الهليانتين؟ يعطى pK_A الثنائية $(HInd / Ind^-)$ مساويا 3,8 عند $25^{\circ}C$.

الحل:

1. كتابة معادلة التفاعل وعبارة ثابت الحموضة: $HInd_{(aq)} + H_2O_{(l)} = Ind^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

$$K_A = \frac{[Ind^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[HInd]_{eq}} ,\ K_A = 10^{-pK_A} = 10^{-3,8} = 1,6\times10^{-4}$$

2ـ a) من العلاقة $pH = pK_A + \log\frac{[Ind^-]_{eq}}{[HInd]_{eq}}$ فإن $\log\frac{[Ind^-]_{eq}}{[HInd]_{eq}} = pH - pK_A$

-إذا كان $[HInd]_{eq} > 10[Ind^-]_{eq}$ فإن: $\frac{[Ind^-]_{eq}}{[HInd]_{eq}} < \frac{1}{10} = 10^{-1} \rightarrow \log\frac{[Ind^-]_{eq}}{[HInd]_{eq}} < \log 10^{-1}$

$\rightarrow pH - pK_A < -1 \rightarrow pH < pK_A - 1 \rightarrow pH < 3.8 - 1 = 2,8$ ، من أجل ذلك نلاحظ لونا أحمرا.

-إذا كان $[Ind^-] > 10[HInd]_{eq}$ فإن: $\frac{[Ind^-]_{eq}}{[HInd]_{eq}} > 10 \rightarrow \log\frac{[Ind^-]_{eq}}{[HInd]_{eq}} > \log 10$

$\rightarrow pH - pK_A > 1 \rightarrow pH > pK_A + 1 \rightarrow pH > 3.8 + 1 = 4,8$

فالمحلول يأخذ لونا أصفرا. من أجل ذلك تكون منطقة التحول اللوني محصورة بين 4,8 - 2,8.

b) نشاهد لونا حساسا عندما يتواجد الشكلان الحمضي والأساسي وهذا ناتج عن تراكب الألوان: أصفر + أحمر = برتقالي.

c) بما أن الكاشف الملون: الهليانتين له خصائص حمضية-أساسية فإن إضافة كمية كبيرة منه تؤدي إلى تغيير pH المحلول.

3ـ محلول الحمض له $pH = 2$ وبما أن $pH < 2,8$ فالمحلول يأخذ لونا أحمرا.

تمرين14:

ثلاث محاليل مائية لها نفس التركيز $C = 0,1 molL^{-1}$.

A: محلول كلور الصوديوم: $NaCl$.

B: محلول كلور إثيل أمونيوم: $C_2H_5NH_3Cl$.

C: محلول هيدروكسيد الصوديوم.
تم الحصول على هذه المحاليل بانحلال كتل m_C, m_B, m_A للأنواع السابقة بالترتيب، حجم كل محلول هو $V = 100mL$ المحاليل لها الـ pH: 5.9، 7.0، 13.0 لكن نجهل ال pH الموافق لكل منها

1. أكتب معادلات الانحلال الموافقة للمحاليل الثلاث.
2. أحسب الكتل m_C, m_B, m_A.
3. ماهو الـ pH الموافق لكل محلول مع التعليل؟
4. أكتب معادلة تفاعل اثيل أمونيوم $C_2H_5NH_3^+$ مع الماء. أحسب نسبة التقدم النهائي للتفاعل(يمكن انجاز جدول للتقدم).

5ـ نمزج المحلولين A، C فيعطي قياس pH المزيج القيمة 12,7، بين أن الأمر يتعلق بالتمديد.
6ـ نمزج B والمحلول C فقياس pH أعطى القيمة 11,7.
a) ماهو التفاعل الممكن حدوثه؟ أعط عبارة ثابت التوازن K واحسب قيمته.
b) أحسب نسبة التقدم النهائي لهذا التفاعل.
المعطيات: $K_e = 10^{-14}$ عند $25\,C$. $pK_A(C_2H_5NH_3^+ / C_2H_5NH_2) = 10.8$،

الحل:

1ـ المحلول A: $NaCl_{(s)} \xrightarrow{eau} Na^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$

المحلول B: $C_2H_5NH_3Cl_{(s)} \xrightarrow{eau} C_2H_5NH^+_{3(aq)} + Cl^-_{(aq)}$

المحلول C: $NaOH_{(s)} \xrightarrow{eau} Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$

2ـ حساب الكتل m_C, m_B, m_A: لدينا: $M_A = 58.5g/mol, M_B = 81.5g/mol, M_C = 40g/mol$

لدينا: $C_A = C_B = C_C = 0,1mol\,L^{-1}$، $C = \frac{n}{V} = \frac{m}{MV} \rightarrow m = CMV$ ومنه:

$m_A = CM_AV = 0,100 \times 58,5 \times 0,100 = 0,585g$، $m_B = CM_BV = 0,100 \times 81,5 \times 0,100 = 0,815g$

$m_C = CM_CV = 0,100 \times 40 \times 0,100 = 0,40g$

3 ـ المحلول C يحتوي كمية كبيرة من شوارد الهيدروكسيد وبالتالي فـ pH المحلول هو 13.
المحلول A ($Na^+ + Cl^-$) معتدل لأن Na^+، Cl^- غير فعالة (متفرجة) في المحلول وبالتالي pH المحلول هو 7. المحلول B له $pH = 5,9$ (حمض).

4ـ معادلة تفاعل إثيل أمونيوم مع الماء: $C_2H_5NH^+_{3(aq)} + H_2O_{(l)} = C_2H_5NH_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

و pH التفاعل هو 5,9 فيكون: $[H_3O^+]_{eq} = [C_2H_5NH_2]_{eq} = 10^{-5.9} = 1,26 \times 10^{-6} mol/l^{-1}$،

المعادلة		$C_2H_5NH^+_{3(aq)} + H_2O_{(l)} = C_2H_5NH_{2(aq)} + H_2O_{(l)}$			
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح ا	0	n_i	بز	0	0
ا ت	x	$n_i - x$	بز	x	x
ح ن	x_{eq}	$n_i - x_{eq}$	بز	x_{eq}	x_{eq}

لو كان التفاعل تاما فإن شاردة إثيل أمونيوم متفاعل محد ومن جدول التقدم:

$x_{eq} = [H_3O^+]_{eq}.V$،

$x_{eq} = 1.26 \times 10^{-7} mol.L^{-1}$

$0,0100 - x_{max} = 0 \rightarrow x_{max} = 0,01mol$ ، $\tau = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = \frac{1,26 \times 10^{-7}}{0,0100} = 1,26 \times 10^{-5}$

5ـ في المحلول C فإن $n_{HO^-} = CV = 0.100 \times 0,1 = 0,010mol$، بعد المزج إن $V_T = 2V = 0,2L$

ويكون تركيز شوارد HO^- في المزيج هو $[HO^-] = \frac{n_{HO^-}}{2V} = \frac{10^{-2}}{0.2} = 5.0 \times 10^{-2} mol/l^{-1}$ ومن

الجداء الشاردي للماء فإن: $[H_3O^+]_{eq} = \frac{K_e}{[HO^-]_{eq}} = \frac{10^{-14}}{5,0 \times 10^{-2}} = 2,0 \times 10^{-13} mol L^{-1}$ ومنه

$pH = -\log[H_3O^+] = 12,7$ فالأمر يتعلق حقيقة بالتمديد.

6ـ a) عند مزج B، C فإن التفاعل الممكن حدوثه هو:

$C_2H_5NH^+_{3(aq)} + OH^-_{(aq)} = C_2H_5NH_{2(aq)} + H_2O_{(aq)}$ ويكون ثابت التوازن

هو $K = \frac{[C_2H_5NH_2]_{eq}}{[C_2H_5NH_3^+]_{eq}[HO^-]_{eq}}$، $K = \frac{[C_2H_5NH_2]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[HO^-]_{eq}[C_2H_5-NH_3^+]_{eq}[H_3O^+]_{eq}} = \frac{K_A}{K_e}$

$$K = \frac{K_A}{K_e} = \frac{10^{-10.8}}{10^{-14}} = 1585$$

b) لدينا $pH = 11.7$ ومنه $[H_3O^+]_{eq} = 10^{-pH} = 10^{-11.7} mol L^{-1}$

$$\rightarrow [HO^-]_{eq} = \frac{K_e}{[H_3O^+]_{eq}} = \frac{10^{-14}}{10^{-11.7}} = 5,0 \times 10^{-3} mol.L^{-1}.$$

من جدول التقدم:

المعادلة		$C_2H_5NH^+_{3(aq)} + HO^-_{(aq)} = C_2H_5NH_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح ا	0	n	بز	0	0
ا ت	x	n-x	بز	x	x
ح ت	x_{eq}	n-x_{eq}	بز	x_{eq}	x_{eq}

إيجاد x_{eq}: لدينا

$[HO^-] = \frac{n_{HO^-}}{2V} = \frac{0.01 - x_{eq}}{2V} = 5.0 \times 10^{-3} molL^{-1}$

$\rightarrow x_{eq} = 9.10^{-3} mol$ لو كان التفاعل تاما فإن المتفاعل المحد هو $C_2H_5NH_3^+$ ومنه:

$0,010 - x_{max} = 0 \rightarrow x_{max} = 0,010 mol$ ويكون: $\tau = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = \frac{9,0 \times 10^{-3}}{1,0 \times 10^{-2}} = 9,0 \times 10^{-1}$

تمرين15

نستعمل محلولا للكاشف الملون لأزرق البروموتيمول تركيزه المولي $C = 20mmolL^{-1}$، لون الشكل الحمضي $HInd$ أصفر والشكل الأساسي Ind^- أزرق بنفسجي.

سمحت دراسة تجريبية برسم مخطط التوزيع للشكلين الحمضي والأساسي بدلالة الـ pH.

1ـ حدد المنحنى الموافق للشكل الحمضي والمنحنى الموافق للشكل الأساسي.
2ـ حدد pK_A الثنائية $HInd/Ind^-$ المكونة لهذا الكاشف الملون.
3ـ ما لون الكاشف في محلول له $pH = 2$ ثم في محلول له $pH = 10$؟
4ـ حدد التركيزين الموافقين للحمض والأساس المرافقين لما $pH = 3,5$.

الحل:

1) منحنى الحمض يبدأ من قيمة عظمى ثم يتناقص (خط متواصل)، و منحنى الأساس يبدأ من الصفر ثم يتزايد (خط متقطع).

2) تحديد pK_A: يتقاطع المنحنيان عند $pK_A = pH \rightarrow pK_A = 4,2$

3) لما $pH < 4,2$ فإن $HInd$ هو الغالب ومنه من أجل محلول له $pH = 2$ فإن لون المحلول أصفر .ومن أجل $pH = 10$ فإن Ind^- هو الغالب ويكون لون المحلول أزرقا.

4) من أجل $pH = 3,5$ فإن $p(A^-) = 25\%$ ومنه $p(HA) = 75\%$

حيث p تمثل النسبة المئوية: $p(A^-)=[A^-]/C$ و $p(HA)=[HA]/C$

$$\rightarrow [HA] = p(HA).C = 0,75 \times 20 \times 10^{-3} mol.L^{-1} = 1,5 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$$

$$[A^-] = p(A^-).C = 0,25 \times 20 \times 10^{-3} mol.L^{-1} = 0,5 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$$

تمرين16:

نعتبر الثنائية شاردة ثنائي هيدروجينوفوسفات/شاردة هيدرجينوسفات: $H_2PO_4^- / HPO_4^{2-}$ أحد منظمي pH الدم وتجعله قريبا من 7,4 وقيمة الـ pK_A لهذه الثنائية $pK_A = 6,82$ عند $25°C$ ،

1ـ أحسب النسبة $\frac{[H_2PO_4^-]}{[HPO_4^{2-}]}$ في الدم.

2ـ يكون $[HPO_4^{2-}] = 0,275 mol.L^{-1}$ في الدم المعتبر. استنتج $[H_2PO_4^-]$.

3ـ ينتج $0,035mol$ من حمض اللبن $C_3H_6O_3$ في لتر من الدم. أكتب معادلة التفاعل الحادث بين حمض اللبن الذي نرمز له HA والشاردة HPO_4^-.

4ـ بفرض أن هذا التفاعل تام، حدد تركيزي $H_2PO_4^-$، HPO_4^{2-} .

الحل:

1) حساب النسبة $\frac{[H_2PO_4^-]}{[HPO_4^{2-}]}$: لدينا $pH = pK_A + \log\frac{[HPO_4^{2-}]}{[H_2PO_4^-]}$

$$\log\frac{[HPO_4^{2-}]}{[H_2PO_4^-]} = pH - pK_A \rightarrow \frac{[H_2PO_4^-]}{[HPO_4^{2-}]} = 10^{-(pH-pK_A)} = 10^{-(7.4-6.82)} = 10^{-0.58} = 0.26$$

2) استنتاج $[H_2PO_4^-]$:

إذا كان $[HPO_4^{2-}] = 0,275 mol.L^{-1}$ فإن: $[H_2PO_4^-] = [HPO_4^{2-}] = 0.26 \times 0.275 \approx 0.07 mol.L^{-1}$

3) كتابة معادلة التفاعل بين HA والشاردة HPO_4^-: $HA + HPO_4^{2-} = H_2PO_4^- + A^-$

4ـ حساب تركيزي $H_2PO_4^-$، HPO_4^{2-} إذا كان التفاعل تاما

ننجز جدولا لتقدم التفاعل: $n_i = CV = 0,035mol$

$n_i'(HPO_4^{2-}) = 0.275mol$

المعادلة		$HA + HPO_4^{2-} = H_2PO_4^- + A^-$			
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح ا	0	n_i	n_i'	n_i'	0
ح ن	x_{max}	$n_i - x_{max}$	$n_i' - x_{max}$	$n_i' + x_{max}$	x_{max}

إذا كان الحمض هو المتفاعل المحد

$\leftarrow CV - x_{max} = 0$

$x_{max} = 0,035 \times 1 = 3,5 \times 10^{-2} mol$

إذا كان HPO_4^{2-} هو المتفاعل المحد فإن

$$n_i(HPO_4^{2-}) - x_{max} = 0 \rightarrow n_i(HPO_4^{2-}) = x_{max} \rightarrow x_{max} = 0,275 \times 1 = 2,75 \times 10^{-1} mol$$

فالمتفاعل المحد يوافق التقدم الأعظمي الأصغر ومنه $x_{max} = 3,5 \times 10^{-2} mol$

ومنه $n_i(HPO_4^{2-}) = x_{max} = 3,5 \times 10^{-2} mol$

$$[H_2PO_4^{2-}] = \frac{x_{max}}{V} = 3,5 \times 10^{-2} mol.L^{-1} \rightarrow [HPO_4^-] = 2,75 \times 10^{-1} - 3,5 \times 10^{-2} = 0,24 mol.L^{-1}$$

5. المعايرة الـ pH . مترية

1.5 - المعايرات حمض-أساس:

تسمح المعايرة حمض-أساس بتحديد التركيز للحمض أو الأساس في محلول يتم فيه تفاعل حمض-أساس حسب المعادلة: $HA_{(aq)} + B_{(aq)} = A^-_{(aq)} + BH^+_{(aq)}$

- إذا كان المتفاعل المُعايِرْ حمضا فإن المحلول المُعايَـرْ يحتوي أساسا.
- إذا كان المتفاعل المُعايِرْ أساسا فإن المحلول المُعايَـرْ يحتوي حمضا.

إن التحول المرفق بتفاعل المعايرة يجب أن يكون سريعا وتاما ومميزا للنوع المعاير.

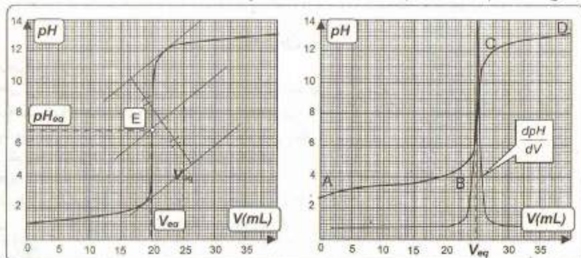
- عند التكافؤ يصبح التفاعل تاما وتكون كميتا مادتي المتفاعل المُعايِرْ (n_0) والمتفاعل المُعايَـرْ (n_1) متساوية $n_0 = n_1 = C_0V_0 = C_1V_E$ حيث V_E حجم المتفاعل المُعايِـرْ المسكوب عند التكافؤ، ويسمى حجم التكافؤ.

2.5 ـ المعايرة الـ pH - مترية:

1.2- التجهيز التجريبي: يوضع المتفاعل المُعايَرْ في كأس بيشر والذي يغمر فيه مسرى الـ pH - متر بعد ضبطه والمتفاعل المُعايِـرْ في سحاحة مدرجة (رسم تجهيز المعايرة).

2.2- مبدأ المعايرة الـ pH مترية: نتابع بواسطة الـ pH - متر تغيرات pH المزيج الموجود في البيشر بدلالة الحجم V للمتفاعل المعاير المسكوب، يترجم التكافؤ على منحنى المعايرة $pH = f(V)$ بتغير فجائي لـ pH المزيج، فعند معايرة حمض بأساس مثلا نحصل على المنحنى التالي (الشكل) والمكون من ثلاثة أجزاء: - الجزء (AB) يكون تغير pH المزيج فيه طفيفا.

- الجزء (BC) يحدث فيه تغير فجائي وسريع للـ pH (قفزة الـ pH)، وتتواجد نقطة التكافؤ في هذه المنطقة.



ـ الجزء (CD) يتغير فيه الـ pH ببطء ويؤول إلى خط مقارب أفقي.

3.2- تحديد حجم التكافؤ:

يحدد الحجم المسكوب عند التكافؤ V_E باستعمال:

- **طريقة المماسات:** يوافق الحجم المسكوب عند التكافؤ فاصلة النقطة E المحددة بطريقة المماسات المتوازية.

- **طريقة منحنى المشتقة:** يوافق الحجم المسكوب عند التكافؤ V_E فاصلة النهاية العظمى للمنحنى $\frac{dpH}{dV} = g(V)$

يمكن تحديد حجم التكافؤ عن طريق برنامج (logiciel) برسم بيان تطور مشتق الـ pH بالنسبة للحجم V للمتفاعل المعاير.

5. 3 - المعايرة اللونية : (دون استعمال الـ pH ـ متر):

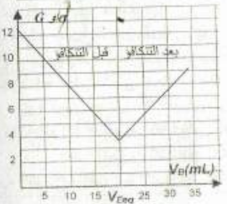
ان الحجم المسكوب عند التكافؤ في الطريقة اللونية يوافق تغير لون كاشف ملون مختار بشكل مناسب الذي منطقة تحوله اللوني تحتوي قيمة الـ pH عند التكافؤ.

تستعمل كمية صغيرة جدا من الكاشف الملون (بضع قطرات) حتى لايؤثر على المتفاعلات.

الكاشف	لون الشكل الحمضي	منطقة التحول	لون الشكل الأساسي	pK_A
هليانتين	أصفر برتقالي	3.1-4.4	أحمر	3.7
اخضر بروموكريزول	اصفر	3.8-5.4	أزرق	4.7
أزرق البروموتيمول	اصفر	6-7.6	أزرق	7
فنول فتالين	عديم اللون	8.2-10	وردي	9.4

5. 4 ـ المعايرة عن طريق قياس الناقلية G أو الناقلية النوعية σ.

إن الحجم المسكوب عند التكافؤ في طريقة الناقلية يوافق نقطة تقاطع المستقيمين للمنحنيين $G = f(V)$ أو $\sigma = f(V)$.



تمارين:

تمرين1:

تعطى نسبة التقدم النهائي τ من أجل تفاعلات مختلفة لمحاليل مائية حمضية وأساسية لها نفس التركيز $C = 10mmol.L^{-1}$

حدد من بين هذه التفاعلات الأربع التفاعلات التي يمكن ان تتم بها المعايرة. أكتب معادلة التفاعل الموافق.

حمض	أساس	τ
$HCOOH_{(aq)}$	$HO^-_{(aq)}$	1,0
$HCOOH_{(aq)}$	$CH_3COO^-_{(aq)}$	0,91
$H_3O^+_{(aq)}$	$NH_{3(aq)}$	1,0
$CH_3COOH_{(aq)}$	$NO^-_{2(aq)}$	0,31

الحل:

يشترط في تفاعل المعايرة أن يكون سريعا وتاما يوافقه معدل تقدم نهائي $\tau = 1$ ومنه فالتفاعلين هما: $HCO_2H_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = HCO^-_{2(aq)} + H_2O_{(l)}$ ، $H_3O^+_{(aq)} + NH_{3(aq)} = NH^+_{4(aq)} + H_2O_{(l)}$

تمرين2:

أكتب معادلات تفاعل المعايرة للمحاليل المائية التالية:

a) حمض الأزوت HNO_3 وهيدروكسيد الصوديوم $NaOH$ ،هذان النوعان يؤثران بشكل تام على الماء

b) حمض الايثانويك CH_3COOH ، والنشادر NH_3 ، هذان النوعان يؤثران بشكل غير تام على الماء.

الحل:

a) $H_3O^+_{(aq)} + NO^-_{3(aq)} + Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = 2H_2O_{(l)} + Na^+_{(aq)} + NO^-_{3(aq)}$ الشاردتان NO_3^-, Na^+

لاتؤثران في الماء(غيرفعالتين) ويمكن كتابة هذا التفاعل بالشكل $H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = 2H_2O_{(l)}$

b) $CH_3COOH_{(aq)} + NH_{3(aq)} = CH_3COO^- + NH_4^+$

تمرين3:

نعاير حجما $V_A = 20,0mL$ من حمض كلور الماء تركيزه $C_A = 1,00 \times 10^{-1} mol.L^{-1}$ بمحلول الصود تركيزه $C_B = 1,25 \times 10^{-1} mol.L^{-1}$ و pH المزيج يساوي 2,1 بعد إضافة حجم من الأساس $V_B = 14,0mL$ وهو أقل من حجم التكافؤ. بين بأن تفاعل المعايرة تام.

الحل:

معادلة التفاعل الحادث هي: $H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = 2H_2O_{(l)}$ ، (Cl^-, Na^+) شاردتين غير فعالتين في المحلول وتركيز الحمض هو نفسه تركيز شوارد الأكسونيوم H_3O^+.

نحسب نسبة التقدم النهائي لمعرفة إذا كان التفاعل تاما: $\tau = \frac{x_f}{x_{max}}, x_f = x_{eq}$

المعادلة الكيميائية		$H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = 2H_2O_{(l)}$		
ح ح	التقدم	كميات المادة (mol)		
ح ا	0	n_A	n_B	0
ح ن	x_{eq}	$n_A - x_{eq}$	$n_B - x_{eq}$	$2x_{eq}$

$$pH = -\log[H_3O^+] \rightarrow [H_3O^+] = 10^{-pH}$$

$$[H_3O^+] = \frac{C_AV_A}{V_A + V_B} \rightarrow 10^{-pH} = \frac{C_AV_A - x_{eq}}{V_A + V_B} \rightarrow$$

$$x_{eq} = C_AV_A - 10^{-pH}(V_A + V_B)$$

بما أن حجم الأساس أقل من حجم التكافؤ فإن $HO^-_{(aq)}$ هو المتفاعل المحد ومنه:

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{C_AV_A - 10^{-pH}(V_A + V_B)}{C_BV_B} \quad , C_BV_B - x_{max} = 0 \rightarrow x_{max} = C_BV_B$$

$\tau = 0,989 \approx 1 \rightarrow$ التفاعل تام

تمرين4:

نحقق معايرة محلول حمض البروبانويك بواسطة محلول الصود، ومعادلة تفاعل المعايرة تكتب:

$$CH_3 - CH_2 - COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = CH_3 - CH_2 - COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

حجم الحمض $V_A = 10,0mL$ وتركيز الأساس هو $C_B = 1,00 \times 10^{-1} mol.L^{-1}$ ، فتحقق التكافؤ بعد اضافة حجم من المحلول المعاير المسكوب $V_e = 12,4mL$.

1ـ حدد المتفاعل المعاير والمتفاعل المعايـر.

2ـ حدد من نتائج المعايرة الكمية الابتدائية للمتفاعل المعايـر.

3ـ استنتج التركيز الابتدائي للمحلول المعايـر.

الحل:

1) المتفاعل المعايـر: هو محلول الصود $Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$

المتفاعل المعاير: هو محلول حمض البروبانويك $CH_3 - CH_2 - COOH$

2) تحديد كمية المتفاعل المعاير عند التكافؤ تكون: كمية الحمض المعاير=كمية الأساس المضاف

ومنه: $n_0 = n_B \rightarrow n_0 = C_BV_{Be} = 1,00 \times 10^{-1} \times 12,4 \times 10^{-3} = 12,4 \times 10^{-4} mol$

3) التركيز الابتدائي للمحلول المعاير عند التكافؤ: $n_0 = n_{Be}$

$$\rightarrow C_AV_A = C_BV_{Be} \rightarrow C_A = \frac{C_BV_{Be}}{V_A} = \frac{12,4 \times 10^{-4}}{10 \times 10^{-3}} = 0,124 mol.L^{-1}$$

حدد من بين المنحنيات الأربع المنحنى الموافق لكل معايرة مع التعليل:

1ـ معايرة $20mL$ من حمض الإيثانويك $0,10mol.L^{-1}$ بمحلول الصود $0,10mol.L^{-1}$.

2ـ معايرة $20mL$ من محلول حمض كلور الماء $5,0\times10^{-2}mol.L^{-1}$ بمحلول الصود $0,10mol.L^{-1}$

3ـ معايرة $20mL$ من محلول الصود $5,0\times10^{-2}mol.L^{-1}$ بمحلول كلور الماء $5,0\times10^{-2}mol.L^{-1}$.

4ـ معايرة $20mL$ من محلول النشادر $5,0\times10^{-2}mol.L^{-1}$ بمحلول كلور الماء $0,10mol.L^{-1}$

الحل:

1) المنحنى(4) يوافق معايرة حمض الإيثانويك بمحلول الصود لأن المنحنى يحتوي نقطتي انعطاف وأن $V_{BE}=20mL$.

2) المنحنى(2) يوافق معايرة حمض كلور الماء بمحلول الصود لأن المنحنى يحتوي نقطة انعطاف واحدة وأن $V_{BE}=10mL$.

3) المنحنى(1) يوافق معايرة محلول الصود بمحلول حمض كلور الماء لأن المنحنى يحتوي نقطة انعطاف وأن $V_{BE}=20mL$.

4) المنحنى(3) يوافق معايرة محلول النشادر بمحلول حمض كلور الماء لأن المنحنى يحتوي نقطتي انعطاف وأن $V_{BE}=10mL$.

تمرين6:

1ـ a) ماذا تعني المعايرة؟
b) كيف يتم اختيار التفاعل الذي تتم به المعايرة؟
c) كيف تسمى نهاية المعايرة؟

2ـ ماهو مبدأ المعايرة الـ pH ـ مترية؟

3ـ ماهو التجهيز اللازم للمعايرة الـ pH ـ مترية؟

الحل:

1ـ a) معنى المعايرة: تعني المعايرة تحديد تركيز النوع الكيميائي المنحل المسمى المتفاعل المعايـَر بواسطة نوع كيميائي آخر يدعى المتفاعل المعايـِر.

b) يجب أن يكون تفاعل المعايرة سريعا وتاما

c) ندعو نهاية تفاعل المعايرة بالتكافؤ.

2ـ مبدأ المعايرة: نضيف المحلول المعايـِر قطرة قطرة إلى المحلول المعايَر ونقيس pH محلول المزيج من اجل كل إضافة للمحلول المعاير ثم نرسم المنحنى $pH=f(V)$ ويعرف التكافؤ بالتغير الفجائيو السريع لـ pH المحلول.

3ـ التجهيز اللازم للمعايرة: - سحاحة تملأ بالمتفاعل المعايـِر - بيشر يحتوي المتفاعل المعايـَر - محراك مغناطيسي - مقياس pH-متر.

تمرين7:

نتابع عن طريق الـ pH-متر معايرة محلول حمض الميثانويك $HCOOH$ بواسطة محلول الصود

المغناطيسي، نقيس pH المحلول من اجل كل إضافة لمحلول الصود فنحصل على النتائج التالية:

$V_B(ml)$	0	2	4	6	8	8.5	9	9.5	9.8	9.9	10	10.1	10.2	10.5	11	12
pH	2.7	3.5	3.7	3.9	4.1	4.2	4.5	4.8	5.5	6.0	6.9	8.1	9.4	10.1	10.6	11

1ـ ارسم شكلا للتجهيز التجريبي المستعمل مع تسمية مختلف الأدوات والتجهيزات المستعملة.

2ـ أرسم منحنى $pH=f(V)$ ، السلم $\{V:0,5cm\rightarrow 1mL\ ,\ pH:0,5cm\rightarrow 1pH\}$

3ـ استنتج من المنحنى حجم الصود المسكوب عند التكافؤ V_{BE}.

4ـ أحسب تركيز محلول حمض الميثانويك.

5ـ ما قيمة النسبة $[HCOO^-]/[HCOOH]$ لما $pH=pK_A$ ؟

6ـ استنتج من المنحنى قيمة pK_A للثنائية $HCOOH_{(aq)}/HCOO^-_{(aq)}$.

الحل:

1) رسم تجهيز المعايرة

2) رسم المنحنى

3) نحدد نقطة التكافؤ باستعمال طريقة المماسات المتوازية. $E\begin{cases}V_{BE}=10,1mL\\ pH_E=7,8\end{cases}$

4) حساب تركيز حمض الميثانويك: عند نقطة التكافؤ كمية الأساس المضاف تساوي كمية الحمض الابتدائي. $n_B=n_A=C_BV_{BE}$

$$\rightarrow C_AV_A=C_BV_{BE}\rightarrow C_A=\frac{C_BV_{BE}}{V_A}=\frac{0,10\times10,1}{100}=1,0\times10^{-2}mol.L^{-1}$$

5) ايجاد قيمة النسبة $[HCOO^-]/[HCOOH]$ لما $pK_A=pH$:

لدينا العلاقة $pH=pK_A+\log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$ ، $pH=pK_A\Rightarrow\log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}=0\rightarrow\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}=1$

6) قيمة الـ pK_A للثنائية $HCOOH_{(aq)}/HCOO^-_{(aq)}$:

$pH=pK_A\rightarrow[HCOO]=[HCOOH]$ وذلك يوافق نصف حجم الأساس المضاف عند التكافؤ فمن أجل $V_B=5,0mL\rightarrow pH=pK_A=3,8$.

تمرين8:

يعتبر هيدروكسيد الصوديوم الصلب شره للماء أي يثبت بسهولة بخار الماء الموجود في الهواء، وبالتالي فإن تركيز محلول الصود المحضر يجب التأكد منه.

حضر محلول S حجمه $V_0=100,0mL$ بإذابة بللورات الصود كتلتها $m=1,08g$ في الماء النقي نريد أن نحدد تركيز المحلول S بمعايرة حجم $V=10,0mL$ بمحلول حمض كلور الماء تركيزه $C_A=0,200mol.L^{-1}$ بوجود قطرات من أزرق البروموتيمول فيحصل تغير اللون الذي يشير إلى نقطة التكافؤ من أجل حجم $V_{AE}=12,3mL$.

1ـ صف البروتوكول التجريبي المتبع.

2ـ أكتب معادلة تفاعل المعايرة.

3ـ ما تغير اللون الملاحظ؟

4ـ حدد التركيز C للمحلول (S).

5ـ ماهي الكتلة الحقيقية للصود الموجودة في بللورات الصود؟

6- استنتج النسبة المئوية الكتلية للصود في البللورات.

سعتها $10mL$ ، ثم نضيف إليه قطرات من الكاشف: أزرق البروموتيمول ونملأ السحاحة حتى خط العيار بمحلول حمض كلور الماء ثم نسكب الحمض قطرة قطرة مع التحريك المستمر فعند أول قطرة يتغير عندها لون المحلول نوقف إضافة الحمض دلالة على حصول التكافؤ.

2) كتابة معادلة التفاعل: $H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = 2H_2O_{(l)}$

3) تغير اللون الملاحظ: هو تحول اللون الأزرق للمحلول(أساسي) إلى اللون الأصفر.

4) عند التكافؤ تكون كمية الحمض المضافة تساوي كمية الأساس الابتدائية $n_0(HO^-) = n_A$

$$CV = C_A V_{AE} \rightarrow C = \frac{C_A V_{AE}}{V} = \frac{0,200 \times 12,3}{10} = 0,246 mol L^{-1}$$

5) حساب الكتلة الحقيقية لبللورات الصود: m_0

لدينا: $C = \frac{n}{V_0}, n = \frac{m_0}{M}$ ومنه $m_0 = CMV_0 = 0,246 \times 40.0,1 = 0,984 g$

6) النسبة المئوية لكتلة الصود في البللورات: $p = \frac{m_0}{m} \times 100 = \frac{0,984}{1,08} \times 100 = 91\%$

تمرين 9:

يمكن استعمال محلول النشادر S_0 التجاري $NH_{3(aq)}$ كمنتوج للتنظيف بعد تمديده، من اجل تحديد التركيز C_0 للمحلول S_0 الشديد التركيز نمدده ألف مرة. نعاير المحلول الممدد الذي يرمز له بـــ S بمحلول حمض كلور الماء: $H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$ تركيزه $C_A = 0,015 mol.L^{-1}$ ، نضيف محلول الحمض (A) بالتدريج إلى كأس بيشر يحتوي $V = 20,0mL$ من المحلول S ونقيس بعد كل إضافة pH المحلول فنحصل على النتائج

$V_a(ml)$	0	2	3	5	7	9	11
pH	10,6	10	9,8	9,5	9,2	9	8,7
$V_a(ml)$	13	14	14,5	15	16	17	20
pH	8,2	7,3	4,4	3,6	3,2	3	2,7

1ـ أرسم شكلا لتجهيز المعايرة المستعمل.

2ـ أكتب معادلة تفاعل المعايرة.

3ـ أرسم المنحنى $pH = f(V_A)$ ، واستنتج التركيز C للمحلول S ثم C_0 للمحلول S_0.

4ـ بتوظيف قيمة الـ pH من أجل حجم $V_A = 5mL$ للحمض، علل اختيار هذا التفاعل السريع في المعايرة

الحل:

1) رسم الشكل الخاص بتجهيز المعايرة:

2) معادلة التفاعل: $H_3O^+_{(aq)} + NH_{3(aq)} = NH^+_{4(aq)} + H_2O_{(l)}$

3) رسم المنحنى :

عند التكافؤ تكون كمية الأساس الابتدائي تساوي كمية الحمض المضاف

$n_i(NH_3) = n(H_3O^+)_E = C_A V_{AE} \rightarrow CV = C_A V_{AE}$

وعن طريق المماسات المتوازية يكون حجم الحمض عند التكافؤ $V_{AE} = 14,2mL$

إذن التركيز الابتدائي للمحلول التجاري S_0 : $C_0 = 1000C = 1000 \times 0,011 = 11 mol.L^{-1}$

4) من أجل تبيان أن التفاعل تام، نحسب نسبة التقدم النهائي للتفاعل τ : $\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$

ننجز جدولا لتقدم التفاعل:

المعادلة		H_3O^+	$+NH_3$	$=NH_4^+$	$+H_2O$
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح ا	0	n_A	n_i	0	0
ا ت	x	$n_A - x$	$n - x$	x	x
ح ن	x_f	$n_A - x_f$	$n - x_f$	x_f	x_f

من الحجم $V_A = 5mL$ فإنه أقل من حجم التكافؤ، فالمتفاعل المحد هو شوارد الهيدرونيوم ومنه:

$C_A V_A - x_{max} = 0 \rightarrow x_{max} = C_A V_A$

$x_{max} = \mathbf{0,015 \times 5,0 \times 10^{-3} = 7,5 \times 10^{-5}} mol$

وفي الحالة النهائية تكون كمية شوارد الهيدرونيوم: $x_f(H_3O^+) = [H_3O^+]_f(V_A + V) = 10^{-pH}(V_A + V)$ ، $x_f(H_3O^+) = C_A V_A - x_f \rightarrow x_f = C_A V_A - x_f(H_3O^+)$

$x_f = C_A V_A - 10^{-pH}(V_A + V) = 7,5 \times 10^{-5} - 10^{-9,5}(5 + 20) \times 10^{-3} \approx 7,5 \times 10^{-5} mol$

ومنه فإن $\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{7,5 \times 10^{-5}}{7,5 \times 10^{-5}} = 1$ فالتفاعل تام وبالتالي يمكن استعماله في المعايرة.

تمرين 10:

نريد تحديد تركيز محلول حمض الميثانويك، من أجل ذلك نضع حجما $V_B = 10,0mL$ من محلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه $C_B = 2,5 \times 10^{-2} mol L^{-1}$ ، نضيف الحمض بالتدريج ونقيس pH المزيج من أجل كل إضافة.

1ـ أرسم شكلا لتجهيز المعايرة مع التسمية.

2ـ أكتب معادلة تفاعل المعايرة.

3ـ حدد من بين المنحنيين التاليين الموافق منهما للتجربة المحققة مع التعليل.

4ـ إذا كان الحجم عند التكافؤ هو $8,6mL$ ، حدد تركيز حمض الميثانويك في المحلول.

الحل:

1) رسم تجهيز المعايرة.

2) كتابة معادلة التفاعل: $HCO_2H_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = HCO^-_{2(aq)} + H_2O_{(l)}$

3) المنحنى الموافق للتجربة المحققة هو (2) لأن pH محلول هيدروكسيد الصوديوم في الكأس لما $V_A = 0$ هو أكبر من 10

4) عند التكافؤ تكون كمية الحمض المضافة تساوي كمية الأساس في الحالة الابتدائية في الكأس $n_B = n_A \rightarrow C_B V_B = C_A V_{AE}$

$$\rightarrow C_A = \frac{C_B V_B}{V_{AE}} = \frac{2,5 \times 10^{-2} \times 10,0}{8,6} = 2,9 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$$

تمرين 11:

تحتوي بطاقة مثبتة على قارورة لمحلول S_0 لحمض كلور الماء المعلومات:

النسبة المئوية الكتلية لـــ HCl : 37% الكتلة الحجمية $\rho = 1190 gL^{-1}$.

1ـ كيف يمكن أخذ $4,2mL$ من المحلول S_0، ولماذا أدخلنا الماء النقي في الحوجلة العيارية قبل ادخال الحمض؟

2ـ حدد التركيز المولي التقريبي لمحلول الحمض (S) المحضر.

3ـ من أجل التأكد من هذا التركيز نعاير المحلول S بمحلول B لهيدروكسيد البوتاسيوم $K^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$ تركيزه $C_B = 4,00 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$. نسكب المحلول S في $20mL$ من المحلول B بالتدريج مع قياس pH المزيج بعد كل إضافة فنحصل على النتائج التالية:

$V_B(ml)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	8.5	9	10	11	12
pH	12.6	12.5	12.4	12.3	12.2	12.1	11.9	11.6	10.7	2.9	2.5	2.2	2	1.9

a) أرسم شكلا لتجهيز المعايرة مع التسمية.

b) أكتب معادلة تفاعل المعايرة واحسب ثابت التوازن.

c) أرسم البيان $pH = f(V)$ وحدد حجم التكافؤ V_{SE}، ثم استنتج تركيز المحلول S ثم تركيز المحلول S_0.

4ـ ماهو الكاشف الملون المناسب لهذه المعايرة وكيف يتطور لون المحلول أثناء المعايرة؟

الحل:

1ـ يتم أخذ الحجم $4,2mL$ من الحمض بواسطة ماصة عيارية مدرجة سعتها $5mL$، ويتم افراغه في الماء النقي داخل الحوجلة كي لا يتطاير الحمض عند استعماله وحده.

2ـ حساب تركيز المحلول المحضر (S):

$$C_S = \frac{n}{V} = \frac{m}{MV} \quad m = \rho V_S P \quad C = \frac{\rho V_S P}{MV}$$

ومنه: $C = \frac{1.19 \times 4.2 \times 37}{100 \times 36.5 \times 0.5} = 0.101 molL^{-1}$

3ـ a) رسم التجهيز الخاص بالمعايرة:

b) معادلة التفاعل:

$H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = 2H_2O_{(l)}$ ومنه: $K = \frac{1}{[H_3O^+][HO^-]} = 10^{14}$

c- رسم المنحنى: $pH=f(v)$

باستعمال طريقة المماسات نجد أن نقطة التكافؤ E حيث: $V_{sE} = 8.3mL, pH_E = 7$

عند التكافؤ يكون $n_B = n_S \rightarrow C_B V_B = C_S V_{SE}$

$$C_S = \frac{C_B V_B}{V_{sE}} = \frac{4.10^{-2} \times 20}{8.2} = 0.0975 mol/L$$

هذه النتيجة متوافقة تقريبا مع النتيجة المحسوبة في السؤال2

من علاقة التمديد نحسب C_{S0} حيث $C_{S0} V_0 = C_S V$

$$C_{S0} = \frac{C_S V}{V_0} = \frac{0.0975.500}{4.2} = 11.61 mol/L$$

4 ـ pH نقطة التكافؤ 7 تقع في منطقة التحول اللوني للكاشف أزرق البروموتيمول فاللون يتغير من الأزرق نحو الأصفر عند نقطة التكافؤ.

تمرين12:

ندخل $1g$ من الصوديوم في $20mL$ من الايثانول النقي فيحدث تفاعل نشيط ناشر للحرارة فينطلق

- بعد التأكد من أن كل الصوديوم تفاعل نبرد مزيج التفاعل ونسكبه في حوجلة عيارية سعتها $200mL$ تحتوي ماءا مقطرا ثم نكمل بالماء النقي حتى خط العيار ونرمز للمحلول الناتج (S).
- نأخذ حجما $V_B = 10,0mL$ من المحلول S ونعايره بمحلول حمض كلور الماء تركيزه $C_A = 1,0 \times 10^{-1} mol.L^{-1}$.

معطيات: $\rho = 790gL^{-1}$، $pK_A(H_3O^+/H_2O) = 0$، $pK_A(H_2O/HO^-) = 14,0$

يؤثر الصوديوم في الايثانول وفق معادلة التفاعل(1)

$$C_2H_5OH_{(aq)} + Na^+_{(aq)} = C_2H_5O^-_{(aq)} + Na^+_{(aq)} + \frac{1}{2} H_2 \ldots\ldots(1)$$

وتؤثر شاردة الايثانولات $C_2H_5O^-$ المتشكلة في الماء وفق معادلة التفاعل(2)(يطلب كتابتها فيما بعد)

1ـ هل يمكن اعتبار المعادلة(1) كتفاعل حمض-أساس؟ علل اجابتك.

2ـ بين أن الايثانول متواجد بالزيادة بالنسبة للصوديوم.

3ـ يمكن اعتبار التفاعل(1) تاما، أحسب كمية شوارد الايثانولات المتشكلة في المعادلة(1).

4ـ تعتبر شاردة الايثانولات أساسا، ماهو حمضها المرافق؟

5ـ أكتب معادلة التفاعل(2) مع العلم أنه تفاعل حمض-أساس.

6ـ يمكن اعتبار التفاعل(2) تاما، كيف يمكن أن نرمز للمحلول S؟

7ـ أكتب معادلة تفاعل المعايرة واحسب ثابت التوازن.

8ـ إن حجم محلول حمض كلور الماء المضاف عند التكافؤ هو $V_{AE} = 21,4mL$.

بأية طريقة يمكن تحديد هذا التكافؤ؟

الحل:

1ـ المعادلة(1) ليست تفاعل حمض-أساس إنما هي تفاعل أكسدة إرجاع لأن الصوديوم تحول إلى Na^+: $Na_{(S)} = Na^+_{(aq)} + e^-$ ، $C_2H_5OH_{(aq)} + e^- = C_2H_5O^-_{(aq)} + 1/2H_2$

2ـ إثبات أن الايثانول موجود بالزيادة: نحسب كتلة الكحول الابتدائية المستعملة m_0

$m_0 = \rho V = 790 \times 20 \times 10^{-3} = 15,8g$ من المعادلة(1) فإن كمية الصوديوم المتفاعل تساوي كمية الكحول المتفاعل:

$$n_{C_2H_5OH} = n_{Na} \rightarrow \frac{m}{M_{C_2H_5OH}} = \frac{m_{Na}}{M_{Na}} \rightarrow m = \frac{M_{C_2H_5OH} \times m_{Na}}{M_{Na}} = \frac{46 \times 1}{23} = 2g$$

ومنه $m < m_0$ فالكحول مستعمل بالزيادة

3ـ يمكن اعتبار التفاعل(1) تاما، فالصوديوم هو المتفاعل المحد ومنه $x_{max} = x_{Na}$ وكمية الصوديوم المتفاعل تساوي كمية شوارد الايثانولات المتشكلة ومنه $\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = 1$

$$n_{C_2H_5O^-} = n_{Na^+} = 1/23 = 0.043 mol$$

4ـ شاردة الايثانولات أساس حمضها المرافق هو الايثانول C_2H_5OH والثنائية الموافقة $C_2H_5OH/C_2H_5O^-$.

5ـ كتابة معادلة التفاعل(2): $C_2H_5O^-_{(aq)} + H_2O_{(l)} = C_2H_5OH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \ldots\ldots(2)$

6ـ يمكن أن نرمز المحلول S $C_2H_5O^-_{(aq)} + Na^+_{(aq)}$

7. كتابة معادلة تفاعل المعايرة: $C_2H_5OH^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)} = C_2H_5OH_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

ثابت التوازن لهذا التفاعل: $K = \frac{[C_2H_5OH]}{[C_2H_5O^-][H_3O^+]} = \frac{1}{K_A}$

8ـ يمكن تحديد التكافؤ في تفاعل المعايرة هذه باستخدام كاشف ملون(معايرة لونية)

تمرين13:

يؤثر محلول النشادر $NH_{3(aq)}$ بشكل محدود على الماء، نحقق معايرة حجم $V_B = 10,0mL$ من محلول النشادر B تركيزه $C_B = 1,5\times10^{-2}mol.L^{-1}$ بواسطة محلول حمض كلور الماء A تركيزه بشوارد الأكسونيوم $[H_3O^+]_A = 2,0\times10^{-2}mol.L^{-1}$.

1ـ أكتب معادلة تفاعل المعايرة وحدد الثنائيتان الداخلتان في التفاعل.

2ـ أحسب حجم حمض كلور الماء المضاف عند التكافؤ.

3ـ إذا كان pH المحلول عندإضافة $V_A = 5mL$ من الحمض A هو 8,9 عند $25°C$.

a) عبر عن التقدم الأعظمي لتفاعل المعايرة مع التعليل بمساعدة إجابة السؤال −2−.

b) أوجد العلاقة بين تراكيز الأنواع المتواجدة وثابت الحموضة K_A لثنائية النشادر عند التوازن.

c) استنتج عبارة النسبة $[NH_3]_{eq}/[NH_4^+]_{eq}$ بدلالة الـ pK_A والـ pH.

d) عبر عن التركيزين $[NH_4^+]_{eq}$، $[NH_3]_{eq}$ بدلالة C_B، V_B، V_A، x_{eq}.

e) استنتج بالاستناد للسؤالين c، d عبارة x_{eq} بدلالة C_B، V_B، pH، pK_A.

f) بين أن التفاعل تام واحسب نسبة تقدمه الأعظمي τ. الثنائية $[NH_4^+]/[NH_3]$: $pK_A = 9,2$

الحل:

1ـ كتابة معادلة تفاعل المعايرة وتحديد الثنائيتين الداخلتين في التفاعل:

$NH_{3(aq)}^{+} + H_3O^+_{(aq)} = NH^+_{4(aq)} + H_2O_{(l)}$ والثنائيتان هما $NH^+_{4(aq)}/NH_{3(aq)}$ ، $H_3O^+_{(aq)}/H_2O_{(l)}$

2ـ حساب حجم حمض كلور الماء عند التكافؤ: لدينا $C_A = [H_3O^+]$،

عند التكافؤ يكون $n_B = N_{AE} \rightarrow C_BV_B = C_AV_{AE}$ ومنه $V_{AE} = \frac{C_BV_B}{C_A} = \frac{1,5\times10^{-2}\times10}{2,0\times10^{-2}} = 7,5mL$

3ـ a) بما أن $V_A < V_{AE}$ فإن المتفاعل المحد هو شوارد الأكسونيوم H_3O^+ ومنه التقدم الأعظمي

$$x_{max} = C_AV_A = [H_3O^+]V_A = 2.10^{-2}.5.10^{-3} = 10^{-4}mol$$

b) ثابت الحموضة: $K_A = \frac{[NH_3]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[NH_4^+]_{eq}}$

c) استنتاج عبارة النسبة $[NH_3]_{eq}/[NH_4^+]_{eq}$ بدلالة الـ pK_A والـ pH: من عبارة ثابت الحموضة فإن: $\frac{K_A}{[H_3O^+]_{eq}} = \frac{[NH_3]_{eq}}{[N_4H^+]_{eq}}, [H_3O^+]_{eq} = 10^{-pH}, K_A = 10^{-pK_A} \rightarrow \frac{[NH_3]_{eq}}{[NH_4^+]_{eq}} = 10^{pH-pK_A}$

dـ التعبير عن التركيزين $[NH_4^+]_{eq}$، $[NH_3]_{eq}$ بدلالة C_B، V_B، V_A، x_{eq}:

ننجز جدولا للتقدم التفاعل

المعادلة		$H_3O^+ + NH_3 = NH_4^+ + H_2O$			
ح ح	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح ا	0	n_A	n_B	0	0
ح ت	x	$n-x$	n_B-x	x	x
ح ن	x_{eq}	n_A-x_{eq}	n_B-x_{eq}	x_{eq}	x_{eq}

من جدول التقدم لدينا:

$$[NH_3]_{eq} = \frac{C_BV_B - x_{eq}}{V_A+V_B},$$

$$[NH_4^+]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V_A+V_B}$$

e. عبارة x_{eq}: $\frac{[NH_3]_{eq}}{[NH_4^+]_{eq}} = \frac{C_BV_B - x_{eq}}{x_{eq}} = 10^{pH-pK_A} \leftarrow x_{eq} = \frac{C_BV_B}{1+10^{(pH-pK_A)}}$

f) لدينا: $\tau = \frac{x_f}{x_{max}}, x_{eq} = x_f \rightarrow x_{max} = [H_3O^+].V_A$

$\tau = \frac{C_BV_B}{(1+10^{(pH-pK_A)})[H_3O^+]V_A} = 1(x_{max} = x_{eq})$ فالتفاعل تام.

تمرين14:

I. التعرف على كاشف ملون: لدينا قارورة لكاشف ملون مكتوب عليها $C_0 = 2,9\times10^{-4}mol.L^{-1}$، $pH = 4,18$ فنستنتج أن تركيزه بشوارد الأكسونيوم $[H_3O^+] = 6,6\times10^{-5}mol.L^{-1}$.

يرمز للثنائية حمض−أساس للكاشف بـ $HInd/Ind^-$، حضر محلول الكاشف انطلاقا من الشكل الحمضي للكاشف $HInd$ ومعادلة تفاعله مع الماء: $HInd_{(aq)} + H_2O_{(aq)} = Ind^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

1. لدينا حجم $V = 100mL$ من الكاشف. حدد نسبة التقدم النهائي لتفاعل الحمض $HInd$ مع الماء، هل هذا التفاعل تام؟ علل.

2. أعط العبارة الحرفية لثابت الحموضة K_A لتفاعل الكاشف $HInd$ مع الماء.

3. إن تراكيز الأنواع المتواجدة عند التوازن سمحت بحساب ثابت الحموضة للتفاعل $K_A = 1,9\times10^{-5}$. أحسب pK_A الثنائية $HInd/Ind$ وحدد هذا الكاشف بالاستناد إلى الوثيقة التالية:

الكاشف	لون الشكل الحمضي	منطقة التحول	لون الشكل الأساسي	pK_A
هليانتين	أصفر برتقالي	3.1-4.4	أحمر	3.7
أخضر بروموكريزول	أصفر	3.8-5.4	أزرق	4.7
أزرق بروموتيمول	أصفر	6-7.6	أزرق	7
فنول فتالين	عديم اللون	8.2-10	وردي	9.4

II- معايرة حمض كلور الماء المركز:

توجد في مخبر الثانوية قارورة لحمض كلور الماء المركز مكتوب عليها S_0 ,33% على الأقل كتليا من حمض كلور الماء. الكتلة الحجمية لـ S_0 هي $\rho_a = 1160g.L^{-1}$. النسبة المئوية الكتلية للحمض تعني كتلة الحمض المنحلة في $100g$ من المحلول.

− نريد أن نحدد التركيز المولي C_0 لهذا المحلول.

المرحلة الأولى: نمدد المحلول S_0 ,1000 مرة فنحصل على المحلول S_1 تركيزه C_1.

المرحلة الثانية: نأخذ من المحلول S_1 : $V_1 = 100mL$ ونعايره بمحلول الصود تركيزه $C_B = 1,00\times10^{-1}mol.L^{-1}$ وبمتابعة تطور الناقلية و pH المحلول نحصل على المنحنيين:

1. أعط صيغتي محلولي حمض كلور الماء والصود، واكتب معادلة تفاعل معايرة S_1.

2. حدد بيانيا بواسطة المنحنى $G = f(V)$ الحجم المسكوب عند نقطة التكافؤ V_{BE}.

3. استنتج العلاقة بين V_1, C_B, V_{BE}, C_1 عند التكافؤ واحسب C_1 لمحلول حمض كلور الماء المدد.

4. استنتج التركيز المولي C_0 لمحلول حمض كلور الماء المركز S_0.

G(µS)
V(mL)
0
10
19

في حجم $V = 1{,}0L$ ، ($M(HCl) = 36{,}5 g mol^{-1}$).
6. ما كتلة $1L$ من المحلول S_0 .
7. أحسب النسبة الكتلية للمحلول S_0 ،
هل تتوافق مع الكتابة الموجودة على القارورة؟
8. حدد منطقة التحول اللوني للكاشف المتعرف عليه في(I.3) صف تطور التغير اللوني باستعمال هذا الكاشف.
9. هل هناك كاشف أنسب لهذه المعايرة؟

الحل:

I.1.تحديد نسبة التقدم النهائي لتفاعل الكاشف مع الماء:

$HInd_{(aq)} + H_2O_{(aq)} = Ind^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$ ، من أجل ذلك ننجز جدولا لتقدم التفاعل:

من جدول التقدم لدينا: $x_{max} = C_0V$ ومنه: $x_{eq} = [H_3O^+]_{eq} V$,

فإن نسبة التقدم النهائي

المعادلة		$HInd_{(aq)}$	$+ H_2O_{(aq)}$	$= Ind^-_{(aq)}$	$+ H_3O^+_{(aq)}$
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح ا	0	$n_0 = C_0V$	بز	0	0
ح ن	x_{eq}	$n_0 - x_{eq}$	بز	x_{eq}	x_{eq}

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{x_{eq}}{x_{max}} \rightarrow \tau = \frac{[H_3O^+]V}{C_0V}$$

$$\tau = \frac{[H_3O^+]_{eq}}{C_0} = \frac{6.6\times10^{-5}}{2.90\times10^{-4}}$$

$\tau = 0.23(23\%)$ والتفاعل غير تام $\longrightarrow \tau < 1$

2) عبارة ثابت الحموضة للكاشف: $K_A = \dfrac{[H_3O^+]_{eq}[Ind^-]_{eq}}{[HInd]_{eq}}$

3) حساب pK_A : $K_A = 19\times10^{-5} \rightarrow pK_A = -\log K_A = 4{,}7$ فالكاشف هو أخضر بروموكريزول.

II. معايرة حمض كلور الماء:

1) صيغة محلول حمض كلور الماء $H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$

صيغة محلول هيدروكسيد الصوديوم $Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$

معادلة تفاعل المعايرة S_1 : $H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = 2H_2O_{(l)}$ ، ($Cl^-_{(aq)}$، $Na^+_{(aq)}$ شاردتان غير فعالتين)

2) الحجم V_{BE} من المنحنى $G = f(V)$: التكافؤ يوافق النقطة التي تكون عندها الناقلية G أصغرية ومنه $V_{BE} = 11mL$ .3) عند التكافؤ تكون كمية شوارد HO^- المضافة تساوي كمية شوارد H_3O^+ الابتدائية: $n(HO^-) = n(H_3O^+)$ ومنه $C_BV_B = C_1V_1$ ويكون $C_1 = \dfrac{C_BV_B}{V_1}$

$$C_1 = \frac{1{,}0\times10^{-1}\times11{,}0}{100{,}0} = 11\times10^{-3} mol.L^{-1}$$

4) محلول الحمض خفف 1000 مرة وبالتالي : $C_0 = 1000C_1 = 1000.11\times10^{-3} = 11 mol.L^{-1}$

5) حساب كتلة كلور الهيدروجين m_0 المنحلة في $1{,}0L$ من الحمض:

لدينا $C_0 = \dfrac{m_0}{V}$، $n_0 = \dfrac{m_0}{M}$ ومنه $C_0 = \dfrac{m_0}{MV} \rightarrow m_0 = 11\times36{,}5.1 = 401{,}5 g.L^{-1}$

النسبة المئوية الكتلية للمحلول S_0 :

$$\left.\begin{matrix}1160g \rightarrow 401{,}5g\\ 100g \rightarrow p\end{matrix}\right\} p = \frac{m_0}{m}\times100 = \frac{401{,}5}{1160}\times100 = 34{,}6$$

ي نسبة تتوافق مع المعطيات (المحلول يحتوي على الأقل 33%)

منطقة التحول اللوني للكاشف أخضر بروموكريزول هي [3,8 - 5,4] قبل التكافؤ يكون لون شف في المحلول الحمضي أصفرا ثم يأخذ المحلول لونا أخضرا(أزرق+أصفر=أخضر) عند رور بنقطة التكافؤ ثم يأخذ المحلول لونا أزرقا عندما تصبح كمية شوارد الهيدروكسيد المضافة من كمية شوارد الأكسونيوم في المحلول. هذا الكاشف لا يناسب هذه المعايرة لأن نقطة التكافؤ خارج منطقة التحول اللوني.

الكاشف الملون الأنسب لهذه المعايرة في غياب الـ pH-متر هو أزرق البروموتيمول لأن لقة تحوله اللوني تحتوي نقطة التكافؤ.

ين 15 :

ب كتلة m من ميثان أمين CH_3-NH_2 في اء المقطر فنحصل على محلول B حجمه $V = 500m$ تركيزه C_B ، نجري بعد ذلك ايرة لحجم $V_B = 50mL$ من المحلول B حلول A لحمض كلور الماء تركيزه $C_A = 10^{-1} mol/L$ ثم نتابع تطور pH المزيج لالة الحجم V_A للحمض المسكوب. فنحصل ى المنحنى التالي:

- ما الذي يؤكد الميثان أمين اس ؟
a ـ أكتب ادلة تفاعل معايرة .
/ حدد إحداثيتي لة التكافؤ E .
/ استنتج قيمة التركيز C_B ثم قيمة الكتلة m .

3 - تأكد بواسطة pH المحلول B أن تفاعل الميثان أمين مع الماء محدود .

4/a ـ حدد التقدم الأعظمي لتفاعل المعايرة من أجل $V_A = 10mL$.

b ـ عبر بدلالة قيمة الـ pH عن النسبة: $\dfrac{[CH_3-NH_2]_{eq}}{[CH_3-NH_3^+]_{eq}}$ من أجل $V_A = 10mL$ ثم عبر عن النسبة بدلالة x_{eq} ، واستنتج قيمة x_{eq} .

c ـ احسب قيمة نسبة التقدم النهائي للتفاعل من أجل $V_A = 10mL$ ، الاستنتاج .

d ـ أحسب ثابت توازن تفاعل المعايرة ،

5/a ـ ما هي الأنواع المتواجدة عند التكافؤ ؟

b ـ أحسب النسبة: $\dfrac{[CH_3-NH_2]_{eq}}{[CH_3-NH_3^+]_{eq}}$ عند التكافؤ هل تتوافق النتيجة مع السؤال 4 ؟

يعطى: $pK_A([CH_3-NH_3^+]/[CH_3-NH_2]) = 10.7$

ل

- الصفة الأساسية للميثان أمين : من منحنى فإن pH محلول ميثان أمين يوافق الحجم $V_A =$ و هو أكثر من 7 $(pH > 7)$ فمحلول ميثان أمين أساس.

- a -معادلة تفاعل المعايرة

$$CH_3-NH_{2(aq)} + H_3O^+_{aq} + Cl^-_{(aq)} = CH_3-NH_3^+ + Cl^-_{(aq)} + H_2O$$

- إحداثيتا نقطة التكافؤ باستعمال طريقة المماسات: نجد :

$V_{AE} = 25mL, pH_E =$

- التركيز C_B و كتلة ميثان أمين: عند التكافؤ يكون: $C_AV_E = C_BV_B$

منه $C_B = \dfrac{C_AV_{AE}}{C_B} = \dfrac{0.1.25.10^{-3}}{0.05} = 0.05 mol/L$

ـ تحديد m : لدينا $n(CH_3-NH_2)=C_BV, m=nM$ ومنه:

$\rightarrow m=C_BV.M=5.10^{-2}.0.5.31=0.78g$

3 – التحقق من أن تفاعل الميثان أمين مع الماء محدود: لدينا

$CH_3-NH_{2(aq)}+H_2O_{(l)}=CH_3-NH^+_{3(aq)}+HO^-_{(aq)}$

أيضا $[HO^-]=\dfrac{Ke}{[H_3O^+]}=Ke10^{pH}=10^{(-pKe+pH)}$ و تكون نسبة التقدم النهائي

$\tau=\dfrac{[HO^-]_{eq}}{C_B}=\dfrac{10^{(11.7-14)}}{0.05}=0.1\rightarrow\tau<1$ فالتفاعل محدود

a – التقدم الأعظمي للتفاعل عند $V_A=10mL$

المتفاعل المحد هو حمض كلور الماء و منه: $x_{max}=C_AV_A=10^{-1}.10^{-2}=10^{-3}mol$

b – عبارة نسبة التركيزين بدلالة pH ثم بدلالة x_{eq}:

بدلالة pH: $\dfrac{[CH_3-NH_2]_{eq}}{[CH_3-NH^+_3]_{eq}}=\dfrac{10^{-pK_A}}{10^{-pH}}=10^{(pH-pK_A)}$ بدلالة x_{eq}: $\dfrac{[CH_3-NH_2]_{eq}}{[CH_3-NH^+_3]}=\dfrac{C_BV_B-x_{eq}}{x_{eq}}$

قيمة التقدم عند التكافؤ : من العلاقتين السابقتين نجد : $x_{eq}=\dfrac{C_BV_B}{1+10^{pH-pK_A}}=10^{-3}$

c – نسبة التقدم النهائي للتفاعل من أجل $V_A=10mL$ ومنه: $\tau_f=\dfrac{x_{eq}}{x_{max}}=1$ فتفاعل المعايرة تام .

d – قيمة ثابت التوازن لهذا التفاعل $k=\dfrac{1}{k_A}=5\times10^{9}$

a – الأنواع الكيميائية المتواجدة عند التكافؤ $CH_3-NH_{2(aq)}, OH^-_{(aq)}, H_3O^+_{(aq)}, H_2O_{(l)}, CH_3-NH^+_{3(aq)}$

b – قيمة النسبة $r=\dfrac{[CH_3-NH_2]_{eq}}{[CH_3-NH^+_3]_{eq}}$ عند التكافؤ:

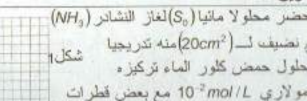
لدينا: $K_A=\dfrac{[CH_3-NH_2]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[CH_3-NH^+_3]_{eq}}=r[H_3O^+]_{eq}$

$r=\dfrac{K_A}{[H_3O^+]}=\dfrac{10^{-pK_A}}{10^{-pH}}=10^{(pH_E-pK_A)}=10^{6-10.7}=2\times10$ قيمة النسبة ضعيفة جدا فكمية الأساس المتبقي عند التوازن تهمل فتفاعل الميثان أمين مع الحمض تام.

تمرين 16

نحضر محلولا مائيا (S_0) لغاز النشادر (NH_3) ونضيف لـ $(20cm^3)$ منه تدريجيا محلول حمض كلور الماء تركيزه المولاري $10^{-2}mol/L$ مع بعض قطرات من كاشف مناسب يتغير لون الكاشف عند سكب حجم (V_{AE}) من المحلول الحمضي.

الشكل -1 يمثل النسبة بين التركيزين للأساس $[B]$ وحمضه



المرافق $[BH^+]$ بدلالة حجم المحلول الحمضي المضاف V_A .

1 ــ أوجد :

أ – حجم المحلول الحمضي (V_{AE}) ؟ ب – استنتج التركيز المولي الابتدائي للمحلول (S_0) ؟

2 – استنتج الــ pK_A للثنائية حمض (BH^+/B) علما أن pH المحلول (S_0) هو 11 عند $25°C$. عند استعمال جهاز الــ pH متر في المعايرة السابقة ، تحصلنا على منحنى تغيرات الــ pH بدلالة حجم المحلول الحمضي المضاف (الشكل-2-)

3 – اكتب معادلة التفاعل الحادث ؟

4 – استنتج إحداثيتي نقطة التكافؤ ؟

5 – من بين الكواشف التالية ما هو الكاشف المناسب :

الكاشف	أزرق البروموتيمول	الفينول فتالين	الهيليانتين
مجال تغير اللون	6.2 - 8.6	7.2 - 9.5	3.1 - 4.4

الحل:

أ/1 – حجم المحلول الحمضي (V_{AE}) : من الشكل 1 نلاحظ تناقص النسبة $[B]/[BH^+]$ عند إضافة الحمض حتى تبلغ القيمة 1 من أجل $V_A=20mL$ والتي تمثل حجم نصف التكافؤ ويكون عندئذ $pH=pK_A$ ومنه حجم الحمض المضاف عند التكافؤ هو: $V_{AE}=2\times20=40mL$

ب – استنتاج التركيز المولي الابتدائي للمحلول (S_0) : لدينا

$C_0=C_AV_{AE}/V_{AE}=10^{-2}\times40/20=2\times10^{-2}molL^{-1}$

2 – استنتاج الـ pK_A للثنائية حمض (BH^+/B) : من الشكل - 1 نجد أنه من أجل $V_A=20mL$ فإن $pH=pK_A=9.2$ لأن النسبة $\dfrac{[B]}{[BH]}=1$ وبالتالي: $\log\dfrac{[B]}{[BH^+]}=0$.

3 – معادلة التفاعل : $NH_{3(aq)}+H_3O^+_{(aq)}=NH^+_{4(aq)}+H_2O_{(l)}$

4 – استنتاج إحداثيتي نقطة التكافؤ باستخدام طريقة المماسات نجد: $E(V_{AE}=40mL, pH_E=5.8)$

5 –الكاشف المناسب: هو الهيليانتين

تمرين 17

يؤثر النشادر في الماء بشكل محدود ، نحقق معايرة حجم $V_B=10mL$ من محلول مائي B للنشادر تركيزه $C_B=1.5.10^{-2}molL^{-1}$ بمحلول حمض كلور الماء A تركيزه $C_A=2.10^{-2}mol/L$

ا – اكتب المعادلة الكيميائية لتفاعل المعايرة، وما هي الثنائيات حمض– أساس الداخلة في التفاعل ؟

ب – حدد حجم محلول حمض كلور الماء المسكوب عند لتكافؤ

3– عند سكب $V_A=5mL$ كان pH المحلول 8.9.

a – عبر عن التقدم الأعظمي لتفاعل المعايرة معللا بإجابة السؤال 2 .

b – عبر عن العلاقة المتواجدة بين تراكيز الأنواع المتواجدة في محلول النشادر وثابت الحموضة K_A لثنائية النشادر.

c/ عبر عن النسبة NH_3/NH^+_4 بدلالة pK_A ، pH .

d – عبر عن تركيز $[NH_3]$ ، $[NH^+_4]$ بدلالة x_{eq} ، C_B, V_A, V_B .

e – استنتج من السؤلين c ، d عبارة x_{eq} بدلالة pK_A, pH, C_B, C_A .

f – بين أن التفاعل تام بحساب التقدم النهائي.

يعطى : $pK_A(NH^+_4/NH_3)=9.2$

الحل :

1 – كتابة معادلة التفاعل و الثنائيتان الداخلتان فيه :

$H_3O^+ / H_2O, NH_4^+ / NH_3$

حجم الحمض عند التكافؤ : عند التكافؤ : $n_A = N_B \Rightarrow C_AV_{AE} = C_BV_B$ و منه :

$$V_{AE} = \frac{C_BV_B}{V_A} = \frac{1.5.10^{-2}.10.10^{-3}}{0.02} = 7.5.10^{-3} = 7.5mL$$

3 - a عبارة التقدم الأعظمي x_{max} : من السؤال 2 : $V_A < V_{AE}$ و منه المفاعل المحد هو شوارد الإكسونيوم H_3O^+ و منه فإن $x_{max} = C_AV_A$

- عبارة ثابت الحموضة :من معادلة التفاعل فإن: $K_A = \frac{[NH_3][H_3O^+]}{[NH_4^+]}$

- عبارة النسبة $r = \frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$ بدلالة pH ، pK_A :

$$K_A = \frac{[NH_3][H_3O^+]}{[NH_4^+]} = r[H_3O^+] \rightarrow r = \frac{K_A}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-pK}}{10^{-p}}$$ و منه $\boxed{r = 10^{(pH - pK_A)}}$

- عبارة التركيزين $[NH_3]$ ، $[NH_4^+]$ بدلالة C_B, V_B, V_A, x_{eq} : ننجز جدول التقدم

$n_{eq}(NH_3) = C_BV_B - x_{eq} \rightarrow [NH_3]_{eq} = \frac{C_BV_B - x}{V_A + V}$

$n_{eq}(NH_4^+) = x_{eq} \rightarrow [NH_4^+] = \frac{x_{eq}}{V_A + V_B}$

عبارة x_{eq} بدلالة C_B, V_B, pH, pK_A :

$$r = \frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = 10^{(PH - PKA)} = \frac{C_BV_B - X_{eq}}{X_{eq}}$$

$$C_BV_B - X_{eq} = 10.X_{eq} \rightarrow x_{eq} = \frac{C_BV_B}{1 + 10^{(PH-PKA)}}$$

نسبة التقدم النهائي

$$\tau_f = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = \frac{C_BV_B}{C_AV_A[1 + 10^{(PH-PKA)}]} = \frac{2.5.10^{-2} \times 10 \times 10^{-3}}{2.10^{-2} \times 5.10^{-3}(1 + 10^{(8.9-9}}$$ فتفاعل المعايرة تام

ادوات واجهزة المعايرة

إجاصة المص
حامل
سحاحة
ماصة
20mL
بيشر
محراك مغناطيسي
جهاز الـpH ـ متر
3.15
pH-mètre
جهاز قياس الناقلية
19.9
Condu-mètre

مراقبة تطور جملة كيميائية

التطور التلقائي نحو حالة التوازن

1 ـ تذكير بكسر التفاعل: Q_r

ليكن التحول الكيميائي الذي تدخل فيه الأنواع الكيميائية A, B, C, D والمنمذج بالمعادلة: $aA_{(aq)}+bB_{(aq)}=cC_{(aq)}+dD_{(aq)}$ حيث a, b, c, d المعاملات الستوكيومترية.

باستبعاد المذيب(الماء في الحالة العامة) والأنواع الكيميائية الصلبة فإن نسبة التفاعل تكتب بالعبارة:

$$Q_r=\frac{[C]^c[D]^d}{[A]^a[B]^b}$$

يدخل في عبارة Q_r تراكيز الأنواع الكيميائية و المعاملات الستوكيومترية .

ـ كسر التفاعل ليس له وحدة .

ـ يعوض تركيزي المذيب (الماء) والنوع الصلب بـ1 في عبارة Q_r.

2 ـ التطور التلقائي لتحول كيميائي:

تتطور الجملة الكيميائية من الحالة الابتدائية إلى حالة التوازن حيث يؤول Q_r إلى قيمة حدية هي ثابت التوازن $K=Q_{r,eq}$ من أجل ذلك نحسب نسبة التفاعل الابتدائي $Q_{r,i}$ ونقارنه بـ K لمعرفة التطور التلقائي للجملة (جهة تطور الجملة).

تطبيق1: تفاعلات حمض ـ أساس.

ندرس التفاعل الحادث بين حمض إيثانويك CH_3COOH وشوارد الإيثانوات CH_3COO^- بوجود حمض النمل HCOOH وشوارد الميثانوات $HCOO^-$،الثنائيتان الداخلتان في التفاعل هما: CH_3COOH/CH_3COO^- $pK_A=4.8\rightarrow K_A=1.6.10^{-5}$ ($HCOOH/HCOO^-$ $(pK_A=3.8\rightarrow K_A=1.6.10^{-4})$
فالتفاعل الحادث (بدون تحديد الاتجاه) هو:

$$HCO_2H_{(aq)}+CH_3CO^-_{2(aq)}=HCO^-_{2(aq)}+CH_3CO_2H_{(aq)}$$

وثابت التوازن لهذا التفاعل هو: $K=K_{A1}/K_{A2}=10$ ،
نحقق3 خلائط ابتدائية ذات تركيب مختلف ونقيس pH كل مزيج عند التوازن ثم نحسب كسر التفاعل الابتدائي $Q_{r,i}$ الموافق للحالة الابتدائية والتي تنتج مباشرة عند مزج الأنواع الكيميائية في اللحظة t=o قبل أن تبدأ الأنواع الكيميائية في التفاعل.
قارن ثابت التوازن K بكسر التفاعل الابتدائي $Q_{r,i}$ في كل حالة.

الحجم \ المزيج	A	B	C
$V_1(CH_3O_2H)$ mL	10	20	10
$V_2(HCO_2H)$ mL	10	5	1
$V_3(CH_3CO_2Na)$ mL	10	1	10
$V_4(HCO_2Na)$ mL	10	10	10
pH	4.2	3.7	4.8

$$Q_{r,i}=\frac{[CH_3CO_2H].[HCO_2^-]}{[HCO_2H].[CH_3CO_2^-]}=\frac{\frac{CV_1}{V}\times\frac{CV_3}{V}}{\frac{CV_3}{V}\times\frac{CV_4}{V}}$$

ومنه: $Q_{r,i}=\frac{V_1.V_2}{V_3.V_4}$ حيث $V=V_1+V_2+V_3+V_4$

$Q_{r,i}(A)=1$, $Q_{r,i}(B)=40$, $Q_{r,i}(C)=10$

حسب pH في الحالة الابتدائية من أجل الثنائية: CH_3COOH/CH_3COO^- بالعلاقة : $pH_{A,i}=pK_{A1}+\log[CH_3CO_2^-]/[CH_3CO_2H]$ ومنه: $pH_{A,i}=4.8$ ، $pH_{B,i}=3.5$ ، $pH_{C,i}=4.8$

ور الـ pH : المزيج A: $Q_{r,i}(A)<K$ لـ pH=4.2 أقل من الـ pH=4.8 للحالة الابتدائية
ن أن حمض الإيثانويك قد تشكل أي تطورت الجملة في الاتجاه المباشر.
زيج B: $Q_{r,i}(B)>K$ الـ pH=3.7 المقاس أكبر من الـ pH=3.5 ...

الابتدائية تناقص حمض الإيثانويك أي يزداد المقدار $[CH_3CO_2^-]/[CH_3CO_2H]$ $pH_{A,i}=pK_{A1}+\log[CH_3CO_2^-]/[CH_3CO_2H]$
وبالتالي تتشكل شوارد $HCOO^-$ والجملة تتطور في الاتجاه غير مباشر (العكسي)

المزيج C: $Q_{r,i}(C)=K=10$ **الجملة في حالة توازن ولا تتطور عيانيا** $pH_{A,i}=pK_{A1}=4.8$.

أي pH(الحالة النهائية) = pH(الحالة الابتدائية)

ـ نجد نفس الاستنتاجات بتوظيف الثنائية: $HCOOH/HCOO^-$ مع ثابت التوازن $K'=1/K=0.10$.

3 ـ معيار التطور التلقائي

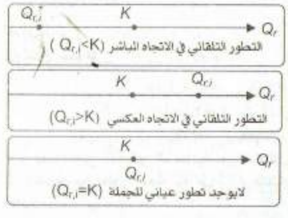
إن النتائج المتحصل عليها في التطبيق السابق و المتعلقة بمقارنة كسر التفاعل الابتدائي $Q_{r,i}$ بثابت التوازن K عامة فخلال التحول الكيميائي تتغير Q_r من القيمة الابتدائية $Q_{r,i}$ إلى القيمة النهائية $Q_{r,eq}=K$ فنميز 3 حالات:

*** إذا كان $Q_{r,i}<K$: فالجملة تتطور تلقائيا في الاتجاه المباشر للتفاعل(من اليسار إلى اليمين)**

*** إذا كان $Q_{r,i}>K$:الجملة تتطور تلقائيا في الاتجاه غير مباشر (من اليمين إلى اليسار)**

*** إذا كان $Q_{r,i}=K$: الجملة متواجدة في حالة توازن ديناميكي ولا تتطور عيانيا.**

نعتبر أن التفاعل تاما لما : $K>10^4$



تطبيق2: تفاعلات الأكسدة ـ إرجاع :

إذا كانت الجملة مقرا لتفاعل أكسدة ـ إرجاع، نتبع نفس الطريقة السابقة كما في تفاعلات حمض ـ أساس مع الأخذ بعين الاعتبار أن المعاملات الستوكيومترية كثيرا ماتختلف عن1
ـ نعتبر تفاعل أكسدة شوارد اليود I^- بواسطة شوارد الحديد الثلاثي(Fe^{3+}) التالي:
$2Fe^{3+}_{(aq)}+2I^-_{(aq)}=2Fe^{2+}_{(aq)}+I_{2(aq)}$ حيث ثابت التوازن لهذا التفاعل هو: $K=1.2\times10^5$ نمزج 0.10mol من(Fe^{3+}) و 5.10^{-2} mol من I^- و 0.10mol من Fe^{2+} ، 5.10^{-4} mol من I_2 في 1L من المحلول .أحسب كسر التفاعل الابتدائي $Q_{r,i}$ وقارنه بـ K واستنتج جهة تطور هذا التفاعل.

الحل : حساب $Q_{r,i}$ لدينا:

$$Q_{r,i}=\frac{[Fe^{2+}]^2.[I_2]}{[Fe^{3+}]^2.[I^-]^2}=\frac{(0.1)^2(5.10^{-4})}{(0.1)^2(5.10^{-2})^2}=0.2$$

المقارنة: $Q_{r,i}<K$ فالجملة تتطور تلقائيا في الاتجاه المباشر (من اليسار نحو اليمين).

ملاحظة : تفاعل الترسيب

نعتبر معادلة تفاعل بين شوارد الفضة وشوارد الكلور التالية: $Ag^+_{(aq)}+Cl^-_{(aq)}=AgCl_{(S)}$
ثابت التوازن لهذا التفاعلهو: $K=5.6\times10^9$ نمزج 10^{-6} mol من نترات الفضة $Ag^+_{aq}+NO^-_{3(aq)}$
مع 10^{-6} mol من كلور الصوديوم $Na^+_{(aq)}+Cl^-_{(aq)}$ في 1L من الماء. فيكون لدينا :

$$Q_{r,i}=\frac{[AgCl]}{[Ag^+].[Cl^-]}=\frac{1}{10^{-6}.10^{-6}}=10^{12}$$

$Q_{r,i}>K$ فالتحول يتطور تلقائيا في الاتجاه العكسي
أو في اتجاه تكون الشوارد وبالتالي لايتكون راسب $AgCl$ مع هذه الشروط الابتدائية.

تمرين1

1/ اكتب كسر التفاعل من أجل المعادلات التالية:

$1) Al^{3+}_{(aq)} + 3HO^-_{(aq)} = Al(OH)_{3(s)}$

$2) C_6H_5COOH_{(aq)} + F^-_{(aq)} = C_6H_5COO^-_{(aq)} + HF_{(aq)}$

$3) 2Fe^{3+}_{(aq)} + Sn_{(s)} = 2Fe^{2+}_{(aq)} + Sn^{2+}_{(aq)}$

الحل:

$$1)\ Q_{r,i} = \frac{1}{[Al^{3+}].[HO^-]^3} \quad 2)\ Q_{r,i} = \frac{[C_6H_5COO^-].[HF]}{[C_6H_5COOH].[F^-]} \quad 3)\ Q_{r,i} = \frac{[Fe^{2+}]^2.[Sn^{2+}]}{[Fe^{3+}]^2}$$

تمرين2

2/ ليكن التفاعلان:

$1/ CaCO_{3(S)} = Ca^{2+}_{(aq)} + CO^{2-}_{3(aq)}$, $K_1 = 8.7.10^{-9}$,

$2/ HCO^-_{3(aq)} + H_2O_{(l)} = H_3O^+_{(aq)} + CO^{2-}_{3(aq)}$, $K_2 = 4.7.10^{-11}$

1/احسب قيمة ثابت التوازن الكيميائي للتفاعل التالي:

$3/ CaCO_{3(S)} + H_3O^+_{(aq)} = Ca^{2+}_{(aq)} + HCO^-_{3(aq)} + H_2O_{(l)}$

الذي يفسر تأثير الأمطار الحمضية على التماثيل والآثار.

2/ كيف يصبح تطور اتجاه التفاعل إذا ازدادت حمضية الأمطار؟

الحل

1/ ثابت التوازن لكل معادلة :

$$K_1 = [Ca^{2+}]_{eq}[CO_3^{2-}]_{eq}$$

$$K_2 = [H_3O^+]_{eq}[CO_3^{2-}]_{eq}/[HCO_3^-]_{eq}$$

$$K = \frac{[Ca^{2+}]_{eq}[HCO_3^-]_{eq}}{[H_3O^+]_{eq}} = K = \frac{[Ca^{2+}]_{eq}[CO_3^{2-}]_{eq}}{1} \times \frac{[HCO_3^-]_{eq}}{[H_3O^+]_{eq}[CO_3^{2-}]_{eq}}$$

نلاحظ أن $K = K_1/K_2 = \frac{8.9.10^{-9}}{4.7.10^{-11}} = 1.9.10^2$

2/ إذا زادت الحموضة فإن تركيز شوارد H_3O^+ تزداد ، وكسر التفاعل تصبح أقل من K فالتفاعل يتطور تلقائيا نحو اليمين مما يؤدي إلى نقص في الكالسيوم.

تمرين3

نمزج محلولا من نترات الرصاص $Pb(NO_3)_{2(aq)}$ حجمه $v_1 = 100mL$ وتركيزه $c_1 = 3.10^{-3} mol/L$ مع محلول كبريتات الصوديوم Na_2SO حجمه $v_1 = 400mL$ وتركيزه $c_2 = 5.10^{-3} mol/L$

ثابت التوازن المرفق بالتفاعل التالي : $PbSO_{4(S)} = Pb^{2+}_{(aq)} + SO^{2-}_{4(aq)}$ هو $K = 1.6.10^{-8}$

المزيج المحضر يسمح بالحصول على راسب من $PbSO_{4(S)}$ ؟

الحل

يتواجد في المحلول الأنواع الكيميائية التالية: $Pb^{2+}_{(aq)}, SO^{2-}_{4(aq)}, Na^+_{(aq)}, NO^-_{3(aq)}$ تتفاعل الشاردتان Pb_{2+}, SO حسب المعادلة التالية : $Pb^{2+}_{(aq)} + SO^{2-}_{4(aq)} = PbSO_{4(S)}$

كسر التفاعل في الحالة الابتدائية : $Q_{r,i} = \frac{1}{[Pb^{2+}]_i[SO_4^{2-}]_i}$ $V = v_1 + v_2 = 500mL$

ثابت التوازن المرفق بهذه المعادلة: $K' = \frac{1}{[Pb^{2+}][SO_4^{2-}]} = \frac{1}{1.8.10^{-8}} = 5.6.10^7 = \frac{1}{K}$

حجم المحلول هو $V = v_1 + v_2 = 500mL$ نحسب $[Pb^{2+}] = \frac{c_1v_1}{V} = \frac{3.10^{-3} \times 0.1}{0.5} = 6.10^{-4} mol/L$

ومنه: $[SO_4^{2-}] = \frac{c_2v_2}{V} = \frac{5.10^{-3} \times 0.4}{0.5} = 4.10^{-3} mol/L$

$$Q_{r,i} = 1/(6.10^{-4})(1.10^{-3}) = 4.2.10^5$$

$Q_{r,i} < K'$ التفاعل يتطور تلقائيا نحو اليمين ليعطي كبريتات الرصاص الصلبة إذن يتكون راسب.

تمرين4

ما هي العبارة الصحيحة من عبارات كسر التفاعل الموافقة لمعادلات التفاعلات التالية:

$1)\ Ag_2O_{(s)} + H_2O_{(l)} = 2Ag^+_{(aq)} + 2HO^-_{(aq)}$

$$c) Q_r = [Ag^+]^2[HO^-]^2 \quad a) Q_r = \frac{[Ag^+]^2[HO^-]^2}{[H_2O]} \quad b) \frac{2[Ag^+]^2}{[HO]^2}$$

$2)\ AgCl_s + 2NH_{3aq} = Ag(NH^+_3)_2{}^+_{aq} + Cl^-_{aq}\ 3H_3O^+_{aq} = Al^{3+}_{aq} + 6H_2O_l$

$$c) Q_r = \frac{[Ag(NH_3)_2^+].[Cl^-]}{[AgCl]} ,\ a) Q_r = \frac{[Ag(NH_3)_2^+].[Cl^-]}{[AgCl].[NH_3]^2} \quad b) Q_r = \frac{[Cl^-]^2[Ag(NH_3)_2^+]}{[NH_3]^2}$$

$3)\ Al(OH)_{3S} + 3H_3O^+_{aq} = Al^{3+}_{aq} + 6H_2O_l$

$$c) Q_r = \frac{[Al^{3+}]}{[H_3O^+]} ,\ d) Q_r = \frac{[Al^{3+}]}{[H_3O^+]^3} \quad a) Q_r = \frac{[Al^{3+}][H_2O]^6}{[H_3O^+]} \quad b) Q_r = \frac{[Al^{3+}].[H_2O]^6}{[H_3O^+].[Al(OH)_3]}$$

الحل : 1← c ، 2← b ، 3← d

تمرين 5

نمزج في الدرجة 25^0C حجما $V_1 = 15.0\ mL$ من محلول حمض البوريك $H_3BO_{3(aq)}$ تركيزه $C = 1.0.10^{-2} mol/L$ وحجم $V_2 = 25.0\ mL$ من محلول ثلاثي مثيل أمين $(CH_3)_3N_{(aq)}$ له نفس التركيز C .

1/ أكتب معادلة التفاعل (ثابت التوازن $K = 5.0$)

2/ أحسب كسر التفاعل الابتدائي $Q_{r,i}$

3/ كيف تتطور الجملة ؟

الحل

1/ كتابة معادلة التفاعل: $H_3BO_{3(aq)} + (CH_3)_3N_{(aq)} = H_2BO^-_{3(aq)} + (CH_3)_3NH^+_{(aq)}$

2/ حساب $Q_{r,i}$: $Q_{r,i} = \frac{[H_2BO^-_{3aq}].[(CH_3)_3NH^+_{aq}]}{[H_3BO_{3aq}].[(CH_3)_3N_{aq}]}$ بما أن: $[H_2BO_3^-] = [CH_3)_3NH^+] = 0$ فإن $Q_{r,i} = 0$

3/ بما أن $Q_{r,i} < K$ فأن الجملة تتطور تلقائيا في الاتجاه المباشر.

تمرين6

نمزج محلولا S_1 لمحلول الميثانويك $HCOOH$ مع محلول S_2 لميثانوات الصوديوم $HCOONa$ التركيز المولي لمختلف الأنواع الكيميائية الابتدائية هو : $C = 1.0.10^{-3} mol/L$

1/أكتب معادلة التفاعل المرفق بالتحول.

2/ عبر عن كسر التفاعل بدلالة التقدم x وكمية مادة حمض الميثانويك الناتجة .

3/أرسم البيان الذي يمثل كسر التفاعل بدلالة التقدم x ثم استنتج التقدم النهائي x_{eq} ونسبة التقدم النهائي $K_A(HCOOH/HCOO^-) = 1.8.10^{-4}$

الحل

1/ كتابة معادلة التفاعل

الأنواع الكيميائية في المحلول المائي هي $Na^{+}_{(aq)}$, $H_2O_{(l)}$, $H_3O^{+}_{(aq)}$, $HCCO^{-}_{(aq)}$, $HCOOH_{(aq)}$

معادلة التفاعل لاتدخل فيها شوارد Na^{+} هي: $HCOO^{-}_{(aq)} + H_3O^{+}_{(aq)} = HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

2/ التعبير عن كسر التفاعل بدلالة التقدم x:

		$HCOO^{-}_{(aq)} + H_3O^{+}_{(aq)} = HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)}$			
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح ا	0	n	n	n	بز
ا ت	x	n-x	n-x	n+x	بز
ح ن	x_{eq}	$n-x_{eq}$	$n-x_{eq}$	$n+x_{eq}$	بز

$$Q_r = \frac{[HCOOH]}{[HCOO^-].[H_3O^+]}$$

لدينا : $n=1.0.10^{-3}$ mol

الأفراد الكيميائية الموجودة في 1Lمن المحلول فكمية المادة تساوي التراكيز ومنه:

$$Q_r = \frac{1.0\times10^{-3} + x_{eq}}{(1.0\times10^{-3} - x_{eq})^2}$$

3/ رسم البيان $Q_r = f(x)$

نحسب قيمة Q_rمن أجل قيم x المحصورة بين $(0,.8.10^{-4}\,mol)$ فنحصل على البيان التالي:

$Q_r = f(x)$; 2.10^4 ; $1.5.10^4$; 1.10^4 ; $0.5.10^4$; Q_r ; K ; X ; 2.10^{-4} ; 4.10^{-4} ; x_{eq} ; 6.10^{-4} ; 8.10^{-4}

ثابت التوازن

$$K' = \frac{[HCOOH]_{eq}}{[HCOO^-]_{eq}.[H_3O^+]_{eq}} = 1/K_A$$

ومنه: $K' = \frac{1}{1.8\times10^{-4}} = 5.6\times10^{3}$

عند التوازن $Q_r = Q_{r,eq} = K$ هو القيمة الموافقة لـــ x تستخرج من البيان

$x_{eq} = 4.9\times10^{-4}\,mol$ التقدم الأعظمي يوافق الاختفاء التام للمفاعل المحد وهو

$x_{max} = 1\times10^{-3}\,mol$ ونسبة التقدم النهائي: $\tau = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = \frac{4.9\times10^{-4}}{1.0\times10^{-3}} \approx 0.5$ والتفاعل غير تام لأن $\tau<1$

تمرين7

لتكن معادلة التفاعل: $Ag_{(s)} + Fe^{3+}_{(aq)} = Ag^{+}_{(aq)} + Fe^{2+}_{(aq)}$ ثابت التوازن لهذا التفاعل هو $K = 3.2$ عند $298K^0$ ، نمزج في الحالة الابتدائية $1.0.10^{-2}\,mol$من شوارد Fe^{3+}و $5.10^{-2}\,mol$ من شوارد Ag^{+}و $2.0.10^{-2}\,mol$من شوارد Fe^{2+}في حجم $500mL$ من الماء والذي نغمس فيه سلكا من الفضة

1/ حدد الاتجاه التلقائي لتطور الجملة.

2/ انجز جدولا لتطور الجملة .

3/ حدد قيمة التقدم عند التوازن.

4/ ناقش إشارة القيمة الناتجة.

5/ أحسب قيم تراكيز كل الأنواع الكيميائية في المحلول عند التوازن.

الحل

1/تحديد اتجاه تطور الجملة: نحسب $Q_{r,i}$:

$[Fe^{3+}] = n/v = 2\,10^{-2}\,mol/L$ ، $[Fe^{2+}] = n/v = 2.10^{-2}/0.5 = 4\,10^{-2}\,mol/L$

$[Ag^{+}] = n_{Ag}/v = 5.10^{-2}/0.5 = 0.1 mol/L$

نحسب $Q_{r,i}$: ومنه: $Q_{r,i} = \frac{[Fe^{2+}][Ag^{+}]}{[Fe^{3+}]} = \frac{(0.1)(4.10^{-2})}{2.10^{-2}} = 0.2$

ومنه: $Q_{r,i}<K$ التطور التلقائي للتحول يتم في الاتجاه المباشر

2/ انجاز جدول التقدم لدينا : $n_1 = 1.0.10^{-2}$ mol , $n_2 = 5.10^{-2}$mol , $n_3 = 2.10^{-2}$mol

3/ تحديد قيمة التقدم عند التوازن:

معادلة التفاعل		$Ag_{s} + Fe^{3+}_{aq} = Ag^{+}_{aq} + Fe^{2+}_{aq}$			
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح ا	0	بز	10^{-2}	5.10^{-2}	2.10^{-2}
ا ت	x	بز	10^{-2}-x	5.10^{-2}+x	2.10^{-2}+x
ح ن	x_{eq}	بز	$10^{-2}-x_{eq}$	$5.10^{-2}+x_{eq}$	$2.10^{-2}+x_{eq}$

عند التوازن:

$$Q_{r,eq} = K = \frac{[Fe^{2+}]_{eq}.[Ag^{+}]_{eq}}{[Fe^{3+}]_{eq}}$$

من جدول التقدم: $Q_{r,eq} = \frac{(5.10^{-2} + x_{eq})v(2.10^{-2} + x_{eq})v}{(1.0.10^{-2} - x_{eq})v} = 3.2$

ومنه: $x_{eq}^2 + 1.67x_{eq} - 1.5\times10^{-2} = 0$

حلا المعادلة: $x_{eq1} = 8.9.10^{-3}\,mol$ $x_{eq2} = -1.7mol$ ترفض ومنه التقدم : $x_{eq1} = 8.9.10^{-3}\,mol$

4/ المناقشة : ترفض القيمة $x_{eq2} = -1.7mol$ لأن ليس لها معنى.

5/ حساب التراكيز الكيميائية عند التوازن:

$[Ag^{+}] = 5.10^{-2} + 8.9.10^{-3}/0.5 = 0.12mol/L$

$[Fe^{2+}] = 2.10^{-2} + 8.9.10^{-3}/0.5 = 5.78\times10^{-2}\,mol/L$

$[Fe^{2+}] = 1.10^{-2} - 8.9.10^{-3}/0.5 = 0.22\times10^{-2}\,mol/L$

تمرين8

يتفاعل حمض الأسكوربيك $C_6H_8O_6$ والذي نرمز له بــHA وشاردة الايثانوات $CH_3COO^{-}_{(aq)}$ من أجل ذلك نمزج 0.10 mol من الحمض مع $0.20\,mol$ من شاردة الايثانوات وحجم المحلول الناتج هو$1L$

1/ أكتب معادلة التفاعل .

2/ أعط عبارة كسر التفاعل .

3/ أحسب كسر التفاعل في الحالة الابتدائية.

4/ أحسب كسر التفاعل عندما تكون قيمة التقدم $x=0.030\,mol$

الحل

1/ كتابة معادلة التفاعل : $HA_{(aq)} + CH_3COO^{-}_{(aq)} = CH_3COOH_{(aq)} + A^{-}_{(aq)}$

2/ عبارة كسر التفاعل. $Q = \frac{[CH_3COOH].[A^-]}{[CH_3COO^-].[HA]}$

3/ حساب $Q_{r,i}$: في الحالة الابتدائية فإن : $[CH_3COOH]=[A^-]=0$ ومنه : $Q_{r,i}=0$

4/ حساب كسر التفاعل لما $x = 0.03mol$

ننجز جدولا لتقدم التفاعل:

معادلة التفاعل		$HA_{(aq)} + CH_3COO^{-}_{(aq)} = CH_3COOH_{(aq)} + A^{-}_{(aq)}$			
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح ا	0	$n_1=c_1V$	$n_2=c_2V$	0	0
ا ت	x	n_1-x	n_2-x	x	x

$c_1v = 0.1\times1.0 = 0.1mol$

$c_2v = 0.2\times1.0 = 0.2mol$

$$Q_r = \frac{(x/V)(x/V)}{[(c_1V - x)/V].[(c_2V - x)/V]} = \frac{(0.03)^2}{(0.1-0.03)(0.2-0.03)} = 7.6.10^{-2}$$

ومنه فالجملة تتطور تلقائيا في الاتجاه المباشر

تمرين9

نعتبر التفاعل الحادث بين شاردة الكبريتي $SO_{3(aq)}^{2-}$ والماء الذي يؤثر كحمض، في البداية $Q_{ri}=0$

1/ أكتب معادلة التفاعل.

2/ حدد ثابت التوازن. $pK_A(HSO_3^-/SO_3^{2-})=7.2$ و $K_e=1.0.10^{-14}$

3/ استنتج جهة تطور الجملة الكيميائية.

الحل

1/ كتابة معادلة التفاعل: $SO_{3(aq)}^{2-}+H_2O_{(l)}=HSO^-_{3(aq)}+HO^-_{(aq)}$

2/ تحديد ثابت التوازن: لدينا: $Q_{r,eq}=K=\frac{[HSO_3^-][HO^-]}{[SO_3^{2-}]}$

بضرب البسط والمقام في $[H_3O^+]$ $Q_{r,eq}=K=\frac{[HSO_3^-][HO^-][H_3O^+]}{[SO_3^{2-}][H_3O^+]}=\frac{K_e}{K_A}$

ومنه: $K=\frac{1\times10^{-14}}{10^{-7.2}}=1.6\times10^{-7}$

3/ استنتاج جهة التطور التلقائي للجملة: $Q_{r,i}<K$ فإن الجملة تتطور تلقائيا في الاتجاه المباشر.

تمرين10

نعتبر التفاعل الحادث بين شاردة الأمونيوم $NH^+_{4(aq)}$ وشاردة الميثانوات $HCOO^-_{(aq)}$. نضع في $100mL$ من الماء $1.0.10^{-2}mol$ من شوارد NH^+_{4aq} و $5.0.10^{-3}mol$ من شوارد $HCOO^-_{(aq)}$ و $5.0.10^{-2}mol$ من NH_{3aq} و $1.0.10^{-3}mol$ من $HCOOH_{(aq)}$

1/ أكتب معادلة التفاعل .

2/ أحسب ثابت التوازن الموافق.

3/ أحسب كسر التفاعل الابتدائي.

4/ حدد جهة التطور الابتدائي للجملة .

5/ هل معادلة التفاعل هي المكتوبة في 1 ؟ اقترح كتابة أخرى لمعادلة التفاعل واحسب ثابت التوازن الموافق.

$pK_{A1}(HCOOH/HCOO^-)=3.8$ ، $pK_{A2}(NH_4^+/NH_3)=9.2$

الحل:

1/ كتابة معادلة التفاعل: $NH^+_{4(aq)}+HCOO^-_{(aq)}=NH_{3(aq)}+HCOOH_{(aq)}$

2/ حساب ثابت التوازن الموافق:

$$K=\frac{[NH_3][HCOOH]}{[NH_4^+][HCOO^-]}=\frac{[NH_3]_{eq}[HCOOH]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[NH_4^+]_{eq}[HCOO^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}=\frac{K_{A2}}{K_{A1}}=\frac{10^{-9.2}}{10^{-3.8}}=10^{-5.4}$$

3/ حساب كسر التفاعل $Q_{r,i}$: $Q_{r,i}=\frac{[NH_3][HCOOH]}{[NH_4^+][HCOO^-]}=\frac{(5.10^{-2}/v)(1.10^{-3}/v)}{(1.10^{-2}/v)(5.10^{-3}/v)}=1$

4/ تحديد جهة التطور الابتدائي للجملة:

لدينا $Q_{r,i}>K$ فالتطور التلقائي للجملة يتم في الاتجاه الغير مباشر ومنه :

فالمعادلة ليست المكتوبة في1

ومعادلة التفاعل الحادث هي: $NH_{3(aq)}+HCOOH_{(aq)}=NH^+_{4(aq)}+HCOO^-_{(aq)}$

بحيث ثابت التوازن الموافق لها هو : $K'=1/K=1/10^{-5.4}=2.5\times10^5$

تمرين11

لتكن معادلة التفاعل: $Fe_{(s)}+Cd^{2+}_{(aq)}=Fe^{2+}_{(aq)}+Cd_{(s)}$

ثابت التوازن المرفق بالتفاعل هو: $K=20$ وحجم المحلول $v=50mL$ الأنواع الصلبة متواجدة بزيادة، ندخل في البداية $0.010mol$ من شوارد الحديد Fe^{2+}.

1/ أحسب كسر التفاعل وحدد جهة تطور الجملة.

2/أنجز جدولا لتقدم التفاعل واكتب عبارة كسر التفاعل عند التوازن .

3/أحسب التقدم عند التوازن.

4/ أحسب تراكيز مختلف الأنواع عند التوازن وكذلك التغيرات الحادثة في الكتل.

$M(Fe)=55.8g/mol, M(Cd)=112.4g/mol$

الحل

1/ حساب كسر التفاعل وتحديد جهة التطور :

$Q_{r,i}=[Fe^{2+}]/[Cd^{2+}]$ في البداية يوجد فقط Fe^{2+} ولا يوجد Cd^{2+} وبالتالي فإن $Q_{r,i}$ يؤول إلى اللانهاية $(Q_{r,i}\to\infty)$ أي أن $Q_{r,i}>K$ فالتطور التلقائي يكون في الجهة غير مباشرة.

2/ انجاز جدول التقدم وكتابة عبارة نسبة التفاعل

المعادلة	التقدم	Fe_s	$+Cd^{2+}_{aq}$	$=Fe^{2+}_{aq}$	$+Cd_s$
ح إ	x	زيادة	0	0.01	زيادة
ح ت	x_{eq}	زيادة	x_{eq}	$0.01-x_{eq}$	زيادة

$Q_{r,eq}=\frac{(0.01-x_{eq})/v}{x_{eq}/v}=\frac{0.01-x_{eq}}{x_{eq}}$

3/ حساب التقدم عند التوازن:

ومنه: $Q_{r,eq}=K\Rightarrow\frac{0.01-x_{eq}}{x_{eq}}=20$ ، $21x_{eq}=0.01\to x_{eq}=4.8\times10^{-4}mol$

4/ حساب تراكيز مختلف الأنواع عند التوازن:

$[Fe^{2+}]=\frac{0.01-x_{eq}}{V}=\frac{0.01-4.8.10^{-4}}{0.05}$ ، $[Fe^{2+}]=0.19mol/L$

$[Cd^{2+}]=\frac{x_{eq}}{V}=\frac{4.8.10^{-4}}{0.05}=9.6.10^{-3}\frac{mol}{L}$

$\Delta m(Fe)=(0.01-x_{eq})M_{Fe}=2.7.10^{-2}g$ ومنه : $\Delta m(Cd)=(x_{eq})M_{Cd}=-5.35\times10^{-2}g$

تمرين12

نضع في كأس بيشر $2.0.10^{-2}mol$ من كل من الأنواع التالية حمض لإيثانويك $CH_3COOH_{(aq)}$ حمض البنزويك $C_6H_5COOH_{(aq)}$ إيثانوات الصوديوم $CH_3COONa_{(aq)}$ وبنزوات الصوديوم $C_6H_5COONa_{(aq)}$

1/ أكتب المعادلتين الموافقتين للثنائيتين حمض ــ أساس التي يتدخل فيهما حمض الإيثانويك وحمض البنزويك واكتب عبارتي K_{A1}, K_{A2}.

2/ إن معادلة تفاعل حمض ــ أساس الممكن حدوثها بين الثنائيتين تكتب: $C_6H_5CO_2H_{(aq)}+CH_3CO^-_{2(aq)}=C_6H_5CO^-_{2(aq)}+CH_3CO_2H_{(aq)}$ أحسب ثابت التوازن لهذا التفاعل

3/ أحسب $Q_{r,i}$ وحدد اتجاه تطور الجملة.

4/ باستعمال جدول التقدم حدد الحالة النهائية للجملة.

5/ أعطى القياس التجريبي لـ pH المحلول القيمة 4.5 هل تتوافق هذه القيمة مع النتائج الحسابية .

$K_{A1}(CH_3CO_2H/CH_2CO_2^-)=1.8.10^{-5}$ ، $K_{A2}(C_6H_5CO_2H/C_6H_5CO_2^-)=6.2.10^{-5}$

الحل

/ كتابة المعادلتين الموافقتين: $(CH_3CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3CO^-_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$ ،
$(C_6H_5CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = C_6H_5CO^-_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

د التوازن: $K_{A1} = \frac{[CH_3CO_2^-]_{eq}.[H_3O^+]_{eq}}{[CH_3CO_2H]_{eq}}$ ، $K_{A2} = \frac{[C_6H_5CO_2^-]_{eq}.[H_3O^+]_{eq}}{[C_6H_5CO_2H]_{eq}}$

حساب ثابت التوازن لهذا التفاعل:

$$K = \frac{[C_6H_5CO_2^-]_{eq}.[CH_3CO_2H]_{eq}}{[C_6H_5CO_2H]_{eq}[CH_3CO_2^-]_{eq}} = \frac{K_{A2}}{K_{A1}} = \frac{6.2\times10^{-5}}{1.8\times10^{-5}} = 3,$$

حساب كسر التفاعل الابتدائي: $Q_{r,i} = \frac{[C_6H_5CO_2^-].[CH_3CO_2H]}{[C_6H_5CO_2H][CH_3CO_2^-]}$

جوم متساوية وكذلك كميات المادة $Q_{r,i} = \frac{(n_3/v_3)(n_4/v_4)}{(n_1/v_1)(n_2/v_2)} = 1$

$Q_{r,i} <$ فالاتجاه التلقائي لتطور الجملة هو الاتجاه المباشر.

انجاز جدول التقدم وتحديد التركيب النهائي للجملةحيث: $n=2.0.10^{-2}$ mol :

معادلة		$C_6H_5CO_2H_{(aq)}$ +	$CH_3CO^-_{2(aq)}$ =	$C_6H_5CO^-_{2(aq)}$ +	$CH_3CO_2H_{(aq)}$
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح ا	0	n	n	n	n
ح ن	x_{eq}	$n-x_{eq}$	$n-x_{eq}$	$n+x_{eq}$	$n+x_{eq}$

ن تركيب الجملة في الحالة النهائية **عند التوازن:**

$$Q_{r,eq} = K = \frac{(2.10^{-2}+x_{eq})^2/v}{(2.10^{-2}-x_{eq})^2/v} = \frac{(2.10^{-2}+x_{eq})^2}{(2.10^{-2}-x_{eq})^2} = 3$$ ومنه:

ومنه: $2.10^{-2} + x_{eq} = \pm1.84(2.10^{-2} - x$

$x_{eq} \le 2.10^{-2}$ ← $x_{eq1} = 6.8\times10^{-2}\,mol$ ترفض بينما تقبل القيمة: $x_{eq2} = 0.61\times10^{-2}\,mol$

الأنواع	$C_6H_5CO_2H_{aq}$	$CH_3CO^-_{2aq}$	$C_6H_5CO^-_{2aq}$	$CH_3CO_2H_{aq}$	Na^+_{aq}
ح ا	2.0×10^{-2}	2.0×10^{-2}	2.0×10^{-2}	2.0×10^{-2}	4×10^{-2}
ح ن	1.4×10^{-2}	1.4×10^{-2}	2.6×10^{-2}	2.6×10^{-2}	4×10^{-2}

حساب قيمة الـ pH عند التوازن:

$K_{A1} = \frac{[CH_3CO_2^-]_{eq}.[H_3O^+]_{eq}}{[CH_3CO_2H]_{eq}}$ ومنه: $[H_3O^+]_{eq} = \frac{K_{A1}[CH_3CO_2H]_{eq}}{[CH_3CO_2^-]_{eq}}$

$[H_3O^+]_{eq} = \frac{1.8.10^{-5}\times2.6.10^{-2}}{1.4.10^{-2}}\,3.3\times10^{-5}\,mo$ ومنه: $pH = -\log[H_3O^+]_{eq} = 4.48 \approx 4.5$

لي فالقياس التجريبي للـ pH يتوافق مع القيمة الحسابية.

13

0.01mol من إيثان أمين $C_2H_5-NH_2$ في 100mL من الماء المقطر.
ا النوع الكيميائي هو أساس يؤثر في الماء.
المحلول الناتج حمضي أم أساسي ؟
ب معادلة تفاعل حمض أساس الموافقة وحدد ثابت التوازن K .

c/ حدد تراكيز الأنواع المتواجدة و pH المحلول. يعطى: $pK_e = 14$ و
$pK_A(C_2H_5-NH_3^+/C_2H_5-NH_2) = 10.7$.
2/ نضيف 0.01mol من الصود ($Na^+ + HO^-$) إلى المحلول .
a/ في أي جهة تتطور الجملة؟
b/ عند التوازن يكون pH المحلول مساويا 13.0 ماذا تستنتج بالنسبة للأنواع المتواجدة عند التوازن؟

الحل

1/a/ المحلول الناتج أساسي لأن الإيثان أمين لساس ويكون pH المحلول أكبر من 7.

b/ كتابة معادلة التفاعل: $C_2H_5-NH_{2(aq)} + H_2O_{(l)} = C_2H_5-NH^+_{3(aq)} + HO^-_{(aq)}$

تحديد ثابت التوازن: $K = \frac{[C_2H_5-NH_3^+][HO^-]}{[C_2H_5-NH_2]}$ بضرب البسط والمقام في $[H_3O^+]$

عند التوازن: $K = \frac{[C_2H_5-NH_3^+].[HO^-].[H_3O^+]}{[C_2H_5-NH_2].[H_3O^+]} = \frac{K_e}{K_A}$

$Q_{r,eq} = K = \frac{[C_2H_5-NH_3^+]_{eq}.[HO^-]_{eq}}{[C_2H_5-NH_2]_{eq}}$ و $K = K_e/K_A = Q_{r,eq} = 10^{-14}/10^{-10.7} = 5.10^{-4}$

c/ تحديد تراكيز الأنواع الكيميائية المتواجدة في المحلول وقياس الـ pH له:

من أجل ذلك ننجز جدولا لتقدم التفاعل: لدينا. $n=1.0.10^{-2}$ mol

معادلة التفاعل		$C_2H_5-NH_{2(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$ =	$C_2H_5-NH^+_{3(aq)}$ +	$HO^-_{(aq)}$
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح ا	0	n	بز	0	0
ح ن	x_{eq}	$n-x_{eq}$	بز	x_{eq}	x_{eq}

عند التوازن: $Q_{r,eq} = K = \frac{[C_2H_5-NH_3^+]_{eq}.[HO^-]_{eq}}{[C_2H_5-NH_2]_{eq}} \Leftarrow Q_{r,eq} = \frac{(x_{eq})^2/v^2}{(0.01-x_{eq})/v} = \frac{(x_{eq})^2}{(0.01-x_{eq})v}$

$$Q_{r,eq} = \frac{(x_{eq})^2}{(0.01-x_{eq})0.1} = 5.10^{-4} \rightarrow x_{eq} = 7.1.10^{-4}\,mol$$

$[C_2H_5-NH_2] = (0.01-7.1.10^{-4})/0.1 = 9.3.10^{-2}\,mol/L$

$[C_2H_5-NH_3^+] = 7.1.10^{-4}/0.1 = 7.1.10^{-3}\,mol/L$. $[HO^-] = 7.1.10^{-3}\,mol/L$

$[H_3O^+] = K_e/[HO^-] = 10^{-14}/7.1.10^{-3} = 1.4.10^{-12}\,mol/L$

ومنه $pH = -\log 1.4.10^{-12} = 11.85$

2/a/علاقة $Q_{r,i}$: $Q_{r,i} = \frac{[C_2H_5-NH_3^+].[HO^-]}{[C_2H_5-NH_2]}$

إن زيادة HO^- يؤدي إلى زيادة $Q_{r,i}$ والذي يجعل $Q_{r,i}>K$ والتطور التلقائي يتم في الاتجاه العكسي وهذا يؤدي إلى تناقص كل من النوعين $C_2H_5-NH_3^+, HO^-$

b/ ننجز جدولا لتقدم التفاعل $n=9.3.10^{-3}$ mol, $n'=7.1.10^{-4}$ mol

عند التوازن: $pH=13$
ومنه:
$[H_3O^+] = 10^{-13}\,mol/L$

معادلة التفاعل		$C_2H_5-NH_{2(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$ =	$C_2H_5-NH^+_{3(aq)}$ +	$HO^-_{(aq)}$
ح ج	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح ا	0	$9.3.10^{-3}$	بز	$7.1.10^{-4}$	$0.01+7.1.10^{-4}$
ح ن	x_{eq}	$9.3.10^{-3}+x_{eq}$	بز	$7.1.10^{-4}-x_{eq}$	$0.01+7.1.10^{-4}-x_{eq}$

كيز : $|HO^-| = 10^{-1} mol/L$ وكمية مادة HO^- هي: $0.01mol$ و

$7.1.10^{-4} - x_{eq} = 0 \rightarrow x_{eq} = 7.1.10^{-4} m$

$n(C_2H_5NH_2) \approx 0.01mo$ بينما $C_2H_5-NH^+_{3aq}$ يبقى على شكل آثار قليلة جدا .

ين 14

ل المزيج التالي: 0.28g من الحديد و 0.56g الكادميوم و 10.0 mL من كبريتات الحديد ني $(Fe^{2+}+SO_4^{2-})$ تركيزه $10^{-1} mol/L$ و 10.0 من كلور الكادميوم $(Cd^{2+}+2Cl^-)_{aq}$ تركيزه $10^{-1} mo$ ان ثابت التوازن K المرفق بمعادلة اعل: $Cd^{2+}_{(aq)} + Fe_{(s)} = Fe^{2+}_{(aq)} + Cd_{(s)}$

$K=20$

أحسب كمية مادة كل نوع كيميائي في الة الابتدائية.

a - اعط العبارة الحرفية لكسر التفاعل سب قيمته الابتدائية.

b في أي جهة تتطور الجملة ؟

3 ـ a ـ أنجز جدولا لتطور الجملة واستنتج التقدم النهائي.

b - أحسب كتلة الكادميوم والحديد عند التوازن.

4 - نضيف إلى الجملة السابقة في حالة التوازن أحد الأنواع التالية :

a - بعض بلورات كبريتات الكادميوم.

b - بعض بلورات كبريتات الحديد.

c - قليلا من برادة الحديد.

كيف تتطور كل جملة في كل حالة؟ علل.

$M(Fe)=56g/mol$, $M(Cd)=112g/mol$

حساب كمية مادة كل نوع كيميائي:

$n(Fe^{2+}) = c.v = 0.10(10.10^{-3}) = 1.0.10^{-3} m$ ،

$n(Fe) = m.M = 0.28(56) = 5.10^{-3} m$

$n(Cd^{2+}) = c.v = 0.10.10.10^{-3} = 1.0.10^{-3} m$ ،

$n(Cd) = m.M = 0.56/11) = 5.0.10^{-3} m$

a/ العبارة الحرفية لكسر التفاعل وحساب قيمته الابتدائية: من معادلة التفاعل:

$$Q_{r,i} = \frac{[Fe^{2+}]}{[Cd^{2+}]} = \frac{n(Fe^{2+})/v}{n(Cd^{2+})/v}$$

جهة تطور الجملة : بما أن $Q_{r,i}<K$ فإن الجملة تتطور تلقائيا في الاتجاه المباشر

انجاز جدول التقدم وحساب دم النهائي:

المعادلة		Cd^{2+}_{aq} +	Fe_S =	Fe^{2+}_{aq} +	Cd_S
ح ج	التقدم	كميات المادة بـ mol			
ح ا	0	10^{-3}	5.10^{-3}	10^{-3}	5.10^{-3}
ا ت	x	$10^{-3}-x$	$5.10^{-3}-x$	$10^{-3}+x$	$5.10^{-3}+x$
ح ن	x_{eq}	$10^{-3}-x_{eq}$	$5.10^{-3}-x_{eq}$	$10^{-3}+x_{eq}$	$5.10^{-3}+x_{eq}$

التوازن:

$$Q_{r,eq} = K = \frac{[Fe^{2+}]_{eq}}{[Cd^{2+}]_{eq}}$$

منه: $\frac{10^{-3}+x_{eq}}{10^{-3}-x_{eq}} = 20 \rightarrow x_{eq} = 0.9.10^{-3} mol$

ر عن الحالة النهائية لكميات المادة بالجدول:

$n_{Cd^{+2}}$	$n_{Fe}(mol)$	$n_{Fe^{2+}}(mol)$	$n_{Cd}(mol)$
$0.1.10^{-3}$	$4.1.10^{-3}$	$1.9.10^{-3}$	$5.9.10^{-3}$

حساب كتل المواد الصلبة:

$m(Fe) = n.M = 4.1.10^{-3} \times 56 = 0.2$ ، $m(Cd) = n.M = 5.9 \times 10^{-3} . 112 = 0.66g$

a/ ان زيادة Cd^{+2} يؤدي إلى نقصان $Q_{r,i}$ وبالتالي $Q_{r,i}<K$ و التطور التلقائي يكون في الاتجاه المباشر

زيادة Fe^{+2} يؤدي الى زيادة $Q_{r,i}$ وبالتالي $Q_{r,i}>K$ و التطور التلقائي يكون في الاتجاه العكسي.

زيادة برادة الحديد لايغير من قيمة $Q_{r,i}$ وبالتالي الجملة تبقى في حالة توازن.

تمرين 15

تحتوي جملة على شوارد الحديد Fe^{2+}, Fe^{3+} و وشوارد السيريوم Ce^{3+} ، Ce^{4+} هذه الجملة يمكن أن تكون مقرا لتفاعل معادلته:

$$Fe^{2+}_{aq} + Ce^{4+}_{aq} = Fe^{3+}_{aq} + Ce^{+3}_{aq}$$

تركيب الجملة الابتدائي :

$[Fe^{2+}] = 0.1molL^{-1}; [Fe^{3+}] = 0.01molL^{-1}$

$[Ce^{4+}] = 0.05mol/L, [Ce^{3+}] = 0.2mol/L$

1/ أكتب العبارة الحرفية لنسبة التفاعل.

2/ أحسب كسر التفاعل

a/ في الحالة الابتدائية.

b/ أثناء تطور الجملة حيث $[Fe^{2+}] = 0.06mol/L$

الحل

1/ كتابة العبارة الحرفية لكسر التفاعل: $Q_r = \frac{[Fe^{3+}_{aq}].[Ce^{+3}_{aq}]}{[Fe^{2+}_{aq}].[Ce^{4+}_{aq}]}$

2 ـ a/حساب قيمة $Q_{r,i}$: $Q_{r,i} = \frac{(0.01)(0.2)}{(0.10)(0.05)} = \frac{2\times10^{-3}}{5\times10^{-3}} = 0.40$

b/ نعتبر جدول تقدم التفاعل التالي: حيث:

$n_1=0.1v$, $n_2=0.05v$, $n_3=0.01v$, $n_4=0.2v$

إن كمية الحديد(II) المتبقي هو $0.06v\ mol$ وكمية الحديد الابتدائي هو $0.1v\ mol$ إذن حدث نقصان للحديد الثنائي وبالتالي فالتحول يتم في الاتجاه المباشر $Q_r = \frac{(0.05v)(0.24v)}{(0.06v)(0.01v)} = 20$

المعادلة		Fe^{2+}_{aq} +	Ce^{4+}_{aq} =	Fe^{3+}_{aq} +	Ce^{+3}_{aq}
ح ج	التقدم	كميات المادة بـ mol			
ح ا	0	n_1	n_2	n_3	n_4
ا ت	x	n_1-x	n_2-x	n_3+x	n_4+x
ح ن	0.04v	0.06v	0.01v	0.05v	0.24v

تمرين 16

يمكن أن ننمذج تحولا كيميائيا بالمعادلة : $Fe^{2+}_{(aq)} + Zn_{(s)} = Zn^{2+}_{(aq)} + Fe_{(s)}$ ....(1)

والتي ثابت توازنها $K = 1.4.10^{11}$. من أجل دراسة هذا التحول الذي تدخل فيه الأنواع الكيميائية: $Fe^{2+}_{(aq)}, Zn^{2+}_{(aq)}, Fe_{(S)}, Zn_{(S)}$

نوفر محلولا مائيا لكبريتات الحديد S_1 يحتوي شوارد $Fe^{2+}_{(aq)}$ تركيزها: $1.0.10^{-1} mol/L$

ومحلولا مائيا لكبريتات الزنك S_2 يحتوي شوارد $Zn^{2+}_{(aq)}$ تركيزها: $1.0.10^{-1} mol/L$

في اللحظة $t=0$ نمزج في بيشر $100mL$ من المحلول S_1 مع $200mL$ من المحلول S_2 و $5.58g$ من الحديد و $6.54g$ من الزنك. إن التحول الكيميائي الذي يتم في هذه الجملة يمكن أن ينمذج بالمعادلة (1)

1/ أكتب المعادلتين النصفيتين الالكترونيتين التي تؤدي إلى هذه المعادلة.

2/ حدد كميات شوارد $Fe^{2+}_{(aq)}$ وشوارد $Zn^{2+}_{(aq)}$ المستعملة في الحالة الابتدائية.

أن الجملة الكيميائية الناتجة تتطور تلقائيا، يسمح تحليل للجملة بالحصول على المخططات البانية التي تعطي تركيزي شوارد الحديد وشوارد الزنك من أجل الحالات المختلفة للجملة، المخططات الممثلة في الأشكال من 1 إلى 3 يناسب كل منها حالة الجملة أثناء تطورها.

كميات المادة mol — 0.02 — 0.01 — Fe^{2+} Zn^{2+} — مكونات الجملة (1) (2) (3)

3/ أحسب كسر التفاعل المرفقة بالمعادلة (1) في الحالة الابتدائية، ماهو المخطط البياني الممثل لهذه الحالة ؟ علل.

4/ أعط نص معيار التطور التلقائي لجملة كيميائية ثم أعط جهة التطور التلقائي لهذه الجملة.

/ أحسب كسر التفاعل Q_{r1}, Q_{r3} الموافقين للحالتين 1، 3 هل يمكن أن تكون الحالتين 1، 3 سطيتين بين الحالة الابتدائية والحالة النهائية؟ علل.

/ إن تقدم التحول في الحالة النهائية يساوي $1.0.10^{-2}\ mol$ انجز جدولا وصفيا لتطور الجملة حدد كميات المادة في الحالة النهائية .

. اكمل المخطط الذي يعطي تركيزي Fe^{2+}, Zn^{2+} في الحالة النهائية في الشكل التالي

معطيات : $Fe^{2+}/Fe, Zn^{2+}/Zn$ ، $M(Fe) = 56g/mol$ ، $M(Zn) = 65.4g/mol$

بكالوريا USA 2005

حل

/ كتابة المعادلتين النصفيتين: $Fe^{2+}_{(aq)} + 2\acute{e} = Fe_{(s)}$, $Zn_{(s)} = Zn^{2+}_{(aq)} + 2\acute{e}$

/ تحديد كمية شوارد $Fe^{2+}_{(aq)}$ وشوارد $Zn^{2+}_{(aq)}$ المستعملة في الحالة الابتدائية:

$$n_i(Fe^{2+}) = CV_1 = 0.1\times0.1 = 10^{-2}\ mol\ ,\ n_i(Zn^{2+}) = CV_2 = 0.1\times0.2 = 2.10^{-2}\ mo$$

حساب كسر التفاعل في الحالة الابتدائية:

$$Q_{r,i} = \frac{[Zn^{2+}]}{[Fe^{2+}]} = \frac{n_1/v_1}{n_2/v_2} = \frac{0.02/0.3}{0.01/0.3} = 2$$

خطط الذي يمثل هذه الحالة هو: المخطط الثاني، لأن كمية الزنك ضعف كمية الحديد الابتدائية

معيار التطور التلقائي: ـــ $Q_{r,i} < K$ التطور تلقائي مباشر ،

ـــ $Q_{r,i} > K$ التطور تلقائي عكسي

ـــ $Q_{req} = K$ الجملة في حالة توازن.

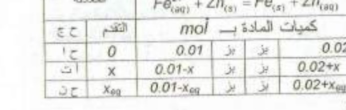
هة التطور : بما أن $Q_{r,i} < K$ فالجملة تتطور تلقائيا في الاتجاه المباشر.

حساب كسر التفاعل الموافقين للشكلين 1، 3 :

$$Q_{r,3} = \frac{[Zn^{2+}]}{[Fe^{2+}]} = \frac{0.015/0.3}{0.015/0.3} = 1\ ،\ Q_{r,1} = \frac{[Zn^{2+}]}{[Fe^{2+}]} = \frac{0.025/0.3}{0.005/0.3}$$

ن اعتبار الحالة 2 وسط بين الحالتين 1، 3 لأن تطور الجملة المباشر يمر من هذه الحالة .

انجاز جدول التقدم :



المعادلة		$Fe^{2+}_{(aq)} + Zn_{(s)} = Fe_{(s)} + Zn^{+2}_{(aq)}$			
ح ع	التقدم	كميات المادة بـــ mol			
ح ا	0	0.01	بز	بز	0.02
ا ت	x	0.01-x	بز	بز	0.02+x
ح ن	x_{eq}	$0.01-x_{eq}$	بز	بز	$0.02+x_{eq}$

دم النهائي $x_f = x_{eq} = 0.01\ mol$

$n_f(Fe^{2+}) = 0$

$n_f(Zn^{2+}) = 0.01 + 002 = 3.10^{-2}\ mol$

ذا يوافق المخطط التالي:

الأعمدة ☆

1. الانتقال التلقائي المباشر للإلكترونات

يستند تفاعل أكسدة إرجاع على الانتقال التلقائي للإلكترونات بين ثنائيتي أكسدة إرجاع.

تطبيق: نضع في كأس بيشر صفيحتين معدنيتين الأولى من النحاس والثانية من الزنك ومحلول مائي يحتوي شوارد $Cu^{2+}_{(aq)}, Zn^{2+}_{(aq)}$ لهما نفس التركيز المولي،فنلاحظ ترسبا للنحاس علىصفيحة الزنك ومعادلة التفاعل التلقائي هي:

$$Cu^{2+}_{(aq)} + Zn_{(S)} = Cu_{(S)} + Zn^{2+}_{(aq)}$$

حيث: $Q_{r,i} = [Zn^{2+}]_i / [Cu^{2+}]_i = 1\ ,\ K = 2.10^{37}$

والتطور التلقائي يكون في الاتجاه المباشر.

يحدث إرجاع لشوارد النحاس إلى النحاس المعدني وأكسدة الزنك إلى شوارد الزنك على مستوى صفيحة الزنك،

فالتفاعلان الحادثان في المحلول هما: $Zn_{(S)} = Zn^{2+}_{(aq)} + 2\acute{e}$

$Cu^{2+}_{(aq)} + 2\acute{e} = Cu_{(s)}$

2 ـــ مكونات عمود كهروكيميائي

يتكون عمود كهروكيميائي من نصفي عمود، كل منهما يتركب من مسرى معدني لمعدن M مغمور في محلول يحتوي شوارد لنفس المعدن M^{n+} والذي يشكل ثنائية مؤكسد مرجع M^{n+}/M يوصل العمود الأول بنصف العمود الثاني بجسرملحي مختر يحتوي على شوارد بإمكانها الحركة مثل كلور البوتاسيوم $(K^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)})$ أو نترات البوتاسيوم $(K^+_{(aq)} + NO^-_{3(aq)})$.

يضمن الجسر الملحي النقل الكهربائي بين نصفي عمود ويسمح بتبادل الشوارد بين المحلولين دون امتزاجهما

تطبيق : دراسة وتمثيل عمود دانيال

الأنواع الكيميائية للثنائيتين موضوعة في إنائين منفصلين يصل بينهما جسر ملحي ويوصل في الدارة الخارجية للعمود مقياس أمبير مقاومته صغيرة (من رتبة 10Ω) فيشير مقياس الأمبير إلى مرور تيار كهربائي ، ففي النواقل المعدنية يرجع إلى حركة الالكترونات في عكس الجهة الاصطلاحية للتيار .

حركة حاملات الشحنة في العمود

تتحرر الالكترونات من تحول ذرات الزنك إلى شوارد الزنك ويزداد تركيز شوارد الزنك

$Zn_{(S)} = Zn^{2+}_{(aq)} + 2\acute{e}\ ,\ K_1 = [Zn^{2+}] = 6.10^{25}$

وعندما تصل إلى مسرى النحاس تلتقطها شوارد النحاس فتتحول إلى معدن النحاس وينقص تركيز شوارد النحاس Cu^{2+}. $Cu^{2+}_{(aq)} + 2\acute{e} = Cu_{(s)}\ ,\ K_2 = [Cu^{2+}] = 3.10^{11}$

ـــ في الدارة الخارجية للعمود يحدث انتقال للالكترونات.

ـــ يرجع مرور التيار الكهربائي داخل العمود إلى الحركة الإجمالية للشوارد الموجبة والسالبة، فالموجبة تتحرك باتجاه التيار والسالبة عكس جهة التيار.

والتحولات الحادثة في عمود دانيال تترجم بالمعادلات: $Zn_{(S)} = Zn^{2+}_{(aq)} + 2\acute{e}\ ,\ K_1 = [Zn^{2+}] = 6.10^{25}$ ،

$Zn + Cu^{2+} = Zn^{2+} + Cu\ ,\ K = K_1K_2 = 1.8.10^{37}$; $Cu^{2+}_{(aq)} + 2\acute{e} = Cu_{(s)}\ ,\ K_2 = [Cu^{2+}] = 3.10^{11}$

التمثيل الأصطلاحي : يوضع القطب السالب على اليسار والقطب الموجب على اليمين.

$- Zn_{(S)} | Zn^{2+}_{(aq)} || Cu^{2+}_{(aq)} | Cu_{(S)} +$ تنتقل الالكترونات تلقائيا بشكل غير مباشر في العمود.

3. المميزات الكهربائية لعمود

1 ـ قطبا عمود: العمود هو مولد كهروكيميائي للتيار المستمر، نحدد قطبيه عن طريق جهاز فولط ـ متر الذي يوصل قطباه مباشرة بقطبي العمود، فإذا كانت إشارة الفولط ـ متر موجبة فإن القطب الموجب للعمود + هو الموصول بالقطب V للفولط متر وإذا كانت إشارة الفولط ـ متر سالبة فإن القطب السالب للعمود - هو الموصول بالقطب V للفولط ـ متر.

ـ المهبط هو المسرى الذي يحدث عنده الارجاع ويمثل القطب الموجب للعمود.

ـ المصعد هو المسرى الذي تحدث عنده الأكسدة.ويمثل القطب السالب للعمود.

2 ـ القوة المحركة الكهربائية لعمود:

تمثل القيمة المطلقة للتوتر المقاس بين قطبي العمود عندما لايجري تيارا .

يرمز للقوة المحركة الكهربائية (fem) بـ E.

ـ تتوقف القوة المحركة الكهربائية على ثنائيتي الأكسدة الإرجاعية المستعملة وتراكيز المحاليل الشاردية.

ـ تتناقص القوة المحركة الكهربائية للعمود تدريجيا أثناء تشغيله.

التطور التلقائي لعمود

[...]تبر عمودا مقرا لتفاعل أكسدة إرجاع ثابت توازنه K، فمعادلة التفاعل الحادث في العمود تسمح [...]عريف كسر التفاعل Q_r . **يشتغل العمود طالما كان : $Q_r \neq K$.**

[...]شكل العمود في حالة اشتغاله جملة كيميائية خارج التوازن، تتطور نحو حالة التوازن وقيمة [...]سر التفاعل تؤول إلى قيمة ثابت التوازن المرفق بمعادلة تفاعل اشتغال العمود .**

[...]ال: في عمود دانيال: $K = 1.8\times10^{37}$ ، $Q_{r,i} = \frac{[Zn^{2+}]}{[Cu^{2+}]} = 1$ ، $Q_{r,i} << K$ يمكن للتفاعل أن يتم ومن

[...]ل ذلك يجب أن تكون الدارة مغلقة. فعندما يجري العمود تيارا كهربائيا تتولد شوارد الزنك [...]تفي شوارد النحاس فيزداد Q_r تدريجيا حتى يبلغ قيمة K ، فعندئذ لاتتغير التراكيز فيتوقف [...]يان الالكترونات في الدارة الخارجية للعمود ، فنقول أن العمود استهلك (استعمل).

[...]مود عند التوازن هو عمود مستهلك لايجري تيارا كهربائيا. $K = Q_{r,f}$ و $I_{eq} = 0$

كمية الكهرباء التي يحررها عمود (سعة العمود)

[...]مية الكهرباء التي يحررها عمود أثناء اشتغاله خلال مدة زمنية Δt والذي يعطي تيارا شدته I ثابتة هي: $Q = I\Delta t$

$I(A)$ أمبير ، $\Delta t(s)$ ثانية و $Q(C)$ كولوم

[...]ف في دراسة التفاعلات الكهروكيميائية : **الفرداي:** الذي يمثل وحدة الشحنات على المستوى العياني ويرمز له بـ F وهو القيمة المطلقة لشحنة $1\ mol$ من الشحنات العنصرية.

$F = N_A|e| = 9.65\times10^4\ C/mol$ ، N_A عدد أفوقادرو ، $e = -1.6.10^{-19}\ C$.

[...] **مادة الإلكترونات:** في دارة العمود التي يمر فيها تيار شدته ثابتة I خلال مدة زمنية Δt.

$$n_e = \frac{Q}{F} = \frac{I\Delta t}{F} \Rightarrow \begin{matrix} 1F \longrightarrow 1mol(e) \\ Q \rightarrow n_e mol \end{matrix}$$

E_{el} W_e

[...]ير الطاقوي:

[...] يشتغل العمود يتحول جزء من الطاقة الكيميائية [...]

تمارين

تمرين1

حاملات الشحنة في العمود هي:

a) الالكترونات في كل نقطة من دارة.

b الشوارد في النواقل المعدنية.

c) الالكترونات في النواقل المعدنية والشوارد في المحاليل.

الحل: c. ← صحيح

تمرين2

عندما يستهلك عمود:

a) جميع الشوارد قد استهلكت.

b) لايمر أي تيار في الدارة الخارجية.

c) لا يحدث أي تفاعل كيميائي عند المسريين.

d) الجملة الكيميائية في حالة توازن.

e) الجملة الكيميائية خارج التوازن.

الحل: b ، c ، d ← صحيحة

تمرين3

توجد أكسدة عندما يشتغل العمود:

a. عند القطب السالب ،

b. عند القطب الموجب

c. في المحلول الكهرليتي

الحل: a. عند القطب السالب

تمرين4

الارجاع في عمود هو تحول يحدث خلاله :

a. فقدان الالكترونات .

b.اكتساب الالكترونات.

c. ترسب معدن.

الحل: b ، c ← صحيحتان

تمرين5

في العمود: $- Mg|Mg^{2+}|| Cu^{2+}|Cu +$

ماهو المسرى الذي تتناقص كتلته ؟ لماذا؟

الحل: المسرى الذي تتناقص كتلته هو القطب السالب لأن الأكسدة تحدث عنده.

تمرين6

ما هو الدور الذي يلعبه الجسر الملحي؟ فسر.

الحل : يضمن مرور التيار في الدارة عن طريق الشوارد.

تمرين7

أختر الإجابة أو الإجابات الصحيحة:

أثناء اشتغال العمود :

a يمر تيار في الدارة .

b. $Q_r = K$

c. يحدث تفاعل حمض أساس.

d. يحدث تفاعل أكسدة إرجاعية.

الحل: a ، d ← صحيحتان

تمرين8

تغمر صفيحة من الزنك في عمود دانيال في محلول كبريتات الزنك وتغمر صفيحة النحاس في محلول كبريتات النحاس ويفصل المحلولان بحاجز خزفي مسامي . ما هو الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات التالية: a. يتناقص تركيز شوارد الزنك.

b. تعطي شوارد الكبريتات عند القطب الموجب غاز ثنائي الأكسجين.

c. تترسب ذرات النحاس عند القطب الموجب.

مرين 9

وثيقة التالية تمثل عمودا في حالة اشتغال و هو يتكون من صفيحتين احداهما من الحديد والأخرى ن النحاس مغمورتين على الترتيب في محلول كبريتات الحديد كبريتات النحاس $1mol/L$.

a . ضع على الشكل الكلمات التالية في الموضع المناسب : أسلاك ناقلة، ـ جسرملحي، ـ فولطمتر ، ملي أمبير متر.

حدد جهة حركة الالكترونات وجهة التيار.

a .أكتب المعادلتين الحادثتين عند المسريين.

استنتج معادلة الاشتغال

إذا كان ثابت توازن هذه المعادلة: $K=2.10^{26}$ بين أن التحول الحادث في العمود تلقائي.

b. الشكل

عند المهبط : $Fe_{(S)} = Fe^{2+}_{(aq)} + 2e$

عند المصعد: $Cu^{2+}_{(aq)} + 2e = Cu$

$Fe_{(S)} + Cu^{2+}_{(aq)} = Fe^{2+}_{(aq)} + Cu_{(S)}$

ن أجل تحديد ما إذا كان التحول تلقائيا:

ب كسر التفاعل الابتدائية ونقارنها بثابت التوازن

التطور) . $Q_{r,i} = \frac{[Fe^{2+}]}{[Cu^{2+}]} = 1., K = 2\times10^{26} > Q_{r,i}$ فإن التطور يكون تلقائيا

10

رلية عمود يتكون من كاسي بيشر يحتوي الأول محلول نترات النحاس $Cu^{2+}_{(aq)}+NO^-_{3(aq)}$ م المولي $C=1.0mol/L$ غمرت فيه صفيحة من النحاس والأخر يحتوي محلول نترات $Ag^+_{(aq)}+NO^-_{3(aq)}$ تركيزه $C=0.01mol/L$ غمرت فيه صفيحة من الفضة وموصولين ملحي والعمود الناتج يجري تيارا في ناقل أومي.

ت:ثابت التوازن المرفق بالمعادلة : $2Ag^+_{(aq)}+Cu_{(s)}=Cu^{2+}_{(aq)}+2Ag_{(s)}$ هو $K=4.10^{15}$

ب كسر التفاعل في الحالة الابتدائية $Q_{r,i}$

ف تتطور كسر التفاعل تلقائيا؟ الاستنتاج .

المعادلتين الحادثتين عند المسريين.

سم شكلا للعمود موضحا جهة حركة حاملات الشحنة وجهة التيار.

التمثيل الاصطلاحي للعمود.

ب كسر التفاعل الابتدائي $Q_{r,i}$: $Q_{r,i} = [Cu^{2+}]/[Ag^+]^2 = \frac{1}{(0.01)^2} = 10^4$

ة تطور $Q_{r,i}$: $K > Q_{r,i}$ فإن الجملة تتطور الاتجاه المباشر

ين الحادثتين عند المسريين $Cu_{(s)}=Cu^{2+}_{(aq)}+2e$

$2Ag^+_{(aq)}+2e=2Ag$

دلة: $2Ag^+_{(aq)}+Cu=Cu^{2+}_{(aq)}+2Ag$

ل التوضيحي:

الاصطلاحي: $(-)Cu|Cu^{2+} || Ag^+| Ag (+)$

تمرين 11

نعتبر عمودا من الرصاص والفضة الذي تدخل فيه الثنائيتين: $Pb^{2+}/Pb_{(s)}$ ، $Ag^+_{(s)}/Ag_{(aq)}$ يحتوي كل نصف عمود على $100mL$ من محلول الكاتيون المعدني تركيزه $C_0=0.1mol/L$

المعطيات : $K=3.10^{-32}$ ، $1F=96500C/mol$

معادلة التفاعل: $2Ag_{(s)} + Pb^{2+}_{(aq)} = Pb_{(s)} + 2Ag^+_{(aq)}$

1.a . في أي جهة يتطور التفاعل تلقائيا ؟

b. أكتب المعادلتين النصفيتين عند المسريين.

2. أعط التمثيل الاصطلاحي للعمود.

3. ما سعة هذا العمود ؟

4. يجري هذا العمود تيارا ثابتا شدته $I=14.6mA$ خلال $9h$ حدد تركيزي الكاتيون عند نهاية التشغيل

الحل: $2Ag_{(s)} + Pb^{2+}_{(aq)} = Pb_{(s)} + 2Ag^+_{(aq)}$

a/1. جهة التطور التلقائي : نحسب كسر التفاعل $Q_{r,i}$ ونقارنه بـ K:

$Q_{r,i} = \frac{[Ag^+]^2}{[Pb^{2+}]} = \frac{(10^{-1})^2}{10^{-1}} = 10^{-1}$ $K < Q_{r,i}$ فإن الجملة تتطور في الاتجاه العكسي

b. كتابة المعادلتين النصفيتين: $Pb_{(s)}=Pb^{2+}_{(aq)}+2e$ ، $2Ag^+_{(aq)}+2e=2Ag_{(s)}$

2. التمثيل الاصطلاحي للعمود: $(-)Pb|Pb^{2+} || Ag^+| Ag (+)$

3. ينتهي التفاعل لما: $Q'=K'$ حيث: $K'=1/K$

من أجل حساب سعة العمود ننجز جدولا للتقدم: حيث: $n(Ag^+)=C_0V=10^{-1}.10^{-1}=10^{-2}mol$

و : $n(Pb^{2+})=C_0V=10^{-1}.10^{-1}=10^{-2}mol$

و $Q'_r=[Pb^{2+}]/[Ag^+]$ ، $K'=1/K=3.3.10^{31}$

المعادلة		$2Ag^+_{(aq)}$	$+Pb_{(s)}$	$=2Ag_{(s)}$	$+Pb^{2+}_{(aq)}$
ح.ح	تقدم	كميات المادة (mol)			
ح.ا	0	10^{-2}	زيا	زيا	10^{-2}
ح.ت	x	$10^{-2}-2x$	.	.	$10^{-2}+2x$
ح.ن	x_m	$10^{-2}-2x_m$	.	.	$10^{-2}+2x_m$

$Q'_r = \frac{n_{(Pb2+)}/V}{(n_{(Ag+)})^2/V} = \frac{n_{(Pb2+)}}{(n_{(Ag+)})^2} = \frac{(10^{-2}+x_m)}{(10^{-2}-2x_m)} = K'$

بما أن K' كبير جدا فإن التفاعل يتم عند استهلاك كل شوارد الفضة اي $10^{-2} - 2x_{max} = 0 \rightarrow x_{max} = 5\times10^{-3}mol$ وتكون كمية الالكترونات الموافقة للتقدم الأعظمي والتي مرت في الدارة هي $n_e = 2x_{max} = 2\times5.10^{-3} = 10^{-2}mol$

وتكون كمية الكهرباء الموافقة لسعة العمود هي: $q = n_e \times F = 10^{-2}\times96500 = 965C$

4. كمية الكهرباء التي يجريها العمود خلال مدة التشغيل: $q = I\Delta t = 14.6\times10^{-3}\times96500 = 473C$

والتي توافقها كمية الالكترونات: $n_e = q/F = 4.9.10^{-3}mol$

ومن جدول التقدم : $n_e = 2x_{max} \rightarrow x_{max} = \frac{n_e}{2} = \frac{4.9\times10^{-3}}{2} = 2.45\times10^{-3}mol$

ويكون تركيزي Ag^+ ، Pb^{2+} في الحالة النهائية هو:

$[Ag^+] = \frac{10^{-2}-2.45.10^{-3}}{100.10^{-3}} = 5.1\times10^{-2}mol/L$

$[Pb^{2+}] = \frac{10^{-2}+2.45.10^{-3}}{100.10^{-3}} = 12.4\times10^{-2}mol/L$

يزيد تركيز شوارد الرصاص ويقل تركيز شوارد الفضة أثناء التشغيل.

تمرين 12

التمثيل الاصطلاحي لعمود هو: $(-)Ni | Ni^{2+} || Ag^+| Ag (+)$

وكمية الكهرباء العظمى التي يجريها العمود هي: $q_{max} = 4825C$.

1. استنتج المعادلة المرفقة بالتحول الحادث في العمود.

2. احسب تغير الكتلة عند المسريين عندما يكون العمود قد استهلك (...)

المعطيات: $M_{(Ag)} = 108g/mol$, $M_{Ni} = 58.7g/mol$, $1F = 96500C/mol$

الحل

1. كتابة معادلة التحول الحادث في العمود: عند المصعد: $1\times| Ni_{(S)} = Ni^{2+}_{(aq)} + 2e$

عند المهبط: $2\times| Ag^{+}_{(aq)} + e = Ag_{(s)}$ وبالجمع

$Ni_{(S)} + 2Ag^{2+}_{(aq)} = Ni^{2+}_{(aq)} + 2Ag_{(s)}$

2. حساب تغير الكتلة عند المسريين:

كمية مادة الالكترونات المتبادلة عندما يكون العمود مستهلكا: $n(\acute{e}) = \frac{q}{F} = \frac{4825}{96500} = 5.10^{-2} mol$

يوافق 1 مول من الالكترونات 1 مول من الفضة ونصف مول من النيكل وتكون كتلة الفضة المترسبة هي: $m_{Ag} = n.M_{Ag} = 5.10^{-2} \times 108 = 5.9g$

وكتلة النيكل المتفاعلة (نقص كتلة مسرى النيكل) $m_{Ni} = n.M_{Ni}/2 = 5.10^{-2} \times 58.7/2 = 1.5g$

3. حساب شدة التيار: $I = \frac{q}{\Delta t} = \frac{4825}{2.3600 + 10.60} = 0.62A$

تمرين 13

نحقق عمودا حديد / زنك ونحدد بواسطة أمبير- متر موصول على التسلسل مع ناقل أومي أن القطب الموجب للعمود هو مسرى الحديد ونستعمل جسرا ملحيا من نترات البوتاسيوم المختبر.

1. أعط التمثيل الاصطلاحي لهذا العمود.
2. حدد جهة انتقال حاملات الشحنة في العمود.
3. أكتب معادلة تفاعل أكسدة ارجاع للعمود.

الحل:

1. التمثيل الاصطلاحي للعمود: $(-)Zn_{(s)} | Zn^{2+}_{(aq)} || Fe^{2+}_{(aq)} | Fe_{(s)}(+)$

2. تنتقل الالكترونات في الدارة الخارجية من مسرى الزنك إلى مسرى الحديد عبر الأسلاك وداخل العمود تنتقل الشوارد الموجبة في جهة التيار ، أما الشوارد السالبة فتنتقل عكس جهة التيار.

3. كتابة معادلة تفاعل أكسدة ارجاع للعمود: عند القطب السالب: $Zn_{(s)} = Zn^{+}_{aq} + 2\acute{e}$

عند القطب الموجب: $Fe^{+2}_{(aq)} + 2\acute{e} = Fe_{(s)}$

$Zn_{(s)} + Fe^{2+}_{(aq)} = Zn^{+}_{aq} + Fe_{(s)}$

تمرين 14 :

نحقق عمودا بواسطة الثنائيتين $Ag^{+}_{aq}/Ag_{(s)}$ ، $Fe^{+3}_{aq}/Fe^{2+}_{(aq)}$

ثابت التوازن المرفق بهذا التفاعل الذي معادلته

$Ag^{+}_{(aq)} + Fe^{+2}_{aq} = Ag_{(s)} + Fe^{+3}_{(aq)}$ قيمته : $K = 3.2$

1 – التراكيز المولية للشوارد في المحلول المائي :

$[Fe^{+3}] = [Fe^{+2}] = [Ag^{+}]$ تساوي $10^{-1} molL^{-1}$

أحسب كسر التفاعل في الحالة الابتدائية.

2 – استنتج جهة التطور التلقائي لهذا التحول عند اشتغال العمود.

3 – حدد قطبية كل مسرى ، علل ذلك انطلاقا من المعادلتين النصفيتين.

4 – نحقق عمودا ثانيا بتغيير الشروط الابتدائية للجملة ؛ حيث تراكيزها الابتدائية كالتالي :

com ، A ، Pt ، Ag ، جسر كهربائي ، Fe^{2+}, Fe^{3+} ، Ag^{+}

حساب كسر التفاعل الابتدائي: $Q_{r,i} = \frac{[Fe^{3+}]}{[Ag^{+}].[Fe^{2+}]} = \frac{10^{-1}}{10^{-1}.10^{-1}} = 10$

2. بما أن $Q_{r,i} > K$ فالتطور التلقائي للعمود يتم في الاتجاه العكسي. إذن فالفضة هي التي ترجع شوارد الحديد الثلاثي وبالتالي فالفضة تحدث لها أكسدة فهي تلعب دور قطب سالب وبالتالي سلك البلاتين يلعب دور قطب موجب والذي يحدث عنده ارجاع.

$Ag_{(s)} = Ag^{+}_{aq} + \acute{e}$ ، $Fe^{+3}_{aq} + \acute{e} = Fe^{+2}_{aq}$

4. حساب $Q_{r,i}$ في هذه الحالة: $Q_{r,i} = \frac{[Fe^{3+}]}{[Ag^{+}].[Fe^{2+}]} = \frac{10^{-2}}{10^{-1}.10^{-1}} = 1$

$Q_{r,i} < K$ في هذه الحالة فالتطور التلقائي للتفاعل يتم في الاتجاه المباشر ، وتتغير تبعا لذلك أقطاب العمود فيصبح القطب الموجب هو صفيحة الفضة والقطب السالب صفيحة البلاتين.

وتصبح المعادلتان النصفيتان : $Ag^{+}_{aq} + \acute{e} = Ag_{(s)}$ ، $Fe^{+2}_{aq} = Fe^{+3}_{aq} + \acute{e}$

تمرين 15 :

يتكون عمود من نصفي عمود موصولين بواسطة جسر ملحي ، نصف العمود الأول من صفيحة من الألمنيوم كتلتها $m_1 = 1g$ مغمورة في $50ml$ من محلول كبريتات الألمنيوم $(2Al^{+3}_{(aq)} + 3SO^{-2}_{4aq})$ تركيزه بشوارد Al^{+3}_{aq} : $5\times10^{-1}molL^{-1}$.

يتكون نصف العمود الثاني من صفيحة من النحاس كتلتها $m_2 = 8.9g$ مغموره في $50ml$ من محلول كبريتات النحاس $(Cu^{+2}_{(aq)} + SO^{-2}_{4(aq)})$ تركيزه $5.0\times10^{-1}molL^{-1}$. نربط (نصل) هذا العمود بمقياس أمبير ومقاومة على التسلسل و معادلة الأكسدة إرجاع لاشتغال هذا العمود هي :

$3Cu^{+2}_{(aq)} + 2Al_{(s)} = 2Al^{+3}_{(aq)} + 3Cu_{(s)}$ ثابت التوازن لهذا التفاعل هو $K = 10^{200}$.

1 – أرسم شكلا لمكونات هذا العمود مع التسمية.

2 – ما دور الجسر الملحي ؟ كيف نحققه ؟

3 - يشير مقياس الأمبير إلى مرور التيار من صفيحة النحاس إلى صفيحة الألمنيوم خارج العمود ، حدد مع التعليل قطبي العمود ، أكمل الشكل لتحديد قطبية العمود.

4 – أكتب المعادلات الحادثة عند كل مسرى ثم معادلة الأكسدة إرجاع للعمود.

5 – أحسب كسر التفاعل الابتدائي لهذا التفاعل الحادث في العمود ، الاستنتاج.

6 – أحسب كميات المادة الابتدائية لمتفاعلات معادلة التفاعل و احسب التقدم الأعظمي.

7 – أحسب كمية الكهرباء العظمى التي يجريها العمود.

الحل

1. رسم شكل توضيحي للعمود:

é ، A ، I ، Al ، - ، Cu ، + ، جسر كهربائي

2. يضمن الجسر الملحي الربط الكهربائي بين نصفي عمود دون امتزاج مكوناتهما ، نحققه بورقة ترشيح مبللة بمحلول مشبع من نترات البوتاسيوم.

3. الصفيحة التي يخرج منها التيار (Cu) تلعب دور قطب موجب ويحدث عندها أكسدة $Cu_{(s)} = Cu^{+2}_{aq} + 2\acute{e}$

القطب السالب: $2\times | Al_{(s)} + 3\acute{e} = Al^{+3}_{(aq)}$

القطب الموجب: $3\times | Cu_{(s)} = Cu^{+2}_{(aq)} + 2\acute{e}$

ع العادلتين النصفيتين: $2Al_{(s)} + 3Cu^{2+}_{(aq)} = 2Al^{+3}_{(aq)} + 3Cu_{(s)}$

ساب كسر التفاعل: $Q_{r,i} = \dfrac{[Al^{3+}]^2}{[Cu^{2+}]^3} = \dfrac{(5.10^{-1})^2}{(5.10^{-1})^3} = 0.10$

$Q_{r,i}$ فالجملة تتطور تلقائيا في الاتجاه المباشر .

ساب كميات المادة الابتدائية والتقدم الأعظمي للتفاعل.

$n_{Al} = \dfrac{m_{Al}}{M_{Al}} = \dfrac{1}{27} = 3.7.10^{-2} mol$, $n_{Cu} = \dfrac{m_{Cu}}{M_{Cu}} = \dfrac{8.9}{63.5} = 1.4.10^{-1}$

$n_{Al} = [Al^{3+}].V = 5.10^{-1} \times 50.10^{-3} = 2.5.10^{-2}$

$n_{Cu^{2+}} = [Cu^{2+}].V = 5.10^{-1} \times 50.10^{-3} = 2.5.10^{-2}$

التقدم الأعظمي: x_{max} من أجل

نجز جدولا لتقدم التفاعل

التطور يتم في الاتجاه المباشر

كيز النحاس يتناقص بينما يزداد

الألمنيوم عند التوازن يكون :

المعادلة		$2Al_{(s)} + 3Cu^{2+}_{(aq)} = 2Al^{+3}_{aq} + 3Cu_{(s)}$			
ح.ح	التقدم	كميات المادة (mol)			
ح ا	0	0	$n=2.5.10^{-2}$	n	0
ح ن	x_{eq}	$2x_{eq}$	$n-3x_{eq}$	$n+2x_{eq}$	$3x_{eq}$

$2.5.10^{-2} - 3x_{eq} = 0 \rightarrow x_{eq} = x_{max} = 2.5.10^{-2}/3 = 0.83.10^{-2}$

ساب كمية الكهرباء العظمى التي تجريها العمود

$q = n(\acute{e}).F$, $n(\acute{e}) = 6x_{max} = 5.10^{-2}$

$q = 5.10^{-2} \times 96500 = 4.825 \times 10^{3}$

:16

مودا بوصل نصفي العمود بالجسر الملحي حيث يتكون نصف العمود الأول من صفيحة
ن مغموره في محلول مائي لنترات الرصاص $Pb^{+2}_{(aq)} + 2NO^{-2}_{(aq)}$ تركيزه $0.1 : mol^{-1}$
نصف العمود الثاني من سلك من الفضة مغمور في محلول مائي لنترات الفضة $5\times10^{-2} molL^{-1}$
ياس الفولط الموصول بين قطبي العمود إلى أن القطب الموجب يتكون من الثنائية $Ag^{+}_{aq} / Ag_{(S)}$ ،
محلول هو $200mL$ ، ثابت التوازن للتفاعل الحادث في العمود $K = 6.8\times10^{28}$.
م شكلا لسكونات العمود وأعط تمثيله الاصطلاحي .
ب معادلة التفاعل عند كل مسرى ثم معادلة الأكسدة إرجاع لهذا العمود .
ب كسر التفاعل في الحالة الابتدائية ثم حدد جهة التطور التلقائي لهذا العمود .
ي العمود تيارا في مقاومة شدته $100mA$ خلال مدة زمنية مدتها 1 ساعة
مية الكهرباء التي تمر في الدارة الخارجية .
ب التراكيز في كأسي البيشر المكونين لنصفي العمود بعد ساعة .
ي كتلة المعدن الناتج و كتلة المعدن المستهلك ؟

$F = 9.65\times10^{4} Cmol^{-1}$, $M(Pb) = 207.2 gmol^{-1}$ ، $M(Ag) = 107.9$

شكل توضيحي للعمود وتمثيله الاصطلاحي:

$(-)Pb_{(s)} | Pb^{2+}_{(aq)} || Ag^{+}_{(aq)} | Ag_{(s)}(+)$

é
A
I
Pb -
Ag +
جسر ملحي
$Pb^{2+} + 2NO_3^-$
$Ag^+ + NO_3^-$

2. كتابة المعادلات الحادثة عند المسريين ثم معادلة الأكسدة الإرجاعية:

عند القطب السلب : $1\times | Pb_{(s)} = Pb^{+2}_{(aq)} + 2\acute{e}$

عند القطب الموجب: $2\times | Ag^{+}_{(aq)} + \acute{e} = Ag_{(s)}$

معادلة الأكسدة الإرجاعية:

$$Pb_{(s)} + 2Ag^{+}_{(aq)} = Pb^{+2}_{(aq)} + 2Ag_{(s)}$$

3. حساب كسر التفاعل وتحديد جهة التطور التلقائي للعمود:

$$Q_{r,i} = \frac{[Pb^{2+}]}{[Ag^{+}]^2} = \frac{(0.1)}{(5.10^{-2})^2} = 40$$

بما أن : $Q_{r,i} < K$ فالجملة تتطور تلقائيا في الاتجاه المباشر.

4. كمية الكهرباء المارة في الدارة: $q = I.\Delta t = 0.1.3600 = 360C$

5. حساب التراكيز في الكأسين بعد 1 ساعة:

نحسب كمية الالكترونات المتبادلة عند المسريين:

$$q = n(\acute{e}).F \rightarrow n(\acute{e}) = q / F = 360 / 96500 = 3.7.10^{-3} mol$$

وهي توافق كمية الفضة المترسبة ويكون عندئذ تركيز الفضة هو :

$$[Ag^{+}]_f = \frac{n_i - n}{V} = [Ag^{+}]_i - \frac{n_{Ag}}{V} = 5.10^{-2} - \frac{3.7.10^{-3}}{0.2} = 3.15.10^{-2} molL^{-1}$$

وتكون كمية الرصاص المتشردة :

$$n(Pb^{2+}) = n(Ag^{+})/2 = 1.85.10^{-3} mol$$

وتركيزها : $[Pb^{2+}]_f = \dfrac{n_{i(Pb)} + n_{Pb^{2+}}}{V} = [Pb^{2+}]_i + \dfrac{n_{Pb^{2+}}}{V} = 0.1 + \dfrac{1.85.10^{-3}}{0.2} = 0.11 molL^{-1}$

6. كتلة المعدن المستهلك وكتلة المعدن الناتج:

كتلة المعدن الناتج: $m_{Ag} = n_{Ag} \times M_{Ag} = 3.7.10^{-3} \times 107.9 = 0.40g$

كتلة المعدن المستهلك: $m_{Pb} = n_{Pb} \times M_{Pb} = 1.85.10^{-3} \times 207.2 = 0.38g$

تمرين17: QCM

اختر الإجابة أو الإجابات الصحيحة

ليكن العمود الممثل بـــ : $(-)Ni_{(s)} | Ni^{2+}_{(aq)} || Ag^{+}_{(aq)} | Ag_{(s)}(+)$

ثابت التوازن المرفق بالتفاعل الذي معادلته: $Ni^{+2}_{aq} + 2Ag_{(s)} = 2Ag^{+}_{aq} + Ni_{(s)}$ هو $K = 1.2\times10^{-36}$

التركيزان الابتدائيان هما: $[Ag^{+}] = 5.0\times10^{-2} molL^{-1}$ ، $[Ni^{+2}] = 10^{-2} molL^{-1}$ حجم كل محلول هو $100 mL$.

1/ كسر التفاعل الابتدائي هو : $a) Q_{ri} = 0.25$ ، $b) Q_{ri} = 4$ ، $c) Q_{ri} = 1$ ، $d) Q_{ri} = 2$

$a)\left[Ni^{2+}\right]=0.035molL^{-1}$, $\left[Ag^{+}\right]=0molL^{-1}$

$b)\left[Ni^{+2}\right]=0molL^{-1}$, $\left[Ag^{+}\right]=0.015molL^{-1}$

$c)\left[Ni^{+2}\right]=\left[Ag^{+}\right]=0molL^{-1}$

4- كمية الكهرباء العظمى التي تمر في الدارة الخارجية $c)2\times10^{3}c$, $b)1\times10^{-3}$, $a)5\times10^{-2}c$

5- نريد (نتمنى) إعادة تشغيل العمود المستهلك : a - غير ممكن b - يجب إضافة شوارد النيكل Ni^{+2} في نصف العمود $Ni^{2+}_{aq}/Ni_{(s)}$.

c - يجب إضافة شوارد Ag^{+} في نصف العمود $Ag^{+}_{aq}/Ag_{(s)}$. المعطيات : $F=1.10^{5}cmol^{-1}$.

الحل

1. كسر التفاعل الابتدائي : $a)Q_{ri}=0.25$ لأن:

$$Q_{r,i}=\frac{\left[Ag^{+}\right]^{2}}{\left[Ni^{2+}\right]}=\frac{(5.10^{-2})^{2}}{10^{-2}}=0.25$$

2. بمقارنة $Q_{r,i}$ بـ K فإن $Q_{r,i}>K$.ومنه فالجملة تتطور تلقائيا في الاتجاه العكسي من اليمين إلى اليسار .

3. $b)\left[Ni^{+2}\right]=0molL^{-1}$, $\left[Ag^{+}\right]=0.015molL^{-1}$ لأن:

$$n(Ni^{2+})=CV=10^{-2}\times0.1=1\times10^{-3}\ mol$$

و $n(Ag^{+})=CV=5\times10^{-2}\times0.1=5\times10^{-3}\ mol$

يتفاعل $1\times10^{-3}\ mol$ من شوارد النيكل مع $2\times10^{-3}\ mol$ من الفضة ويبقى $3\times10^{-3}\ mol$

بينما يتفاعل كليا النيكل ومنه : $\left[Ag^{+}\right]=\frac{3.10^{-3}}{0.2}=15\times10^{-3}\ molL^{-1}$ ، $\left[Ni^{2+}\right]=0$

4. $c)2\times10^{3}c$ .5 b - يجب إضافة شوارد النيكل Ni^{+2} في نصف العمود $Ni^{2+}_{aq}/Ni_{(s)}$

تفاعل الأسترة والإماهة

1 ـ تفاعل الأسترة: الأستر هو ناتج تفاعل كحول وحمض كربوكسيلي ويتمذج بالمعادلة:

$$R\text{-}C(=O)\text{-}OH + R'\text{-}OH = R\text{-}C(=O)\text{-}OR' + H_2O$$

مثال: $CH_3\text{-}C(=O)\text{-}OH + C_2H_5\text{-}OH = CH_3\text{-}C(=O)\text{-}O\text{-}C_2H_5 + H_2O$

حمض إيثانويك   إيثانول   إيثانوات الإيثيل   ماء

إن المتابعة الزمنية لأسترة 1 مول من حمض الإيثانويك و 1مول من الإيثانول يعطي البيان التالي:

كمية الأستر المتشكل
$n_{ester}(mol)$
1
0.67
t

إن التحول المرفق بتفاعل الأسترة بطيء ومحدود.

1.2 تسمية الأستر

الصيغة العامة للأستر $R\text{-}C(=O)\text{-}OR'$

تتميز باحتوائها على المجموعة الوظيفية $\text{-}C(=O)\text{-}O\text{-}$

يحتوي على سلسلتين كربونيتين **R . R'**

يتكون اسم الأستر من جزئين:

ـ الجزء الأول يتكون من السلسلة الكربونية التي تحمل المجموعة الوظيفية واسمها مشتق من الحمض الموافق بإبدال **اللاحقة (ويك) باللاحقة (وات)**

ـ الجزء الثاني يشير إلى السلسلة الكربونية المرتبطة بالمجموعة الوظيفية بواسطة ذرة الأكسجين والمسماة **بالجذر الألكيلي** وفي حالة التفرع ترقم أطول سلسلة بدءا من الكربون المتصل بالوظيفة.

امثلة:

الصيغة	الاسم	الصيغة	الاسم
$CH_3\text{-}COOC_2H_5$	إيثانوات إثيل	$H\text{-}COOCH_3$	ميثانوات مثيل
$CH_3\text{-}CH(CH_3)\text{-}COOC_2H_5$	2 ـ مثيل بروبانوات اثيل	$CH_3COO\text{-}CH(CH_3)\text{-}CH_3$	إيثانوات 1ـ مثيل إيثيل

2 ـ تفاعل الإماهة

إن تفاعل إماهة الأستر هو التفاعل العكسي لتفاعل الأسترة ويتمذج بالمعدلة:

$$R\text{-}C(=O)\text{-}OR' + H_2O = R\text{-}C(=O)\text{-}OH + R'\text{-}OH$$

مثال: $CH_3\text{-}C(=O)\text{-}OC_2H_5 + H_2O = CH_3\text{-}C(=O)\text{-}OH + C_2H_5\text{-}OH$

إيثانوات الإيثيل   ماء   حمض إيثانويك   إيثانول

إن المتابعة الزمنية لإماهة 1 مول من الأستر مع 1 مول من الماء تعطي البيان التالي الذي يمثل كمية الأستر المتبقي بدلالة الزمن.

كمية الأستر المتبقي
$n_{ester}(mol)$
1
0.67
t

إن التحول المرفق بتفاعل الإماهة **بطيء ومحدود.**

3 ـ حالة التوازن

إن تفاعلي الأسترة وإماهة إستر هما تفاعلين أحدهما عكس الآخر يتمان معا ويتطوران حتى تصبح سرعتاهما متساويتان وعندئذ تبلغ الجملة حالة التوازن

ميكي على المستوى المجهري) فالمزيج المتساوي المولات من الحمض والكحول

الأستر والماء يتطور إلى نفس حالة التوازن.

يز التوازن الكيميائي بثابت التوازن K

$$Q_{r,eq} = K = \frac{[Ester]_{eq}\,[eau]_{eq}}{[Acide]_{eq}\,[Alcool]_{eq}}$$

ء ليس مذيبا بل أحد نواتج التفاعل لذلك يدخل

عبارة K ويمكن كتابة ثابت التوازن بالشكل:

$$Q_{r,eq} = K = \frac{n(Ester)/v.n(eau)/v}{v(Acide)/v.n(Alcool)/v}$$

ل:

يج متساوي المولات من حمض إيثانويك

ثانول (n_0 مول لكل منهما) عند التوازن

n(ester)=n(eau)=(2 n_0/3) m

n(acide)=n(alcool)=(n_0/3) m

$$K = \frac{(2n_0/3).(2n_0/3)}{(n_0/3).(n_0/3)}$$

وبالنسبة لتفاعل الإماهة $K' = 1/K = 0.25$

إذا كان $Q_r < K$ فالجملة تتطور في الاتجاه المباشر (جهة تشكل الأستر)

إذا كان $Q_r > K$ فالجملة تتطور في الاتجاه العكسي (جهة الإماهة)

- مراقبة تفاعل كيميائي:

عى الكيميائيون لبلوغ الحالة النهائية للتحول الذي تحققه بأسرع ما يمكن والحصول على أكبر

دود، بجعل نسبة التقدم النهائي قريبة من 1 (تام) ولقد رأينا أن تفاعلي الأسترة والإماهة بطيئين

حدوديين. والمشكلة المطروحة هل بإمكان الكيميائي زيادة سرعة التفاعلين وتحسين مردودهما ؟

-1 مراقبة سرعة التفاعل:

ثأثير درجة الحرارة: إن ارتفاع درجة الحرارة يزيد من سرعتي تفاعل الأسترة والإماهة

بلوغ حالة التوازن في مدة أقل.

لاحظة: يجب أن تكون درجة الحرارة غير مرتفعة بشكل كبير حتى لاتتخرب المتفاعلات.

حالة توازن تفاعل أسترة إماهة مستقلة عن درجة الحرارة

تأثير الوسيط: تسمح إضافة وسيط مناسب من زيادة سرعتي تفاعلي الأسترة والإماهة لكنه

يغير من حالة توازن الجملة ولا يظهر في معادلة التفاعل.

موارد $H_3O^+_{(aq)}$ الآتية من إضافة قطرات من حمض الكبريت المركز إلى تفاعلي الأسترة

والإماهة تسرع التفاعلين.

متابعة الزمنية لتطور تفاعلي الأسترة(a) والإماهة (b) لمزيج متساوي المولات

a/ تعريف مردود تحول كيميائي: يعرف مردود تحول كيميائي (بالنسبة) بين كمية المادة n_{exp} للناتج المتحصل عليه تجريبيا وكمية الناتج n_{th} الذي يتم الحصول عليه لو كان التحول تاما:

$$r(\%) = \frac{n_{exp}}{n_{th}} \times 100 \quad \text{أو} \quad r = \frac{n_{exp}}{n_{th}}$$

b/ تحسين مردود الأسترة

يتم تحسين مردود الأسترة بـ: 1. استعمال أحد المتفاعلات بزيادة.

2. نزع أحد نواتج التفاعل أثناء تشكله.

فالجملة إذا كانت في حالة توازن فإن:

$$Q_{r,eq} = K = \frac{[Ester]_{eq}\,[eau]_{eq}}{[Acide]_{eq}\,[Alcool]_{eq}}$$

* إن زيادة أحد المتفاعلات في تفاعل الأسترة (كحول أو حمض) يؤدي إلى زيادة مقام Q_r فتصبح أقل من K والجملة لاتكون في حالة توازن عندئذ وبالتالي ستتطور، وبتطبيق معيار التطور التلقائي $Q_r < K$ فالجملة تتطور في الاتجاه المباشر أي جهة تكون الأستر والماء.

* إن نزع الماء من وسط التفاعل يؤدي إلى نقصان بسط Q_r فيصبح $Q_r < K$ والجملة لاتكون في حالة توازن وبالتالي تتطور مرة أخرى في الاتجاه المباشر وذلك بتطبيق معيار التطور التلقائي.

ملاحظة: يكون المردود أقل من τ ، ويساويه فقط في الحالة النهائية (حالة التوازن) $\tau = x_f / x_m$

* تتوقف نسبة التقدم النهائي على صنف الكحول.

بالنسبة للأسترة:	67% إذا كان الكحول أوليا 60% إذا كان الكحول ثانويا 5% إذا كان الكحول ثالثيا	**بالنسبة للإماهة:**	33% إذا كان الكحول أوليا 40% إذا كان الكحول ثانويا 95% إذا كان الكحول ثالثيا

* يمكن زيادة مردود الأسترة بنزع الماء أثناء تفاعل الأسترة.

* تزداد نسبة التقدم النهائي وبالتالي المردود إذا أضيف أحد المتفاعلات بالزيادة في تفاعل الأسترة أو الإماهة.

تطبيق

نحضر 8 أنابيب اختبار كل منها يحتوي $V_e = 10.0mL$ من الماء النقي ونضيف $6.10^{-3} mol$ إلى كل منها من ميثانوات إيثيل ثم نضع الأنابيب في حمام مائي درجة حرارته 40^0C بعد غلقها جيدا. نخرج كل $10min$ أحد الأنابيب ونضعه في حمام جليدي ثم نعاير الحمض المتشكل فيه بمحلول الصود تركيزه $C_B = 0.5 mol/L$ بوجود الفينول فتالين ونسجل حجم التكافؤ لكل معايرة في الجدول التالي:

t(mn)	0	10	20	30	40	50	60	90	120
V_{BE}	0	2.1	3.7	5	6.1	7.0	7.7	8.9	9.4

1/ ما هو اسم التفاعل الكيميائي الحادث في أنابيب الاختبار وماهي مميزات التحول المرفق؟

2/ a/ أكتب معادلة التفاعل الكيميائي الحادث.

b/ أكتب معادلة تفاعل المعايرة.

3/ a/ حدد كميات الحمض n_a المتشكل في اللحظة t بدلالة V_{BE} بالاستعانة بجدول التقدم ثم كمية الأستر المتبقي في كل أنبوب في اللحظة t بدلالة V_{BE}.

b/ استنتج قيمة التقدم (x للتفاعل المدروس في كل لحظة t.

4/ a/ ارسم بيان تطور $x = n_a$ بدلالة الزمن $x = f(t)$ وكذلك كمية الأستر المتبقي بدلالة t $n_{ester} = g(t)$

b/ أحسب المردود التفاعل وكيف تعلل ارتفاعه؟ $\rho_{eau} = 1kg/L, M(H_2O) = 18g/mol$

تمرين3

1/ أعط أسماء صيغ الأسترات التالية:

(1) $HCO_2{-}CH_3$ (2) $CH_3{-}C(=O){-}O{-}C_2H_5$ (3) $CH_3{-}C(=O){-}OCH_3$ (4) $CH_3{-}CH_2{-}CH_2{-}C(=O){-}O{-}CH(CH_3){-}CH_2{-}CH_3$ (5) $CH_3{-}CH_2{-}C(=O){-}O{-}CH(CH_3){-}CH_3$

2/ أكتب الصيغ النصف مفصلة للحمض الكربوكسيلي والكحول اللازم لتحضير هذه الأسترات

الحل

اسم الاستر	الحمض الموافق	الكحول الموافق
(1) ميثانوات المثيل	حمض ميثانويك HCO_2H	ميثانول CH_3OH
(2) إيثانوات الإثيل	حمض إيثانويك CH_3CO_2H	إيثانول CH_3CH_2OH
(3) إيثانوات المثيل	حمض إيثانويك CH_3CO_2H	ميثانول CH_3OH
(4) بوتانوات 1- مثيل بروبيل	حمض بوتانويك $CH_3(CH_2)_2CO_2H$	بيوتان2- أول $CH_3CH_2CHOHCH_3$
(5) بروبانوات 1- مثيل إثيل	حمض بروبانويك $CH_3CH_2CO_2H$	بروبان2- أول $CH_3CHOHCH_3$

تمرين4

أكتب الصيغ نصف مفصلة للأسترين $C_4H_8O_2$ ، $C_5H_{10}O_2$

الحل: $C_4H_8O_2$ له 4 صيغ ، $C_5H_{10}O_2$ له 9 صيغ

تمرين5

أكتب الصيغ النصف مفصلة لأسماء الأسترات التالية: a/ ميثانوات البروبيل، b/ بيوتانوات المثيل ، c/ ميثانوات 1،1 ثنائي مثيل إيثيل، d/ 2 مثيل بيوتانوات 1 مثيل إثيل، e/ إيثانوات مثيل بروبيل.

الحل

$a)HCO_2CH_2CH_2CH_3$, $b)CH_3(CH_2)_2CO_2CH_3$, $c)HCO_2C(CH_3)_3$

$d)CH_3CH_2CH(CH_3)CO_2CH(CH_3)_2$, $e)CH_3CO_2CH_2CH(CH_3)_2$

تمرين6

أكمل المعادلات التالية: $a)CH_3-CH_2-OH+A=CH_3-CH_2-CO_2C_2H_5+H_2O$

$b/CH_3{-}C(=O){-}OC(CH_3)_2{-}CH_2{-}CH_3 + B = CH_3{-}COOH + C$ $c/HCOOH+D=H_2O+H{-}C(=O){-}OCH(CH_3){-}CH_2{-}CH_3$

الحل

$a)A \to CH_3CH_2CO_2H$, $b)B \to H_2O$, $C \to CH_3C(CH_3)_2OHCH_2CH_3$

$c)D \to CH_3CHOHCH_2CH_3$

تمرين 7

نحقق أسترة الإيثانول بحمض الميثانويك بوجود وسيط ، الإيثانول هو المتفاعل المحد.

1/ أكتب معادلة التفاعل.

2/ ما هي من بين الطرق التالية التي تسمح بتحسين المردود عند التوازن؟

a- زيادة كمية الوسيط - b نزع الماء المتشكل c- رفع درجة الحرارة d- إضافة حمض الإيثانويك بزيادة e- إضافة ميثانوات الإيثيل إلى المزيج في البداية.

الحل : 1/ كتابة معادلة التفاعل: $HCOOH+C_2H_5OH=HCOOC_2H_5+H_2O$ 2/ b-

أكتب عبارة كسر التفاعل Q_r لتفاعل الأسترة.

احسب Q_r في الحالات التالية وقارنه مع ثابت التوازن (K=4) واستنتج جهة تطور التفاعل.

حالة 1: $n_{(ester)} = 0.5mol, n_{(eau)} = 0.5mol, n_{(acid)} = 0.25mol, n_{(alcool)} = 0.5mol$

حالة 2: $n_{(acid)}=2.0mol. n_{(alc)}0.5mol$ ، $n_{(ester)}=0.25mol, n_{(eau)}=0.50mol,$

حالة 3: $n_{(acid)}=0.05mol. n_{(alc)}=0.25mol$ $n_{(ester)}=0.25mol, n_{(eau)}=0.25mol,$

الحل:

عبارة كسر التفاعل لتفاعل الأسترة : معادلة التفاعل: $RCO_2H+R'\text{-}OH = RCO_2R' + H_2O$

عبارة كسر التفاعل لتفاعل الأسترة : $Q_r = \frac{[RCO_2R'].[H_2O]}{[RCO_2H].[R'-OH]} = \frac{n_{ester}.n_{eau}}{n_{acid}n_{alc}}$

حساب Q_r في كل حالة مع تعيين جهة التطور التلقائي للجملة:

$Q_{r1} = \frac{0.5\times0.5}{0.25\times0.5} = 2.5 \to Q_{r1} < K$ $Q_{r2} = \frac{0.25\times0.50}{2\times0.5} = 0.125 \to Q_{r2} < K$

التفاعلان يتطوران في الاتجاه المباشر (جهة الأسترة)

$Q_{r3} = \frac{0.25\times0.25}{0.05\times0.25} = 5 \to Q_{r3} >$ K فالتفاعل يتطور في الاتجاه العكسي (جهة الإماهة)

تمرين9

... بكل بيان الإجابة الموافقة والملخصة في ... التجارب التالية والمحققة عند 70^0C مع التعليل:

$A/n_0(CH_3CH_2CH_2OH) =$
$n_0(CH_3COOH) = 2mol + 1mL(H_2SO_4)$

$B/n_0(CH_3CH_2CH_2OH) = 1mol$
$n_0(CH_3COOH) = 2mol + 1mL(H_2SO_4)$

$C/n_0(CH_3CH_2CH_2OH) = 2mol$
$n_0(CH_3COOH) = 1mol + 1mL(H_2SO_4)$

$D/n_0(CH_3CHOH-CH_3) = 2mol$
$n_0(CH_3COOH) = 2mol$

... نذكر بأن مردود الأسترة في حالة الكحول الأولي 67% والثانوي 60% والثالثي 5% ... إذا كان المزيج ستوكيومتريا.

الحل:

- توافق المنحنى 3 : لأن $r = n_{exp}/n_{th} \to n_{exp} = 0.67\times2 = 1.34mol$.

كمية الحمض المتبقي هي: $n_{acid} = 2 - 0.134 = 0.66mol$.

لأن كمية الحمض المتفاعل تساوي كمية الأستر المتشكل.

- توافق المنحنى 2 : بالاستعانة بجدول التقدم

المعادلة	CH_3COOH	$+CH_3CH_2CH_2\text{-}OH$	$= CH_3COOCH_2CH_2CH_3$	$+H_2O$
ح.إ	2mol	1mol	0	0
ح.ن	$2\text{-}x_{eq}$	$1\text{-}x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}

$(2-x_{eq})(1-x_{eq})$

ومنه: $x_{eq}=0.84mol$ وكمية الحمض الباقي: $n_{acid}=2-0.84=0.16mol$

C- توافق المنحنى4 : لأن كمية الحمض الابتدائية 1مول وبنفس الطريقة السابقة نجد: $x_{eq}=0.84mol$

D- توافق المنحنى1 : لأن المزيج ستيوكيومتري والكحول المستعمل ثانوي والتجربة تمت دون وسيط فهي في حالة تطور لم تبلغ بعد حالة التوازن.

تمرين10

اختر الإجابة أو الإجابات الصحيحة

1/ نحقق أسترة $n_{i(acid)}$=100mmol من حمض الإيثانويك مع $n_{i(alcool)}$=200mmol بوجود $H^+_{(aq)}$ فنحصل عند التوازن على $n_{f(ester)}$=84mmol مردود التفاعل هو :

$$a/r=\frac{n_{f(ester)}}{n_{i(alcool)}},\ ,b/r=\frac{n_{i(acid)}}{n_{i(ester)}},\ ,c/r=84\%,.d/16\%$$

2/نحقق إماهة كمية من إستر $n_{i(ester)}$=100mmol مع كمية من من الماء $n_{i(eau)}$=1.0mol بوجود $H^+_{(aq)}$ فيتبقى عند التوازن $n_{r(ester)}$=25mmol، مردود التفاعل هو :

$$a/r=\frac{n_{f(ester)}}{n_{i(ester)}},\ ,b/r=\frac{n_{f(acid)}}{n_{i(ester)}},\ ,c/r=\frac{n_{f(alcoo)}}{n_{i(ester)}},\ ,d/r>33\%$$

الحل:

1/نحسب المردود بالنسبة للمتفاعل الموجود بالنقصان

$$c/r=84\%\ ،\ a/r=\frac{n_{f(ester)}}{n_{i(acid)}}=\frac{84}{100}\times100=84$$

تمرين11

ندرس توازن أسترة مزيج يتكون من حمض الإيثانويك والإيثانول بتغيير الشروط التجريبية:

التجربة	$n_{0(acid)}$	$n_{0(alco)}$	t(°C)	الوسيط
A	1.0	1.0	30	لا
B	1.0	1.0	30	نعم
C	1.0	1.0	50	نعم
D	1.0	2.0	60	نعم
E	2.0	2.0	80	نعم

1/ ما تأثير درجة الحرارة على :

a- نسبة التقدم النهائي؟

b- المدة اللازمة لبلوغ حالة التوازن ؟

2/ نفس السؤال بالنسبة لتأثير الوسيط؟

3/ ما قيمة المردود عند التوازن إذا كان المزيج ستيوكيومتريا ؟

4/ إذا كان $n_{0(alcoo)}=2n_{0(acid)}$ والمردود هو 84% . أرسم المنحنيين الممثلين لـ: $n(ester)=f(t)$ و $n(acid)=g(t)$ من بين التجارب من A إلى E .

الحل

1/ a- تأثير درجة الحرارة: لاتؤثر على نسبة التقدم النهائي.

b- إرتفاع درجة الحرارة يقلل من المدة اللازمة لبلوغ حالة التوازن.

2/ a- لا يؤثر الوسيط على نسبة التقدم النهائي

b- إضافة الوسيط تقلل من المدة الزمنية اللازمة لبلوغ حالة التوازن.

3/ تكون قيمة المردود عند التوازن إذا كان المزيج ستيوكيومتري هو : r = 67%

4/ التجربةD هي التي توافق $n_{0(alcoo)}=2n_{0(acid)}$

الوسيط المتفاعل المحد الحمض:

مية الأستر المتشكل

$n_{ester}=r.n_{m}=0.84\times1=0.84mo$

مية الأستر المتشكل= كمية الحمض المتفاعل

تكون كمية الحمض المتبقي:

$n_{acid}=n_{i(acid)}-n_{ester}=1-0.84=0.16mol$

مرين12

رر طالبان إعادة إجراء التجارب التي حققها العالمان الكيميائيان مارسلان برتلو وليون بيان وسان جيل والخاصة بتفاعل الأسترة انطلاقا من حمض الإيثانويك والإيثانول.

اما بتحضير 10 أنابيب متماثلة ووضعا في كل منها 0.1mol من كل من المتفاعلين ثم أغلقت الأنابيب إحكام ووضعت في حمام مائي درجة حرارته 100°C في لحظة أخذت كلحظة ابتدائية (t=0).

ي لحظة t معطاة أخرجا أنبوبة من الحمام المائي وتم تبريدها بسرعة ثم قاما بمعايرة الحمض متبقي بمحلول الصود تركيزه 1mol/L بوجود الفينول فتالين والجدول التالي يعطي نتائج معايرة لأنابيب العشرة

t(h)	0	4	10	20	40	100	150	200	250	300
n_a(mmol)	100	75	64	52	44	36	35	34	33	33

/ أكتب معادلة التفاعل المرفقة بالتحول الحادث في كل أنبوبة واذكر اسم الأستر الناتج؟

/ لماذا نبرد بسرعة الأنابيب قبل كل معايرة؟

/ بالاستعانة بجدول وصفي لتطور التحول في كل أنبوب حدد التقدم الأعظمي x_{max} .

/ أحسب التقدم النهائي في كل أنبوبة.

/ عرف نسبة التقدم النهائي τ واحسبه من أجل كل أنبوبة.

6/أرسم المنحنى الذي يمثل تغيرات τ للأسترة بدلالة الزمن t . السلم : $t:1cm\rightarrow40h$ ، $\tau:1cm\rightarrow0.2$

/ استنتج من البيان خاصيتين للتحول المدروس.

8/ أرسم على نفس الشكل المنحنى الموافق لنفس التجربة إذا أجريت في درجة حرارة أقل.

لحل

/كتابة معادلة التفاعل: $CH_3COOH+C_2H_5OH=CH_3COOC_2H_5+H_2O$

لأستر الناتج: إيثانوات الإيثيل.

2/ نبرد الأنبوب قبل كل معايرة لإيقاف التفاعل.

3/ جدول التقدم:

المعادلة		$CH_3COOH+C_2H_5OH=CH_3COOC_2H_5+H_2O$			
ح.ج	التقدم	كميات المادة (بالمول)			
ح.إ	x=0	0.1	0.1	0	0
ح.ت	x_{eq}	$0.1-x_{eq}$	$0.1-x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}

$0.1-x_{max}=0\rightarrow$

$x_{max}=0.1mol$

هي قيمة التقدم الأ

4/ حساب التقدم النهائي x_f ، في كل انبوبة: $n_{acid}=n_{i(acid)}-x_{eq}\rightarrow x_{eq}=0.1-n_{restant(acid)}$

$x_{eq}=100mmol-n_{r(acid)}$

t(h)	0	4	10	20	40	100	150	200	250	300
x_{eq}(mmol)	0	25	36	48	56	64	65	66	67	67

5/نسبة التقدم النهائي:

$t(h)$	0	4	10	20	40	100	150	200	250	300
τ	0	0.25	0.36	0.48	0.56	0.64	0.65	0.66	0.67	0.67

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{x_{eq}}{x_{max}}$$

6/ رسم البيان $\tau = f(t)$

7/من البيان نستنتج أن تفاعل الأسترة بطيء ومحدود : $300h \rightarrow \tau = 0.67$

8/في درجةحرارة أقل يصل التفاعل إلى حالة التوازن في مدة أطول.

تمرين13

نفاعل $2mol$ من ميثانوات الإيثيل مع $2mol$ من الماء بوجود $0.5mL$ من حمض الكبريت المركز

1/ إن تحليل تركيب المزيج بمرور الزمن سمح برسم البيانات $n(ester) = n_E = f(t)$ حدد من بين البيانات المقترحة في الشكل البيان الموافق للتجربة .

2/ لرسم في نفس الشكل المنحنى الذي يعطي كمية الكحول الناتج بدلالة الزمن $n_A = g(t)$

3/ نعيد نفس التجربة بالستعمال ميثانوات الإيثيل هل يتغير شكل المنحنيين $n_A = g(t)$ و $n_E = f(t)$ ؟

الحل

1/ المنحنى الموافق هو (1) عند التوازن تكون كمية الأستر المميه= 3/1 كمية الأستر الابتدائية (2مول) وتكون كمية الأستر المتبقي: 2-0.66 =1.33 mol

2/ كمية الأستر المميه = كمية الكحول المتشكل = كمية الحمض المتشكل

ومنه عند التوازن: $n_A = 0.67$ mol

3/ إن استبدال ميثانوات الإيثيل بإيثانوات الإيثيل لايغير من شكل النحنيات لأن صنف الكحول لم يتغير.

تمرين 13

من أجل اصطناع إيثانوات 3- مثيل بيوتيل نفاعل $0.20mol$ من الحمض A كتلته الحجمية $\rho_A = 1.044g/mL$ مع $0.20mol$ من كحول B كتلته الحجمية $\rho_B = 0.809g/mL$.

عندما ينتهي التفاعل نعاير الحمض المتبقي بمحلول الصود تركيزه $C = 2.0mol/L$ فكان الحجم المسكوب عند التكافؤ $V_{E_1} = 33.5mL$.

نعيد التجربة باستعمال $0.20mol$ من الحمض A و $1.0mol$ من الكحول B فكان حجم الصود المسكوب عند التكافؤ $V_{E_2} = 5mL$.

1/ أعط صيغة الأستر واستنتج صيغة واسم كل من الحمض والكحول.

2/ حدد في الحالتين حجم الحمض والكحول المستعملين ، بأية أدوات زجاجية تم قياسها؟

3/ أكتب معادلة تفاعل المعايرة واستنتج كمية الحمض المتبقي في نهاية كل تجربة.

4/عرف مردود هذا الاصطناع واحسبه في التجربتين . الاستنتاج.

5/ علل باستعمال معيار التطور التلقائي النتائج الملاحظة

الحل:

1/ صيغة الأستر: $CH_3-C(=O)-O-CH_2-CH_2-CH(CH_3)-CH_3$

صيغة واسم الحمض: CH_3COOH حمض إيثانويك

صيغة واسم الكحول: 3- مثيل بيوتان-1أول $CH_3(CH)CH_3CH_2CH_2OH$

2/ حجما الحمض والكحول في الحالتين: لدينا: $n_{acid} = m_{acid}/M_{acid}$ و $m_{acid} = \rho_{acid}V_{acid}$ ومنه: $m_{acid} = n_{acid}M_{acid} = \rho_{acid}V_{acid} \rightarrow V_{acid} = \frac{n_{acid}M_{acid}}{\rho_{acid}}$

$$V_{acid2} = 11.5mL, V_{alco2} = \frac{1\times 88}{0.809} = 109mL, V_{acid1} = 11.5mL, V_{alco1} = \frac{0.20\times 88}{0.809} = 21.75mL$$

(V_{acid1}) ، (V_{alco1}) ، (V_{alco1}) مقاسة بالستعمال ماصة مدرجة ، (V_{alco2}) مقاس باستعمال مخبار مدرج.

3 / كتابة معادلة تفاعل المعايرة واستنتاج كمية الحمض المتبقى في كل تجربة:

$$CH_3COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

ـ كمية الحمض المتبقي في التجربة1: $n_A(E_1) = CV_{E1} = 2\times 33.5\times 10^{-3} = 0.067mol$

ـ كمية الحمض المتبقي في التجربة2: $n_A(E_2) = CV_{E2} = 2\times 5\times 10^{-3} = 10^{-2}mol$

4/ المردود: هو النسبة بين كمية الأستر الناتج n_{exp} على كمية الأستر النظرية n_{th} أي لو كان التفاعل تاما : $r = n_{exp}/n_{th}$

$n_{exp} = n_{ester} = n(A)_i - n(A)_{E1}$ حيث $n(A)_{E1}$ كمية الحمض المتبقي ومنه:

$$r_1 = \frac{n(A)_i - n(A)_{E1}}{n(A)_i} = \frac{0.2 - 0.067}{0.2} = 0.67$$

$HO-CH_2-CH_2-CH(CH_3)-CH_3$

$$r_2 = \frac{0.2 - 0.01}{0.2} = 0.95$$

في التجربة الثانية الكحول متواجد بزيادة وهذا يزيد من مردود التفاعل.

5/ $Q_{r,i}$ معدوم بالنسبة للتفاعلين ، K=4 كحول أولي ـ فالجملة تتطور في الحالتين في الاتجاه المباشر (جهة تكون الأستر).

تمرين 14 QCM

ان إيثانوات 3 ـ مثيل بيوتيل هو مركب له رائحة الموز صيغته نصف مفصلة : $CH_3-C(=O)-O-CH_2-CH_2-CH(CH_3)-CH_3$

اختر الإجابة أو الإجابات الصحيحة من بين الاقتراحات التالية :

1/ المجموعة المميزة لإيثانوات 3 ـ مثيل بيوتيل هي:

a- مجموعة هيدروكسيل، b- مجموعة كربونيل c- مجموعة الأستر.

2/ الحمض والكحول الموافقان للأستر هما :

a- CH_3COOH و $CH_3-CH(CH_3)-CH_2-CH_2-OH$ ، b- CH_3COOH و $CH_3CH_2-CH(CH_3)-CH_2-OH$

3/ نحقق إماهة الأستر السابق في الدرجة 75^0C خلال 45min دون نزع أي ناتج ونعتبر أن الإماهة قد انتهت بعد إيقاف التسخين، هذا التحول:

a- تام   b- سريع وغير محتاج لاستعمال وسيط c- يؤدي إلى تشكل حمض وكحول ثانوي.

4/ نحقق التجربة بالتسخين عند 90^0C، فالتقدم عندالتوازن:a‫ـ‬ قيمته أكبر b‫ـ‬ له نفس القيمة c‫ـ‬ يتوقف على استعمال الوسيط.

5/ لتحضير إيثانوات 3 ـ مثيل بيوتيل نضغ في حوجلة 6.0g من حمض الإيثانويك و 8.8g من الكحول ونضيف 2mL من حمض الكبريت وبعض الأحجار الاسفنجية ، نسخن لمدة ساعة دون نزع أي ناتج أو إضافة متفاعل، ونوقف التسخين عند التوازن. المتفاعل المجود بزيادة هو :

a- كحول b‫ـ‬ حمض الكبريت c‫ـ‬ المتفاعلان موجودان بنسب ستوكيومترية

الحل

1/ c- مجموعة الأستر، 2/ a- 3/ b- 4/ b- نفس القيمة

5/ مزيج ستوكيومتري $n_a = m/M = 0.1\ mol$ ، $n_{alcool} = m/M = 8.8/88 = 0.1\ mol$

تمرين15

نريد دراسة تفاعل حمض البروبانويك والكحول بيوتان-1 أول. يبين الجدول التالي بعض خواص المتفاعلين والناتجين.

	الصيغة المجملة	ρ kg/m^3	M g/mol	θ الغليان
حمض	$C_3H_6O_2$	10^3	74	141
كحول	$C_4H_{10}O$	810	74	117
أستر				146
ماء				100

نضع في دورق 0.20mol من حمض البروبانويك النقي و 0.20mol من البيوتان 1-أول النقي.

1/ كيف نسمي التفاعل الحادث بين المتفاعلين؟ أكتب معادلة التفاعل .

2/ أعط الصيغ نصف مفصلة وأسماء النوتج.

3/ أنجز جدولا وصفيا لتطور تقدم التفاعل واستنتج عبارة كسر التفاعل Q_r بدلالة التقدم x في اللحظة t .

4/ أحسب التقدم x_{eq} عند التوازن على أن ثابث التوازن $K=4$.

5/ استنتج نسبة التقدم النهائي للتفاعل τ.

6/ طلب من مجموع التلاميذ إعطاء اقتراحات لزيادة نسبة التقدم فكانت الاقتراحات التالية :

a- نسخن وسط التفاعل لمدة 5 min

b- نضيف وسيطا : حمض الكبريت المركز.

c- ننزع الماء بالتقطير خلال التفاعل. ما هو الاقتراح الصحيح من بين هذه الاقتراحات؟

الحل:

1/ هذا التفاعل هو تفاعل أسترة معادلته:

$$CH_3CH_2CO_2H + CH_3CH_2CH_2CH_2OH = CH_3CH_2CO_2CH_2(CH_2)_2CH_3 + H_2O$$

أسماء النواتج: الماء H_2O وإيثانوات البيوتيل $CH_3CH_2COO(CH_2)_3CH_3$

جدول التقدم وعبارة Q_r

المعادلة		$CH_3\text{-}CH_2COOH+CH_3(CH_2)_3OH=CH_3CH_2COO(CH_2)_3CH_3+H_2O$			
حالة الجملة	التقدم	كميـــات المـــادة (بالمول)			
الحالة الابتدائية	X=0	0.20	0.20	0	0
أثناء التحول	x	0.20 - x	0.20 - x	x	x
الحالة النهائية	x_{eq}	0.20 - x_{eq}	0.20 - x_{eq}	x_{eq}	x_{eq}

عبارة كسر التفاعل: $Q_r = \dfrac{[ester][eau]}{[acid][alco]} = \dfrac{\frac{x}{v}\cdot\frac{x}{v}}{\frac{0.2-x}{v}\cdot\frac{0.2-x}{v}} = \dfrac{x^2}{(0.2-x)^2}$

4 ـ حساب x_{eq} : عند التوازن

$Q_{r,j} = K = \dfrac{x_{eq}^2}{(0.2-x_{eq})^2} = 4 \Rightarrow x_{eq} = 0.13 mol, x'_{eq} = 0.4 mol$ حيث: $x'_{eq} = 0.4 mol$. مرفوض

5/ حساب نسبة التقدم النهائي: $\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}} = \dfrac{x_{eq}}{x_{max}} = \dfrac{0.13}{0.2} = 0.67(67\%)$

حيث : $x_{max} = 0.20 mol$, $x_f = x_{eq} = 0.13 mol$

6/ الاقتراح 3 هو الذي يؤدي إلى زيادة التقدم. لأن نزع الماء يؤدي إلى نقص بسط Q_r وبالتالي يصبح $Q_r < K$ والجملة لاتكون في حالة توازن عندئذ، فحسب معيار التطور التلقائي فإن الجملة تتطور في الاتجاه المباشر مما يرفع من قيمة x_f وبالتالي τ .

تمرين16

أستر E صيغته المجملة $C_4H_8O_2$

1/ ذكر بتعريف المماكب.

2/ ما هي الصيغ نصف مفصلة للمماكبات الأربعة الممكنة الموافقة للصيغة المجملة.

3/ أعط أسماء هذه الأسترات

4/ نميه الأستر من أجل كل مماكب: a- أكتب معادلات التفاعل b- حدد أسماء نواتج التفاعلات. c- ما مميزات تفاعل الإماهة ؟

5/ نرمز لأحد الأحماض المتشكلة عن طريق الإماهة بـ A وكتلته الناتجة m= 3.72g نحلها في الماء النقي والمحلول الناتج S_0 حجمه 5.00L ، نأخذ 10mL منه ونعايره بمحلول الصود تركيزه $1.0.10^{-2}$ mol/L فكان حجم الصود المضاف عند التكافؤ $V_{BE}=12.4mL$

a- أحسب تركيز المحلول S_0 ، b- ما الصيغة النصف مفصلة للحمض ؟ .

c- استنتج صيغة الأستر E .

الحل

1/ تعريف المماكبات: هي أنواع لها نفس الصيغة المجملة وتختلف في الصيغة المفصلة

2/مماكبات الأستر هي:

$CH_3\text{-}COO\text{-}C_2H_5$, $C_2H_5\text{-}COO\text{-}CH_3$ ، $H\text{-}COO\text{-}CH(CH_3)CH_3$, $H\text{-}COO\text{-}CH_2CH_2CH_3$

3/ إيثانوات الإيثيل ، بروبانوات المثيل ، ميثانوات 1مثيل إيثيل ، ميثانوات البروبيل

4/ a- كتابة معادلات التفاعل.	b- أسماء نواتج
$CH_3CO_2C_2H_5+H_2O=CH_3CO_2H+C_2H_5OH$	إيثانول ، حمض إيثانويك
$C_2H_5CO_2CH_3+H_2O=C_2H_5CO_2H+CH_3OH$	ميثانول ، حمض بروبانويك
$HCO_2(CH_2)_2CH_3+H_2O=HCO_2H+CH_3CH_2CH_2OH$	بروبان1 ـ أول، حمض ميثانويك
$HCO_2CH(CH_3)_2+H_2O=HCO_2H+CH_3CHOHCH_3$	بروبان2 ـ أول، حمض ميثانويك

c- تفاعل الإماهة بطيء ومحدود

a/5- إيجاد التركيز C_0 للمحلول S_0: عند التكافؤ : $n_{aE} = n_{HO^-E} \rightarrow C_aV_a = C_BV_{BE}$

$$C_0 = \frac{1.0\times10^{-2}\times12.4}{10} = 1.24.10^{-2} mol/L$$

b- إيجاد صيغة الحمض : لدينا : $n_a = C_0V = 1.24.10^{-2} \times 5 = 6.2\times10^{-2} mol$

ومنه: $n_a = \frac{m_a}{M_a} \rightarrow M_a = \frac{3.72}{6.2\times10^{-2}} = 60 g/mol$ فالحمض A هو حمض الإيثانويك CH_3CO_2H

c- صيغة الأستر E هي إيثانوات الإيثيل $CH_3\text{-}COO\text{-}C_2H_5$

تمرين17

تفاعل $2mol$ من ميثانوات الإيثيل مع $2mol$ من الماء بوجود $0.5mL$ من حمض الكبريت المركز.

1/ إن تحليل تركيب المزيج بمرور الزمن سمح برسم البيانات $n(ester) = n_E = f(t)$ حدد من بين البيانات المقترحة في الشكل البيان الموافق للتجربة .

2/ أرسم في نفس الشكل المنحنى الذي يعطي كمية الكحول الناتج بدلالة الزمن $n_A = g(t)$

3/ نعيد نفس التجربة باستعمال ميثانوات الإيثيل هل يتغير شكل المنحنيين $n_E = f(t)$ و $n_A = g(t)$ ؟

الحل

1/ المنحنى الموافق هو (1) عند التوازن تكون كمية الأستر المميه= 3/1 كمية الأستر الابتدائية (2مول) وتكون كمية الأستر المتبقي: 2-0.66 =1.33 mol

2/ كمية الأستر المميه = كمية الكحول المتشكل = كمية الحمض المتشكل

ومنه عند التوازن: n_a=0.67 mol

3/ إن استبدال ميثانوات الإيثيل بإيثانوات الإيثيل لايغير من شكل المنحنيات لأن صنف الكحول لم يتغير.

تمرين18

- نريد دراسة تفاعل أسترة بين حمض الإيثانويك والبوتان - 1 أول.

$$CH_3\text{-}C(=O)\text{-}OH + CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}OH = CH_3\text{-}C(=O)\text{-}O\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}CH_3 + H_2O$$

إيثانويك — بيوتان - 1 - أول — إستر - إيثانوات البوتيل — ماء

نحضر مزيجا متساوي المولات من البوتان - 1 - أول وحمض الإيثانويك، نضع المزيج في 10 انابيب اختبار محكمة الغلق كل منها يحتوي $5mL$ من المزيج .

عند اللحظة $t = 0$ نضع 9 أنابيب في حمام مائي درجته $100°C$ (نفرض أن حجم المزيج في كل أنبوب يبقى ثابتا) . نعاير الحمض في الأنبوب العاشر بواسطة محلول ماءات الصوديوم تركيزه $C_B = 2.0 mol/L$ ، فيجب سكب $16.8mL$ للحصول على التعديل.

1 - a - أكتب المعادلة الكيميائية للمعايرة.

b - أثبت أن هذا التفاعل هو تفاعل حمض - أساس.

c - استنتج تركيز الحمض الابتدائي .

2 - خلال فترات زمنية مختلفة نعاير بنفس الطريقة كمية الحمض الباقية في المزيج، ليكن V_B حجم محلول الصود الواجب إضافته للحصول على التعديل. أكمل الجدول التالي بحساب التركيز المولي للحمض الباقي وللإستر المتشكل في انبوب الاختبار عند اللحظة t . فسر .

t(h)	1	5	10	15	20	30	40	50	60	70
V_B(mL)	14.8	12.1	10.2	9.0	8.0	6.8	6.3	5.8	5.6	5.6
[حمض] mol/L										
[أستر]mol/L										

3 - a - أرسم البيان $[أستر] = f(t)$. السلم: $1cm \rightarrow 10h$ و $1cm \rightarrow 1mol/L$

b - عرف واحسب السرعة اللحظية لتشكل الاستر عند اللحظة $t = 10h$.

c - احسب زمن نصف التفاعل علما بأن مردود التفاعل هو 66% .

d - أذكر طريقة تجعل التفاعل أكثر سرعة

الحل:

1 - a - كتابة المعادلة الكيميائية للمعايرة: $CH_3 - CO_2H + HO^- = CH_3 - CO_2^- + H_2O$

b - لدينا: $CH_3 - CO_2H = CH_3 - CO_2^- + H^+$ ، $HO^- + H^+ = H_2O$

حمض الإيثانويك يفقد بروتونا بينما شوارد HO^- تكتسبه إذن فالتفاعل هو تفاعل حمض أساس.

c - استنتاج تركيز الحمض الابتدائي: عند التعديل : $n_a = n_b$

التفاعل ستوكيومتري ← $C_AV_A = C_BV_B$ ومنه: $C_A = \frac{C_BV_B}{V_A} = \frac{2.16.8}{5} = 6.7 mol/L$

2 - إكمال الجدول: لدينا : $C_A = C_BV_B/V_A$ ومنه

تركيز الأستر المتشكل = تركيز الحمض الابتدائي – تركيز الحمض المتبقي : $[إستر] = C_A^0 - C_A$

t(h)	1	5	10	15	20	30	40	50	60	70
V_B(mL)	14.8	12.1	10.2	9.0	8.0	6.8	6.3	5.8	5.6	5.6
[حمض] mol/L	5.9	4.8	4.1	3.6	3.2	2.7	2.5	2.3	2.2	2.2
[أستر]mol/L	0.8	1.9	2.6	3.1	3.5	4.0	4.2	4.4	4.5	4.5

3 - a - رسم البيان:

b - تعريف السرعة اللحظية: $v = \frac{d[ester]}{dt}$

نرسم مماس للبيان في اللحظة $t = 10h$ ونحسب معامل توجيهه فنحصل على السرعة

في الحظة $t = 10h$: $v = \frac{4.5 - 1.4}{25.0} = 0.124 mol L^{-1} h^{-1}$

$v = 0.124 mol L^{-1} h^{-1} = 3.4.10^{-5} mol/Ls$

c - حساب زمن نصف التفاعل:مردود التفاعل 66% أي أن أكبر قيمة لتركيز الاستر نحصل عليها هي $[ester] = \frac{66}{100} \times C_A^0 = 0.66 \times 6.7 = 4.4 mol/L$

زمن نصف التفاعل هو الزمن الذي يتشكل فيه نصف كمية الاستر

$[ester]_{1/2} = \frac{[ester]}{2} = 2.2 mol/L$ من البيان نحصل على $t_{1/2} = 8h$

d - لجعل التفاعل أكثر سرعة نستعمل وسيطا H^+ أو نزيد من درجة حرارة وسط المتفاعل.

مراقبة تحول بتغيير أحد المتفاعلات

يهدف الكيميائيون لأسباب اقتصادية متعلقة بإنتاج وباستهلاك الطاقة إلى مراقبة سرعة ومردود التحولات الكيميائية **بجعلها سريعة وتامة** لذلك أدخلوا طريقة اختيار **متفاعل مناسب** من أجل تلك سنوظف هذه الطريقة لاصطناع الأسترات أو من أجل إماهتها بدلا من تفاعل الأسترة والاماهة الكلاسيكيين المحضرين انطلاقا من تفاعلي الحمض والكحول أو الاستر والماء لأنهما بطيئين ومحدودين وأحدهما عكس الآخر.

I – تغيير أحد المتفاعلات من أجل تشكيل الأستر

1/ اصطناع أستر انطلاقا من كلو ر الأسيل بدلا من الحمض الكربوكسيلي الموافق:

1-1 كلوريدات الأسيل: صيغتها العامة : $R-C(=O)-Cl$

يمكن اعتبارها ناتجة عن استبدال مجموعة الهيدروكسيل $-OH$ في الحمض الكربوكسيلي $R\text{-}COOH$ بذرة كلور فينتج كلور الأسيل $RCOCl$.

1-2 تحضيرها: يتم تحضير كلور الأسيل بتفاعل خامس كلور الفوسفور PCl_5 أو كلور التيونيل $SOCl_2$ مع الحمض الكربوكسيلي حسب معادلتي التفاعل:

$RCOOH+PCl_5=RCOCl+POCl_3+HCl$ و $RCOOH+SOCl_2=RCOCl+SO_2+HCl$

يجب التعامل بحذر مع هذه المركبات حيث تحضر في غرفة انطلاق الغازات مع استعمال القفازات والنظارات.

1 ــ 3 التسمية :

تشتق من الحمض الموافق بحذف السابقة حمض وتعويضها بكلور واستبدال اللاحقة **ويك** باللاحقة **ويل**. **أمثلة:**

$H-C(=O)-Cl$ ، $CH_3-C(=O)-Cl$ ، $C_6H_5-C(=O)-Cl$

كلور المثانويل كلور الايثانويل كلور البنزويل

1-4 . خواصها :

كلوريدات الأسيل سائلة في درجة الحرارة العادية تؤثر على الماء بشكل سريع وتام وناشرة للحرارة وتؤدي هذه الأماهة الى الحمض الموافق مثال: $CH_3-COCl+H_2O=CH_3COOH+HCl$

كلوريدات الأسيل نشطة جدا تسمح بالحصول على الأسترات والأميدات بسهولة وارتفاع ثمن تصنيعها جعل استعمالها محدودا إلا في بعض التحضيرات الصيدلانية.

1-5. الحصول على أسترات انطلاقا من كلور الأسيل:

يتفاعل **كلور الأسيل** مع **كحول** يتشكل **أستر وكلور الهيدروجين** والمعادلة العامة لهذا التحول:

$RCOCl+R'OH=R-COO-R'+HCl$ مثال : $CH_3COCl+C_2H_5OH=CH_3COOC_2H_5+HCl$

كلور الإيثانويل إيثانول إيثانوات الايثيل كلور هيدروجين

مميزات التفاعل: سـريع ، تـام ، نـاشر للحـرارة

– إن عدم وجود الماء في النواتج يجعل التفاعل العكسي لأماهة أستر مستحيلا ، لذلك يكون التقدم النهائي مساويا للتقدم الأعظمي $\tau = x_f / x_{max} = 1$.

2. اصطناع أستر انطلاقا من بلا ماء الحمض:

2-1. بلا ماء الحمض *Anhydrides d'acides* : صيغتها العامة : $R-C(=O)-O-C(=O)-R$

يتم الحصول على بلا ماء الحمض بنزع الماء من جزيئين من الحمض وفق التفاعل:

$2R-C(=O)-OH = R-C(=O)-O-C(=O)-R + H_2O$

أو

$R-C(=O)-OH + HO-C(=O)-R = R-C(=O)-O-C(=O)-R + H_2O$

2-2. التسمية:

...شتق من الحمض الموافق باستبدال كلمة **حمض** بـــ **بلا ماء** في اسم الحمض الكربوكسيلي الموافق. أمثلة:

$H-C(=O)-O-C(=O)-H$ بلا ماء الميثانويك ، $CH_3-C(=O)-O-C(=O)-CH_3$ بلا ماء الإيثانويك

...حالة بلا ماء الحمض المختلط :

$R-C(=O)-O-C(=O)-R'$

R, R' سلسلتان كربونيتان مختلفتان،يشتق اسمه من الحمضين الكربوكسيلين باستبدال كلمة حمض بـــ بلا ماء ثم اسمي الحمضين مع مراعاة الترتيب الأبجدي اللاتيني مثال:

$CH_3-C(=O)-O-C(=O)-CH_2-CH_3$ بلا ماء إيثانويك بروبانويك ، $H-C(=O)-O-C(=O)-CH_3$ بلا ماء إيثانويك ميثانويك

2-3. الحصول على أستر انطلاقا من بلا ماء الحمض :يتفاعل بلا ماء الحمض مع كحول فيتشكل **أستر** و**حمض كربوكسيلي** وفق التفاعل:

$R-C(=O)-O-C(=O)-R + R'-OH = RCOOR' + RCOOH$

بلا ماء كحول أستر حمض

مثال:

$CH_3-C(=O)-O-C(=O)-CH_3 + C_2H_5-OH = CH_3COOC_2H_5 + CH_3COOH$

بلا ماء الإيثانويك إيثانول ميثانوات الإيثيل حمض إيثانويك

مميزات التحول: تفاعل بلا ماء الحمض مع الكحول **تام** و**أسرع** من تفاعل أسترة حمض **مع** كحول

تطبيق1

> نريد اصطناع إيثانوات البروبيل بسرعة وبأكبر مردود . ما هي المتفاعلات الممكن استعمالها؟
> اكتب معادلة التفاعل في كل حالة.

الحل:

صيغة إيثانوات البروبيل $CH_3COOCH_2CH_2CH_3$ يمكن الحصول عليها بسرعة وبمردود كبير باستعمال كلور الإيثانويل ، أو بلا ماء الإيثانويك بدلا من حمض الإيثانويك .

$CH_3COCl+CH_3CH_2CH_2-OH=CH_3COOCH_2CH_2CH_3+HCl$

$CH_3COOCOCH_3+CH_3CH_2CH_2-OH=CH_3COOCH_2CH_2CH_3+CH_3COOH$

تطبيق2

> إحدى مراحل اصطناع الأسبرين هي تفاعل أسترة، هذه الأسترة تتم بين بلا ماء إيثانويك وحمض ساليسيليك الذي صيغته : $C_6H_4(OH)(COOH)$
> 1. ما المجموعتين الوظيفيتين في هذا الحمض؟
> 2. اكتب معادلة التفاعل بين الحمض وبلا ماء الإيثانويك

الحل: 1/ المجموعتان الوظيفيتان هما: مجموعة الهيدروكسيل $OH-$ ومجموعة الكربوكسيل $COOH-$

معادلة التفاعل: $CH_3CO-O-COCH_3+HO-C_6H_4-CO_2H=CH_3CO_2C_6H_4COOH+CH_3CO_2H$

بلا ماء الإيثانويك حمض ساليسيليك أسبرين حمض إيثانويك

II ـ تغيير متفاعل من أجل إماهة أستر:

1-1.الأماهة الأساسية (القاعدية) للأستر:
هو تفاعل أستر مع شوارد الهيدروكسيد في محلول مركز منه فيؤدي إلى تشكل شاردة كربوكسيلات وكحول وتدعى هذه الاماهة أيضا **بتفاعل التصبن**، والمعادلة العامة لهذا التحول هي:

$$R-COO-R'+HO^-_{(aq)}=R-COO^-_{(aq)}+R'OH$$

أستر شاردة هيدروكسيد شاردة كربوكسيلات كحول

2-1. مميزات التصبن
ـ التحول المرفق بتفاعل التصبن **تام أي تقدمه النهائي** يساوي **تقدمه الأعظمي** $\tau=1$.
ـ يكون التفاعل **سريعا** بتسخين وسط التفاعل.

2 ـ الصابون

1-2. طبيعة الصابون: الصابون هو مزيج من كاربوكسيلات الصوديوم أو البوتاسيوم صيغته العامة: $(RCOO^-, M^+)$ حيث M^+ يمكن أن يكون Na^+ (صابون صلب) أو K^+ (صابون لين).
سلسلته الكربونية $R-$ غير متفرعة تحتوي عموما أكثر من عشر ذرات كربون .
إن شاردة الكربوكسيلات $(RCOO^-)$ المتواجدة في الصابون هي الأساس المرافق لحمض دسم لأنه يأتي من المواد الدسمة.
* **الحمض الدسم:** هو حمض كربوكسيلي ذو سلسلة خطية مشبعة أو غير مشبعة تحتوي على عدد زوجي من ذرات الكربون .، كالأحماض المحتواة في شحوم البقر والأغنام.

حمض الزيتون (acide oloique)	$CH_3(CH_2)_7CH=CH(CH_2)_7COOH$
حمض الشمع (acide stéarique)	$CH_3(CH_2)_{16}COOH$
حمض النخل (acide palmitique)	$CH_3(CH_2)_{14}COOH$
كما أن جوز الهند والتمر واللوز غنية بالأحماض الدسمة المشبعة التالية	
حمض اللوريك (acide laurique)	$CH_3(CH_2)_{10}COOH$
حمض امريستيك (acide myristique)	$CH_3(CH_2)_{12}COOH$

زيوت الزيتون والفول السوداني والكولزا (السلجم) تحتوي حمض الزيتون وزيت عباد الشمس يحتوي حمض لينوليك الذي صيغته: $CH_3(CH_2)_4CH=CHCH_2CH=CH(CH_2)_7COOH$

2-2.اصطناع الصابون:
يتم اصطناع الصابون بتصبن المواد الدسمة والتي هي مركبات تحتوي وظائف أسترية والتي تدعى ثلاثي غليسيريد (triglycéride) والمعادلة العامة لتفاعل التصبن:

$$\begin{matrix} RCO_2-CH_2 & & CH_2-OH & \\ R'CO_2-CH & +3(Na^++HO^-)= & CH-OH & +3R'COO^-+Na^+ \\ R''CO_2\ CH_2 & & CH_2-OH & \end{matrix}$$

ثلاثي غليسيريد الصود غليسيرول صابون

ثلاثي غليسيريد هو ثلاثي أستر لحمض دسم والغليسيرول (بروبان ثلاثي الأول 1، 2، 3).

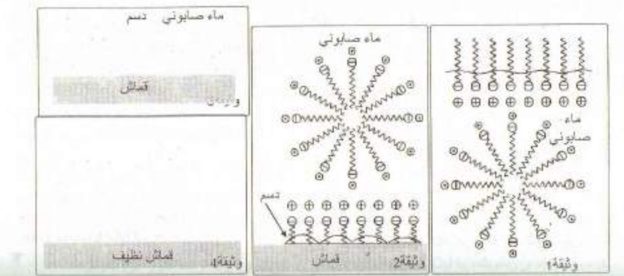
3. الخواص المنظفة للصابون:

1-3.الميزتان هيدروفيل (hydrophile) وهيدروفوب (hydrophobe) :
* يكون الفرد الكيميائي هيدروفيليا (محبا للماء) عندما ينحل في الماء .
* يكون الفرد الكيميائي هيدروفوبا (غير محب للماء) إذا كان قليل الانحلال في الماء وشديد الانحلال في الطور العضوي ويطلق على هذه الميزة أيضا **ليبوفيل** (lipophile) أي محب للشحوم.
والصابون هو مزيج من مختلف كربوكسيلات الصوديوم $RCO_2Na_{(s)}$ أو البوتاسيوم $RCO_2K_{(s)}$ تنحل في الماء وفق التفاعل: $RCO_2Na_{(s)}=RCO^-_{2(aq)}+Na^+_{(aq)}$

ـ لشاردة الكربوكسيلات المتواجدة في الصابون جزأين:
* **مجموعة الكربوكسيلات** $-CO_2^-$ هي مجموعة شاردية تحمل شحنة سالبة تحاط بسهولة بجزيئات الماء القطبية ، فهذه المجموعة تحب التلامس مع الماء (محبة للماء) أي لها ميزة يطلق عليها (هيدروفيل) وليس لهذه المجموعة ألفة بالنسبة للسلاسل الكربونية اللاقطبية المتواجدة في الشحوم ويطلق على هذه الميزة (lipophobe) (يخاف من الشحوم) .
مجموعة الألكيل $R-$: هو السلسلة الكربونية المكونة لشاردة الكربوكسيلات والتي تحتوي في الغالب على أكثر من 10 ذرات كربون غير قطبية ولاتؤثر في الماء ويطلق على هذه الميزة **هيدروفوب** (hydrophobe) (محب للدسم) ، وفي المقابل فإن السلسلة الكربونية لها ألفة كبيرة نحو السلاسل الكربونية الأخرى فيطلق على هذه الميزة لمجموعة الألكيل **ليبوفيل** (lipophile) أي محب للشحوم.
* يطلق على الأفراد التي تحمل الميزتان هيدروفيل وهيدروفوب أو ليبوفيل و**ليبوفوب** أفرادا **أمفيفيلية** (amphiphile) .

تمثيل شاردة الكربوكسيلات : تمثل شاردة الكربوكسيلات بـــ: السلسلة الكربونية للصابون ليبوفيل ومجموعتها المميزة $(-CO_2^-)$ هيدروفيل	رأس هيدروفيل ليبوفوب — ذيل هيدروفوب (ليبوفيل) — $\wedge\wedge\wedge\wedge COO^-$

2-3. الخواص المنظفة للصابون:
* تنتظم شوارد الكربوكسيلات في المحلول ، فعند سطح المحلول المائي تتكون طبقة رقيقة من الصابون ، فالأجزاء الغير محبة للماء هيدروفوب تتوجه إلى الهواء ، والأجزاء المحبة للماء هيدروفيل مغمورة في الماء .
* داخل المحلول تتشكل تجمعات من شوارد الكربوكسيلات على شكل شاردة غروية micelle في داخلها تتجمع الأجزاء المحبة للدسم (هيدروفوب) وفي الخارج عند التلامس مع الماء الأجزاء المحبة للماء وثيقة1
* عندما نغمر قماشا ملطخ بالدسم في ماء صابوني فالأجزاء المحبة للدسم تدخل في بقع الزيت أو الدسم متوضعة بشكل كروي فتصبح قطرات الدسم محجوزة . هذه التجمعات المشحونة بالسالب محاطة بشوارد الصوديوم Na^+ أو بشوارد البوتاسيوم K^+ التي تتنافر بواسطة قوى كهرو ستاتيكية التي تؤدي إلى تفرق دقائق الدسم وثيقة 2 ، 3 ، 4



تمارين

ين1

الإجابة أو الإجابات الصحيحة:

تفاعل كحول مع كلور الأسيل هو تفاعل: a بطيء b محدود c. تام

تفاعل التصبن هو: a محدود وبطيء b تام وسريع c. تام وبطيء

الصابون يذوب في: a الماء المالح b الماء العذب c. الكحول

في شاردة الكربوكسيلات المحتواة في الصابون مجموعة الكربوكسيلات : a ليبوفيل

يدروفيل c. هيدروفوب

ن: 1 . c. تام 2. تام وسريع بالتسخين 3. يذوب في الماء العذب 4. هيدروفيل.

ين2

ن الإجابات التالية بصحيح أو خطأ.

لأماهة الأساسية لأستر تؤدي إلى كلور الأسيل.

لاثيات الغليسريد تحتوي ثلاثة مجموعات أسترية.

لأماهة الأساسية لأستر هي تفاعل محدود .

لصابون هو مزيج من ثلاثيات الغليسريد.

لحصول على أستر انطلاقا من من كلور الأسيل أسرع منه في حالة حمض كربوكسيلي .

صابون مكون من أنواع أمفيفيلية.

pH ماء الصابون أكبر من 7.

يدروفيل يعني محب للدسم.

ن

خطأ ، b. صحيح ، c. خطأ ، d. خطأ ، e. صحيح ، f. صحيح ، g. صحيح ، h. خطأ

ين3

عرف المادة الدسمة

ما هو الحمض الدسم؟

ماذا تعني الميزة أمفيفيل ؟

4. أعط الصيغة النصف مفصلة لحمض الشمع (حمض أكتاديكانويك)

ن:

مادة الدسمة هي مزيج من ثلاثي أستر طبيعي (ثلاثي غليسيريد)

لحمض الدسم هو حمض كربوكسيلي ذو سلسلة غير متفرعة عدد ذرات الكربون فيه زوجي (4الى 22) يمكن أن يحتوي رابطة تكافؤية ثنائية أو أكثر

لأفراد التي تمتلك الميزتين هيدروفيل وليبوفيل تدعى أمفيفيلية.

لصيغة النصف مفصلة لحمض الشمع (حمض أكتاديكانويك) أوكتا ديكا أي أنه يحتوي على18 كربون ومنه: $CH_3-(CH_2)_{16}-COOH$

ين4

. أسماء المركبات التالية:

a.CH_3COCl, b.$HCOCl$,c.HCO-O-COC

d.$CH_3CO-O-COCH_2C$

e.$CH_3CH_2COO^-$+

الحل

a.كلور الايثانويل ، b. كلور الميثانويل

c. بلا ماء ايثانويك ميثانويك ، d. بلا ماء ايثانويك بروبانويك e. بروبانوات الصوديوم

تمرين5

1.أكمل المعادلات التالية:

a. $CH_3CH(CH_3)COCl + CH_3CHOH-CH_3 = A + B$

b. $CH_3CO-O-COCH_3 + CH_3CH(CH_3)CH_2OH = C + D$

c. $E + F = CH_3-CH_2COO^- + C_2H_5OH$

d. $G + H = CH_3CH_2CH_2COOH + CH_3OH$

2. ماهو الفرق بين التفاعلين c ، d ؟

الحل:

a. A: $CH_3CH(CH_3)COOCH(CH_3)CH_3$, B: HCl

b. C: $CH_3COOCH_2CH(CH_3)CH_3$, D: CH_3COOH

c. E: $CH_3CH_2COOC_2H_5$, F: HO^-

d. G: $CH_3CH_2CH_2COOCH_3$, H: H_2O

c. تفاعل إماهة أساسية تام وسريع بالتسخين ، d. تفاعل إماهة عادي بطيء ومحدود

تمرين6

1. عرف المصطلحات التالية: هيدروفيل، ليبوفيل، هيدروفوب، ليبوفوب، أمفيفيل.

2.ماهي المميزات البنيوية لشاردة الكاربوكسيلات التي تعطي للصابون الخواص المنظفة.

3. اشرح برسوم طريقة تأثير الصابو 4. فسر لماذا يكون الصابون قليل الفعالية في:

a. وسط حمضي، b. ماء البحر، c. الماء العسر

5. حدد من بين الأنواع التالية التي بإمكانها نزع لطخات الزيت من القماش.

a. شاردة الميثانوات $HCOO^-$

b. شاردة البالميات (نخلات) $C_{15}H_{31}COO^-$

c. الهبتان: $CH_3-(CH_2)_5-CH_3$

الحل:

1. تعريف المصطلحات:

هيدروفيل	محب للماء	ليبوفل	محب للدسم
هيدروفوب	غير محب للماء	ليبوفوب	غير محب للدسم
أمفيفيل	تعني هيدروفيل ليبوفيل		

2. يرجع إلى الخاصية الأمفيفيلية لشاردة الكربوكسيلات

3. ارجع للدرس الخواص المنظفة للصابون

4. a. الوسط الحمضي: تشكل $RCOOH$ ، b. ماء البحر : تشكل راسب من $RCOONa$ ، c. الماء العسر :تشكل رواسب من $(RCOO)_2Ca$ ، $(RCOO)_2Mg$

5. a. لايوجد فيها الجزء المحب للدسم (السلسلة الكربونية) ليبوفيل

c. لايوجد فيها الجزء المحب للماء هيدروفيل.

تمرين7

نريد اصطناع الأسترات التالية بسرعة وبأكبر مردود a. إيثانوات البروبيل b. بيوتانوات الإيثيل c. بروبانوات 1.مثيل إثيل

1. أكتب صيغها النصف مفصلة

2. أعط الصيغ نصف مفصلة للتفاعلات التي يمكن استعمالها من أجل تصنيعها

الحل

1. الصيغ نصف مفصلة : a. $CH_3COOCH_2CH_2CH_3$ b. $CH_3CH_2CH_2COOC_2H_5$

c. $CH_3CH_2COOCH(CH_3)CH_3$

2. الصيغ نصف مفصلة للمتفاعلات

a. ـــ بلا ماء الإيثانويك $CH_3CO-O-COCH_3$ ، ـــ كلور الإيثانويل CH_3COCl } مع بروبان ـــ1أول

b. ـــ بلا ماء بيوتانويك: $CH_3(CH_2)_2CO-O-CO(CH_2)_2CH_3$ ، ـــ كلور البيوتانويل $CH_3(CH_2)_2COCl$ } مع الإيثانول

c. ـــ بلا ماء بروبانويك: $C_2H_5CO-O-COC_2H_5$ ، ـــ كلور بروبانويل C_2H_5COCl } مع بروبان2.أول

ن8

يؤثر الغليسرول $CH_2OHCHOHCH_2OH$ على حمض النخل (حمض هكساديكانويك) من إعطاء مادة دسمة (البالمتين) أكتب معادلة ...ل .
...تفاعل البالمتين الناتج مع زيادة من محلول ...ود في وجود الإيثانول .
...كتب معادلة التفاعل علما أنه يتشكل الغليسرول ومركب آخر يطلب كتابة صيغته نصف مفصلة والذي يرمز له بـــ: P
b. ما اسم هذا التفاعل؟ وما مميزاته ؟
3. a. ما الفائدة من إجراء التفاعل بالتسخين؟
b. إذا استعملنا 1 طن من البالمتين ما كتلة المركب P الناتج إذا كان المردود 70%؟
الكتلة المولية للبالمين $M = 806 g/mol$

...كتابة معادلة التفاعل:

$$3CH_3(CH_2)_{14}COOH + \begin{matrix} CH_2-OH \\ | \\ CH-OH \\ | \\ CH_2-OH \end{matrix} = \begin{matrix} CH_2-O-CO-C_{15}H_{31} \\ | \\ CH-O-CO-C_{15}H_{31} \\ | \\ CH_2-O-CO-C_{15}H_{31} \end{matrix} + 3H_2O$$

حمض النخل — الغليسيرول — البالمتين — ماء

...ه. كتابة معادلة تفاعل البالمتين مع الصود:

$$\begin{matrix} CH_2-O-CO-C_{15}H_{31} \\ | \\ CH-O-CO-C_{15}H_{31} \\ | \\ CH_2-O-CO-C_{15}H_{31} \end{matrix} + 3(Na^+ + OH^-) = \begin{matrix} CH_2-OH \\ | \\ CH-OH \\ | \\ CH_2-OH \end{matrix} + 3(CH_3(CH_2)_{14}COO^- + Na^+)$$

البالمتين — الصود — الغليسيرول — بالميات الصوديوم

...عى هذا التفاعل بالتصبن أو الأماهة الأساسية للأستر يتميز بأنه تام وسريع بالتسخين
... تسخين(رفع درجة الحرارة) مزيج التفاعل هو عامل حركي يزيد من سرعة التفاعل
...ساب كتلة الصابون الناتج P:

... البالمين المستعملة: $n_{pal} = \frac{m}{M} = \frac{1.10^6}{806} = 1.24 \times 10^3 mol$

...معادلة التفاعل فإن: $n_p = 3n_{palmitine}$ ومنه: $n_p = 3 \times 1.24.10^3 = 3.72.10^3 mol$

...مردود التفاعل 70% فإن كتلة الصابون:

$n'_p = 3 \times 1.24.10^3.0.7 = 2.6.10^3 m$... وتكون كتلة الصابون هي:

$m'_p = n'_p.M_p = 2.6.10^3 \times 278 = 724$...

ن9

...ي الزبدة البيترين (بيوتانوات الغليسيريل) ...دسمة مشتقة من حمض بيوتانويك .
...هي الوظيفة الكيميائية الموجودة في البترين؟
2. يؤثر البترين على محلول الصود المركز بالتسخين أكتب معادلة التفاعل واعط أسماء النواتج.
3. ما اسم هذا التفاعل وما هي خواصه؟

...ظيفة الكيميائية للبترين : بما أن البترين مادة دسمة فهي تحتوي على وظيفة أستيرية .
...ن الأماهة الأساسية لمادة دسمة تعطي صابون وغليسرول ومنه

$$\begin{matrix} CH_2-O-CO-C_3H_7 \\ | \\ CH-O-CO-C_3H_7 \\ | \\ CH_2-O-CO-C_3H_7 \end{matrix} + 3(Na^+ + OH^-) = \begin{matrix} CH_2-OH \\ | \\ CH-OH \\ | \\ CH_2-OH \end{matrix} + 3(C_3H_7COO^- + Na^+)$$

بيوتانوات الصوديوم

...عرف هذا التفاعل بالتصبن وهو بطيء وتام

ن10

...تحضير بروبانوات المثيل، انطلاقا من حمض كربوكسيلي ويكون مردود التحول 60%
...يمكن تحضيرها انطلاقا من كلور الأسيل ويكون مردود التحول 85%.

1. أعط الصيغة المفصلة لبروبانوات المثيل.
2. حدد كلور الأسيل والكحول اللذان يسمحان بهذا التحضير.
3. أكتب معادلة التفاعل الموافقة لهذا التحضير.
4. تمّ التحضيران انطلاقا من1 مول من كل متفاعل، قارن بين التفاعلين واحسب كمية مادة الأستر التي تزيد في التفاعل الثاني عن الأول.

الحل

1. صيغة بروبانوات المثيل: $C_2H_5COOCH_3$
2. الكحول وكلور الأسيل المستعملين في التفاعل2 هما الميثانول CH_3OH وكلورا لبروبانويل C_2H_5COCl.
3. كتابة معادلة التفاعل: $C_2H_5COCl + CH_3OH = C_2H_5COOCH_3 + HCl$
4. مردود التفاعل هو: $r = x_{eq} / x_{max} \rightarrow x_{eq} = r.x_{max}$

من التفاعل الأول: $r = 60\% \Rightarrow x_{eq} = 0.6 \times 1 = 0.6 mol$

من التفاعل الثاني: $r = 85\% \Rightarrow x_{eq} = 0.85 \times 1 = 0.85 mol$

كمية مادة الأستر التي يزيد بها التفاعل الثاني عن التفاعل الأول

$n = x'_{eq} - x_{eq} = 0.85 - 0.60 = 0.25 mol$

يمكن انجاز جدول وصفي لتطور التفاعل نحدد منه x_{max}.

تمرين11

نريد تحقيق تصبن زيت ، من أجل ذلك نسكب في دورق كتلة m من الزيت وحجما $V_B = 50 mL$ من محلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه $C_B = 2 mol/L$، يسخن المزيج بوجود أحجار اسفنجية ونعتبر أن التحول قد انتهى (التسخين بالاسترجاع).
تمت معايرة كمية الصود الزائدة في الجملة الكيميائية النهائية بواسطة حمض كلور الماء تركيزه $C_a = 1 mol/L$ بوجود BBT فوجب سكب حجم $V_a = 4.1 mL$ من الحمض حتى يتحول BBT من الأزرق إلى الأصفر. *يستخرج الصابون من وسط التفاعل عن طريق الفصل في الماء المالح .*
1. a. الزيت مادة دسمة ماذا تعني المادة الدسمة؟
b. اكتب المعادلة الكيميائية لتصبن الزيت ، سم المتفاعلات والنواتج.
c. ماذا يميز الأماهة الأساسية عن الأماهة الكلاسيكية؟
d. نقول أننا أثناء التصبن نحقق مراقبة لتطور الجملة الكيميائية فسر.
2 . a. ما نوع التفاعل الحادث أثناء المعايرة؟
b. أحسب كمية مادة شوارد الهيدروكسيد قبل وبعد التصبن.
c. أنجز جدولا وصفيا لتطور التفاعل واحسب كمية الزيت المتحول إلى صابون وكذلك كتلته m الموافقة. M (زيت)$= 890 g/mol$

الحل:

1. a. المادة الدسمة هي ثلاثي أستر مشتق من حمض دسم والغليسيرول.
b. كتابة معادلة تصبن الزيت:

$$\begin{matrix} CH_2-O-CO-R \\ | \\ CH-O-CO-R \\ | \\ CH_2-O-CO-R \end{matrix} + 3(Na^+ + OH^-) = \begin{matrix} CH_2-OH \\ | \\ CH-OH \\ | \\ CH_2-OH \end{matrix} + 3(RCOO^- + Na^+)$$

الزيت — صود — غليسرول — صابون

c. التحول في الإماهة الكلاسيكية بطيء ومحدود وفي الإماهة الأساسية سريع وتام.
d. عند استبدال أحد المتفاعلات فإن ذلك يؤدي إلى تغيير التحول الذي يكون أسرع وبمردود أكبر

. a. التفاعل الحادث هو تفاعل حمض أساس.

حساب كمية شوارد الهيدروكسيد قبل التصبن: $n_i(HO^-) = C_BV_B = 2\times 50.10^{-3} = 0.1mol$

د التصبن فإن كمية شوارد الهيدروكسيد الباقية تحدد بالمعايرة التي معادلتها :

$H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = 2H_2O$ وعند التكافؤ : $n(H_3O^+) = n(HO^-)$

$n(HO^-) = C_AV_A = 1\times 4.1\times 10^{-3} = 4.1\times 10^{-3}mo$

إنجاز جدول التقدم وحساب كمية الزيت:

المعادلة		غليسرول+$(3R\text{-}COO^- + Na^+)$ = 3صود+زيت			
ح.ج	تقدم	كميات المادة (mol)			
ح.إ	x=0	n_h	0.1	0	0
ح.ت	x	n_h-x	0.1-3x	3x	x
ح.ن	x_{eq}	n_h-x_{eq}	0.1-3x_{eq}	3x_{eq}	x_{eq}

ا ان الصود موجود بزيادة فإن المتفاعل

حد هو الزيت ومنه كمية الصود المتبقاة :

$0.1-3x_{eq} = 4.1.10^{-3} \rightarrow x_{eq} = \frac{0.1-4.1\times 10^{-3}}{3}$

$x_{eq} = 3.2\times 10^{-2}m$ في الحالة النهائية: $n_i = x_{eq} = 3.2\times 10^{-2}mol$

كون كتلة الزيت: $m = n_iM = 3.2\times 10^{-2}\times 890 = 28.5g$

رين12

د تلميذان يحيى ومحمد تحضير صابون بإجراءتصبن لزيت نباتي، تقرأ في البروتوكول التجريبي

وزع للتلميذين : يتم اصطناع الصابون على مرحلتين:

رحلة الأولى: تدخل في دورق كتلة $m=10g$. من زيت الزيتون وحجما $V=20mL$ من محلول

روكسيد الصوديوم تركيزه$C=7.5mol/L$ و$V'=10mL$ من

ثانول لتسهيل التلامس بين المتفاعلات وبعض الحصوات

سفنجية (لتنظيم الغليان) في

ه الشروط بتواجد الصود بزيادة بعد ذلك نحقق التركيب التالي :

رحلة الثانية: بعد 30 دقيقة من التسخين أصبح المزيج متجانسا وسكب

زيج في محلول مشبع من كلور الصوديوم مع التحريك المستمر ، ثم رشح

سطة قمع بيشنر ،و جفف الناتج وتم وزنه.

معطيات: الغليسرول $CH_2OH\text{-}CHOH\text{-}CH_2OH$

حمض الزيتون $CH_3(CH_2)_7\text{-}CH{=}CH(CH_2)_7 - COO$

$M_{sav}=304g/mol$ ، $M_{NaOH}=40g/mol$, $M_{triester}=884g/m$

ة الصابون الناتجة تجريبيا من طرف التلميذين $m'=8.50g$.

ب أن يتضمن التقرير التجريبي للتلميذين أثناء حصة الأعمال التطبيقية ثلاثة أجزاء.

. ما هي الاحتياطات التي تجب مراعاتها عند استعمال الصود؟

لماذا يجب تسخين المزيج ؟

ما فائدة المكثف المبرد ؟

كيف نسمي التركيب المستعمل ؟

ما دور الماء المالح ؟

تكون زيت الزيتون من مواد دسمة تتكون انطلاقا من الغليسرول ومختلف الأحماض الدسمة

حماض: بالمتيك، ستياريك، لينولييك، وأولييك)

كتب الصيغة نصف مفصلة للمادة الدسمة (G) (ثلاثي أستر غليسرول وحمض الزيتون.)

كتب معادلة تصبن (G) بالصود.

جزيء " الصابون:

حدد من بين الناتجين "جزيء الصابون " وحدد المنطقتين هيدروفوب وهيدروفيل .

---

b. هل مصطلح " الجزيء " المستعمل في لصابون في محله ؟

III. نفرض أن زيت الزيتون يحتوي فقط (G) المكون من الغليسرول وحمض الزيتون "أولييك"

a. تحقق من أن هيدروكسيد الصوديوم موجود بزيادة

b. احسب مردود التصبن.

الحل:

I. a. الاحتياطات : الصود مركز يتطلب استعمال نظارات وقفازات للحماية.

b. يجب التسخين لأن درجة الحرارة عامل حركي يسرع التفاعل.

c. تكثيف الأبخرة كي لا ينطلق الماء (يبرد جوانب المبرد)

d. الاسترجاع بالتسخين.

e. ترسيب الصابون على شكل $RCOO^-{+}Na^+$

II. 1. الصيغة نصف مفصلة للمادة الدسمة (G):

$$\begin{array}{l} CH_2\text{-}O\text{-}CO\text{-}R \\ CH\text{-}O\text{-}CO\text{-}R \\ CH_2\text{-}O\text{-}CO\text{-}R \end{array}$$

2. معادلة التصبن:

$$\begin{array}{l} CH_2\text{-}O\text{-}CO\text{-}R \\ CH\text{-}O\text{-}CO\text{-}R \\ CH_2\text{-}O\text{-}CO\text{-}R \end{array} + 3(Na^+ + OH^-) = \begin{array}{l} CH_2\text{-}OH \\ CH\text{-}OH \\ CH_2\text{-}OH \end{array} + 3(RCOO^- + Na^+)$$

3.a. جزيء الصابون يتكون من $(RCOO^- + Na^+)$

السلسلة الكربونية -R هي المنطقة هيدروفوب، مجموعة كربوكسيلات $-CO_2^-$ تشكل منطقة هيدروفيل.

b. ينحل الصابون في الماء وفق المعادلة: $RCOONa_{(s)} \longrightarrow RCOO^-_{(aq)} + Na^+_{(aq)}$

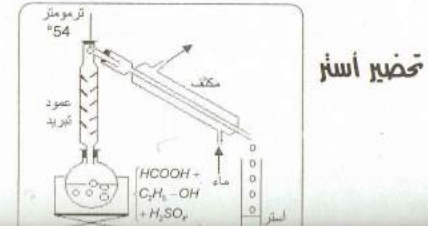
والصابون مركب شاردي إذن فهو ليس جزيء.

III. a. بما أن الزيت مكون من المادة الدسمة (G) فقط فإن كمية مادته :

$n_0=m/M=10/884=11.3mmol$

وكمية مادة الصود : $n_{(OH^-)}=C.V=7.5.20.10^{-3}=150mmol$ وتكون كمية الزيت 3 كمية الصود: $11.3(3)=33.9mmol<150mmol$ ومنه الصود موجود بزيادة.

b. حساب مردود التصبن: $r = \frac{n_{exp}}{n_{th}} = \frac{m'}{m} = \frac{8.5}{20}100 = 85\%$.



التحولات النووية

1. النشاط الاشعاعي	1 ـ 1 ـ مكونات النواة. 1 ـ 2 ـ استقرار وعدم استقرار النواة . 1 ـ 3 ـ أنواع النشاط الإشعاعي . 1 ـ 4 ـ التناقص في النشاط الاشعاعي. 1 ـ 5 ـ تطبيق: التأريخ بالنشاط الاشعاعي.
	تمارين
2. الانشطار النووي والاندماج النووي	2 ـ 1 ـ النقص في الكتلة. 2 ـ 2 ـ علاقة أينشتاين. 2 ـ 3 ـ طاقة الربط النووي. 2 ـ 4 ـ تفاعلات الانشطار والالتحام
	تمارين
3. المفاعلات النووية	3 ـ 1 ـ مبدأ عمل المفاعل النووي. 3 ـ 2 ـ تأثير المفاعلات على البيئة. 3 ـ 3 ـ أمن المفاعلات النووية.

الفيزياء

الوحدة الأولى	التحولات النووية
الوحدة الثانية	تطور الجمل الكهربائية
الوحدة الثالثة	تطور الجمل الميكانيكية
الوحدة الرابعة	التطورات الاهتزازية
الوحدة الخامسة	ظواهر الانتشار

1. النشاط الاشعاعي

1 ــ 1 ــ مكونات أنوية الذرات:

تحتوي نواة الذرة الموافقة للعنصر X على $A=Z+N$ نوية ، تسمى عدد النكلونات (النويات) A **بالعدد الكتلي** وعدد البروتونات Z **بالعدد الذري.** يوجد في الطبيعة حوالي 350 نوع من الأنوية المختلفة بالاضافة إلى الأنوية الصناعية التي يستطيع الانسان تصنيعها في المخبر.

رمز النواة :

يرمز لنواة الذرة بـ $^{A}_{Z}X$. مثال : نواة عنصر الصوديوم : $^{23}_{11}Na$ تحتوي $(Z=11)$ بروتون و $(N=A-Z=23-11=12)$ نيوترون.

نظائر العنصر:

لها أنوية تحتوي نفس العدد من البروتونات Z وتختلف في الرقم الكتلي بسبب اختلافها في عدد النيوترونات والنظائر لها نفس الخواص الكيميائية وتنتمي لنفس العنصر الكيميائي.

> **تحتوي نويات النظائر $^{A}_{Z}X$ و $^{A'}_{Z}X$ و $^{A''}_{Z}X$ و .. للعنصر X على نفس العدد من البروتونات، لكنها تختلف في عدد النيوترونات**

مثال:

تعتبر الأنوية الثلاثة التالية: $^{14}_{6}C$ ؛ $^{13}_{6}C$ ؛ $^{12}_{6}C$ ماذا تقول عن هذه الأنوية ؟ ما هو تركيبها ؟

الحل:

الأنوية الثلاثة لها نفس العدد الشحني(الذري) Z وتختلف في العدد الكتلي A فهي إذن نظائر تنتمي كلها لنفس عنصر الكربون:

$^{12}_{6}C$ تركيبها: $Z=6$ بروتون، $N=A-Z=6$ نيوترون

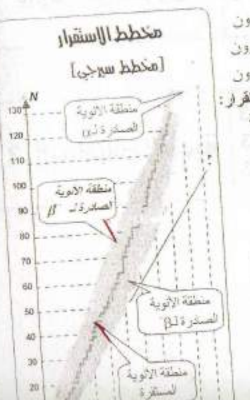
$^{13}_{6}C$ تركيبها: $Z=6$ بروتون، $N=A-Z=7$ نيوترون

$^{14}_{6}C$ تركيبها: $Z=6$ بروتون، $N=A-Z=8$ نيوترون

1 ــ 2 ــ استقرار وعدم استقرار النواة ــ منطقة الاستقرار:

يرجع استقرار وتماسك النواة إلى وجود تأثيرات جاذبة قوية بين نكلوناتها تحد من قوى التنافر الالكتروستاتيكي الناتجة عن البروتونات. عندما يزداد عدد البروتونات في النواة تتغلب قوى التنافر الالكتروستاتيكي على التأثيرات الجاذبة القوية فتصبح النواة غير مستقرة وتخضع عندئذ لتحولات نووية تلقائية فنقول انها مشعة.

المخطط التالي يبين تغيرات عدد النيوترونات $N=A-Z$ بدلالة عدد البروتونات Z.



ــ بالنسبة للأنوية الخفيفة $Z<20$ تكون الأنوية مستقرة إذا كان $N=Z$.

أمثلة: $^{12}_{6}C$ مستقر جدا وكذلك $^{35}_{17}Cl$ ؛ $^{37}_{17}Cl$ مستقران

ــ بالنسبة للأنوية الثقيلة $Z>20$ عدد النيوترونات أكبر من عدد البروتونات تكون الأنوية بصفة عامة مستقرة إذا كان: $N/Z \approx 1.5$ مثل: $N/Z = 124/82 = 1.51$

إذا كان $A>190$ تكون الأنوية غير مستقرة.

تعطى كتلة النواة أو الذرة بوحدة الكتل الذرية رمزها u: التي تساوي 1/12 من كتلة ذرة نظير الكربون 12

$$1u = \frac{12.10^{-3}}{12N_A}$$

تقدر بـ Kg و N_A عدد أفوقادرو .

$$1u = 1.66054 \times 10^{-27}\ kg$$

N ، 150 ، 100 ، $^{208}_{82}Pb$ ، $N=Z$ ، المنطقة المستقرة ، $^{35}_{17}Cl$ ، $^{37}_{17}Cl$ ، $^{12}_{6}C$ ، Z ، 20 ، 100

II ــ النشاط الإشعاعي:

يمكن لنواة غير مستقرة **(الأصلية أو النواة الأب)** أن تتفكك تلقائيا وعشوائيا معطية نواة أخرى **(متولدة أو النواة الإبن)** مصدرة جسيمات β,α وإشعاعات γ فهي إذن نواة مشعة.

التفاعل النووي التلقائي يمكن أن ننمذجه بمعادلة يراعى فيها القانونين التاليين:

ــ المجموع العددي لشحنات الأنوية المتشكلة يساوي المجموع العددي لشحنات الأنوية المتفككة.

ــ المجموع العددي لنكليونات الأنوية المتشكلة يساوي المجموع العددي لنكليونات الأنوية المتفككة..

> **النشاط الاشعاعي:** هو تفكك تلقائي وعشوائي لأنوية غير مستقرة مع انبعاث دقائق وفوتونات

1 ــ 3 ــ أنواع النشاط الإشعاعي :

A ــ النشاط الإشعاعي α :

تصدر النوى الثقيلة وغير المستقرة دقائق α (أنوية الهليوم He^{2+}) . : $^{A}_{Z}X \longrightarrow ^{A-4}_{Z-2}Y^{*} + ^{4}_{2}He$

$^{A}_{Z}X$ **تسمى نواة الأصلية ،** $^{A-4}_{Z-2}Y^{*}$ تسمى نواة متولدة في وضعية مثارة.

أمثلة: $^{210}_{84}Po \longrightarrow ^{206}_{82}Pb + ^{4}_{2}He^{2+}$

ــ انحفاظ عدد النكليونات: 210=206+4

ــ انحفاظ العدد الشحني : 84=82+2

تنبعث α بسرعة 20 000Km/s ويمكن إيقافها بورقة بسيطة.

N ، X ، Y ، α ، N-1 ، N-2 ، Z-2 ، Z-1 ، Z

الأنوية الثقيلة A>190 غير مستقرة تتفكك تلقائيا مصدرة نواة الهليوم $(He^{2+} = \alpha)$

B ــ النشاط الاشعاعي β^{-} $(^{0}_{-1}e)$:

يحدث هذا النشاط الاشعاعي للأنوية $^{A}_{Z}X$ والتي تحتوي على عدد كبير من النيوترونات بالنسبة لعدد البروتونات ، ويفسر هذا الانبعاث بتحول آني لنيوترون إلى بروترون والكترون $(^{0}_{-1}e)$ حسب التفاعل:

$$^{1}_{0}n \longrightarrow ^{1}_{1}p + ^{0}_{-1}e$$

النواة المتولدة (الإبن) تحتوي على بروتون أكثر من النواة الأصلية، خلال هذا التفكك تنبعث أشعة β^{-} $(^{0}_{-1}e)$

$$^{A}_{Z}X \rightarrow ^{A}_{Z+1}Y + ^{0}_{-1}e$$

مثال: $^{60}_{27}Co \rightarrow ^{60}_{28}Ni + ^{0}_{-1}e$

N ، X ، Y ، β^{-} ، N-1 ، Z ، Z+1

النواة الأصلية تقع فوق منطقة الاستقرار، فهي تملك المزيد من النيوترونات بالنسبة لعدد البروتونات فهي تتحول تلقائيا بإصدارها أشعة β

C ــ النشاط الاشعاعي β^{+} $(^{0}_{1}e)$:

يحدث هذا النشاط للأنوية $^{A}_{Z}X$ والتي تحتوي على عدد كبير من البروتونات بالنسبة لعدد النيوترونات انطلاق الكترون موجب $^{0}_{1}e$ (بوزيتون).

ويفسر هذا الانبعاث بتحول آني لبروتون إلى نيوترون وبوزيتون $^{0}_{1}e$. $^{1}_{1}p \longrightarrow ^{1}_{0}n + ^{0}_{1}e$

ومنه النواة المتولدة الناتجة تحتوي على نيوترون أكثر من النواة الأصلية : $^{A}_{Z}X \rightarrow ^{A}_{Z-1}Y + ^{0}_{1}e$

مثال: $^{30}_{15}P \rightarrow ^{30}_{14}Si + ^{0}_{1}e$

ــ النواة الأصلية تقع تحت مجال الاستقرار، فهي تملك المزيد من البروتونات بالنسبة لعدد النيوترونات فهي تتحول تلقائيا بإصدارها أشعة β^{+} :

N, N+1, Z-1, Z, Y, X, β^{+}

النواة الأصلية تقع تحت منطقة الاستقرار، فهي تملك المزيد من البروتونات بالنسبة لعدد النيوترونات فهي تتحول تلقائيا بإصدارها أشعة β^{+}

ملاحظات:

1. في حالة النشاط الاشعاعي β (β^{-} ، β^{+}) الدقائق كتلتها مهملة فهي تصدر أيضا نيوترونو $^{0}_{0}\nu$ أو ضد النيوترونو $^{0}_{0}\bar{\nu}$ حيث لا تؤخذ بين الاعتبار.

2. أشعة β (β^{-} ، β^{+}) البوزيتونات والالكترونات تنبعث بسرعة كبيرة تقدر بـــ 280.000Km/s ، يمكن إيقافها بصفيحة من الألمنيوم سمكها بضع مللمترات، تنتقل في الهواء بعض الأمتار فقط.

	الدقيقة	الرمز	الشحنة
نواة الهليوم	α	$^{4}_{2}He$	$+2e$
إلكترون	β^{-}	$^{0}_{-1}e$	$-e$
بوزيتون	β^{+}	$^{0}_{1}e$	$+e$

الدقائق التي يمكن أن تصدرها عينة مشعة.

4 ــ الإصدار γ

خلال تفكك نواة مشعة فالنواة المتولدة غالبا ما تكون مثارة تصبح غير مثارة وتستقر بإصدار طاقة على شكل أمواج كهرومغناطيسية تسمى **إشعاع** γ ، لها طول موجة صغير وقدرة اختراق عالية مثال:

$^{30}_{15}P \longrightarrow ^{30}_{14}Si^{*} + ^{0}_{1}e \rightarrow ^{30}_{14}Si^{*} \rightarrow ^{30}_{14}Si + \gamma$ النواة المتولدة $^{30}_{14}Si^{*}$ مثارة

1 ــ 4 ــ التناقص في النشاط الاشعاعي:

تثبت التجارب أنه في اللحظة t توجد عينة تحتوي N نواة مشعة غير متفككة ، فخلال مجال زمني صغير Δt نحصل على قيمة متوسطة $\bar{n}$ لعدد الأنوية المتفككة، وفي اللحظة $t+\Delta t$ تبقى $N-\bar{n}$ نواة غير متفككة ، N تابع للزمن و يكتب: $N(t)$

التغير في عدد الأنوية المشعة هو: $N(t+\Delta t)-N(t)=\Delta N=-\bar{n}$ هذا المقدار سالب لأن عدد الأنوية المشعة يتناقص خلال الزمن.

مميزات المنبع المشع: يحتوي المصدر الاشعاعي $^{A}_{Z}X$ على N نواة مشعة في اللحظة t لندرس عدد الأنوية المتفككة في الثانية

المصدر	النشاط بـــ (Bq)
جسم الإنسان	8000
1L من الماء المعدني	10
1L من الحليب	80
1kg من الغرانيت	1000
1g من البلوتونيوم	2.10^{9}

1/نشاط المنبع المشع A: النشاط A لمصدر مشع هو المتوسط العددي للتفككات الناتجة في الثانية: $A=-\frac{\bar{n}}{\Delta t}=\frac{\Delta N}{\Delta t}$

يقدر A بالبكريل (*Becquerel*) ورمزه (Bq) ،

1Bq يمثل تفككا واحدا في الثانية

2/ثابت النشاط الإشعاعي (ثابت التفكك):

عدد التفككات في زمن معطى يتناسب مع العدد N ومنه: $A=\lambda\times N$ حيث : λ يسمى ثابت النشاط الإشعاعي ويقدر بـــ: s^{-1}

3/فترة نصف العمر:

العنصر المشع	نصف العمر
^{238}U	$4.5.10^{9}$ سنة
^{14}C	5570 سنة
^{131}I	8.1 [illegible]

فترة نصف العمر $t_{1/2}$ لعينة مشعة : هي المدة الزمنية اللازمة لتفكك [illegible]

قص النشاط الإشعاعي :

ون تناقص النشاط الإشعاعي: من التغيرات الطفيفة لنشاط عينة نكتب: $A=\lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{-\Delta N}{\Delta t}\right)=-\frac{dN}{dt}$

ولدينا: $A=\lambda\times N \leftarrow \frac{-dN}{dt}=\lambda\times N$ وعدد الأنوية يتعلق بالزمن فإن: $\frac{-dN(t)}{dt}=\lambda\times N(t)$

ذه المعادلة تسمى **المعادلة التفاضلية للتطور** تقبل حلا أسيا من الشكل:

$N(t)=N_0.e^{-\lambda t}$ ...(1) N_0 عدد الأنوية المشعة في اللحظة $t=0$

ت الزمن لجسم مشع يرمز له بـــ : τ

عطى بالعلاقة: $\tau=\frac{1}{\lambda}$ ويقدر بالثانية s وتصبح العلاقة (1) : $N(t)=N_0.e^{-(1/\tau)t}$

خططات البيانية للقانون وكيفية استغلالها.

البيان يمثل تطور عدد الأنوية المشعة $N(t)$ بدلالة الزمن t

$t_{1/2}$ فترة نصف العمر

$N(t)$, N_0, $N_0/2$, N_0/e, $N_0/4$, $N_0/8$, $N_0/16$, t, $t_{1/2}$, τ, $2t_{1/2}$, $3t_{1/2}$, $4t_{1/2}$

البيان يمثل تطور النشاط $A(t)$ بدلالة الزمن t

$A(t)$, A_0, $A_0/2$, A_0/e, $A_0/4$, $A_0/8$, $A_0/16$, t, $t_{1/2}$, τ, $2t_{1/2}$, $3t_{1/2}$, $4t_{1/2}$

أجل نواة معطاة نميز زمنين:

الثابت الزمني τ يمثل تقاطع المماس عند بداية ان $N(t)$ أو $A(t)$ مع محور الزمن

$N(\tau)=N_0e^{-\lambda\tau}=N_0$

ه: $N(\tau)=0.37N_0$

الزمن يميز تطور تفكك النواة المشعة.

ة نصف العمر $t_{1/2}$ لدينا:

$N(t_{1/2})=N_0/2=N_0e^{-(1/\tau)}$ **بأخذ** ln الطرفين

: $\frac{1}{2}=e^{-(1/\tau)t_{1/2}} \rightarrow -\ln 2=-\frac{1}{\tau}t_{1/2}$

: $t_{1/2}=\frac{\ln}{\lambda}=\ln 2\times\tau$

الأنوية المشعة الموجودة خلال $4\tau=4/\lambda$

: $N(4\tau)=N_0e^{-\lambda(4/\lambda)}=N_0/e^{4}=N_0/54.6$

أجل $t=5\tau$ فإن $N(5\tau)\approx 0$

لدينا: $A(t)=\frac{dN(t)}{dt}=\lambda N(t)=\lambda N_0e^{-\lambda t}$ ،

فإن: $A_0=\lambda N_0$ ومنه: $A(t)=A_0e^{-\lambda t}$

A_0 هو النشاط الابتدائي للعينة عند $(t=0)$

يتناقص نشاط عينة مشعة أسيا مع الزمن ومنه:

$A(t)=\lambda N(t)=\frac{\ln 2.N(t)}{t_{1/2}}$

يتناسب نشاط عينة مشعة مع العدد $N(t)$ للأنوية المشعة، وعكسا مع مدة نصف العمر $t_{1/2}$.

من أجل $t=\tau$ فإن : $A(\tau)=A_0e^{-\lambda\tau}=A_0/e$

ومنه: $A(\tau)=0.37A_0$

من أجل $t=5\tau$ فإن $A(5\tau)=0.00001A_0\approx 0$

ملاحظة :عينتان مختلفتان لهما نفس العدد الابتدائي من الأنوية المشعة ، فالعينة التي لها مدة نصف عمر أقل لها نشاط إشعاعي أكبر.

إكمال الجدول باستخدام العلاقة $-\ln(N/N_0)$

$t(j)$	0	30	60	90	120	150
$-\ln(N/N_0)$	0	0.15	0.30	0.45	0.60	0.76

b/ البيان الناتج خط مستقيم معادلته

$-\ln(N/N_0)=at$ حيث $a=5.10^{-3}$

علاقة $N(t)$: $N(t)=N_0e^{-\lambda t}$ ومنه: $-\ln(N/N_0)=\lambda t$

بالمطابقة فإن ثابت النشاط الإشعاعي $\lambda = a$ ومنه:

$\lambda = 5.0\times10^{-3}\ jours^{-1}$

و τ: $\tau = 1/\lambda = 1/5.10^{-3} = 200\,jours$

مدة نصف العمر لدينا: $\ln 2 = 0.69$ ومن البيان نجد: $t_{1/2} = 138\,jours$

تمرين4

ورد في مقال صحفي المعلومة التالية:

" **صكّ يوم 2 أوت 1999 طرد بريدي من اليود 131 المشع باتجاه المركز الطبي للمدينة ولم يعثر عليه حتى يوم 1 أكتوبر 1999.**" يقدر النشاط الاشعاعي للطرد يوم 2 أوت 1999 بـ $2{,}6.10^{8}Bq$

1/ اليود $^{131}_{53}I$ يتفكك إلى Xe غير مثار وتنبعث منه أشعة β^- أكتب معادلة التفكك.

2/عرف مدة نصف العمر $t_{1/2}$ والنشاط $A(t)$ لعينة مشعة. ما هي العلاقة التي تربط بين $A(t)$ و $t_{1/2}$ والعدد $N(t)$ للأنوية المشعة في العينة في اللحظة t.

3/ علما أن مدة نصف العمر لليود131 هو 8.1 يوم، ما هو نشاط العينة في1أكتوبر 1999 أي بعد 60 يوم من صكه؟

4/ علما أنه من خلال فحص طبي يجب حقن المريض بكمية تقدر بـ $4.10^{6}Bq$ هل يمكن أن نستعمل عينة الطرد في 1999/10/1 لعلاج المريض؟

5/ أحسب كتلة اليود المشع المحتواة في عينة الطرد يوم 1999/08/2. $N_A = 6{,}02.10^{23}\,mol^{-1}; M(I) = 131g/mol$

الحل

1/ **كتابة معادلة التفكك:** اليود يعطي اشعاع β^- فنواة اليود تكتسب بروتون وتتحول إلى $^{131}_{54}Xe$ المستقر حسب التفاعل: $^{131}_{53}I \rightarrow \beta^- + ^{131}_{54}Xe + \gamma$

2/ تعريف نصف العمر: هو الزمن اللازم لكي تصبح $N(t)=N_0/2$

والنشاط $A(t)$ بالتعريف هو: $A(t)=(-dN)/dt = d(N_0e^{-\lambda t})/dt = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0e^{-\lambda t}$

العلاقة بين $A(t)$ و $t_{1/2}$ والعدد $N(t)$: لدينا: $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow A(t) = \ln 2\dfrac{N(t)}{t_{1/2}}$

3/ نشاط العينة في 1أكتوبر: النشاط $A(t)$ عند $t_{1/2}$ هو: $A(t_{1/2}) = \dfrac{\ln 2N(t_{1/2}).}{t_{1/2}} = \dfrac{A_0}{2^n}$

يقسم النشاط على 2 كلما مر زمن نصف العمر ومدة 60 يوم تمثل : 60/8.1=7.4 مرة نصف العمر ومنه: $A(Oct) = \dfrac{A(Aout)}{2^{7,4}} = \dfrac{2{,}6.10^{8}}{2^{7,4}} = 1{,}5.10^{7}\,Bq$

4/ العينة الباقية أكبر من $4.10^{6}Bq$ إذن فهي تكفي لفحص المريض.

5/ حساب كتلة اليود: حسب الجدول ... $A(t) = \lambda N(t)$ و $N(t) = A(t)/\lambda$

بالتعريف $\lambda = \ln 2/t_{1/2}$ ومنه: $N(t) = A(t).t_{1/2}/\ln 2$ وعدد مولات الأنوية المشعة هو: $n(t) = N(t)/N_A$ وكتلة أنوية اليود 131 هي : $m = n(t)M_I = \dfrac{A(t).t_{1/2}.M_I}{N_A \ln 2} = 5.7\times10^{-7}g$

تمرين5

نواة اليود 131 هي نواة مشعة فترة نصف عمرها 8.02 يوم قانون التناقص للعدد المتوسط $N(t)$ للأنوية في عينة مشعة هو : $N = N_0e^{-\lambda t}$

1 ــ أعط تعريف مدة نصف العمر $t_{1/2}$.

2 ــ ما هي العلاقة الموجودة بين $t_{1/2}$ و λ؟ أحسب قيمة λ.

3 ــ عينة نشاطها $A = 1600\,Bq$

a. ما هو عدد التفككات في الثانية ؟

b. ما العلاقة الموجودة بين النشاط A والعدد المتوسط $N(t)$ للأنوية ؟ أحسب قيمة $N(t)$ في وقت القياس.

الحل:

1 ــ تعريف مدة نصف العمر: هو الزمن اللازم لكي تصبح $N(t)=N_0/2$

2 ــ العلاقة الموجودة بين $t_{1/2}$ و λ و حساب قيمة λ

$N = N_0e^{-\lambda t} \rightarrow \lambda t = \ln(N_0/N) \rightarrow \lambda t_{1/2} = \ln 2 \rightarrow \lambda = \ln 2/8{,}02\times24\times3600 = 1\times10^{-6}s^{-1}$

3 ــ a. عدد التفككات في الثانية هو 1600 تفكك في الثانية لأن 1 بيكيرل يمثل تفككا واحدا في الثانية

b. العلاقة بين A والعدد المتوسط $N(t)$ وحساب قيمته : $A = \left|\dfrac{dN}{dt}\right| = N_0\lambda e^{-\lambda t} = \lambda N(t)$

$$N(t) = \frac{A(t)}{\lambda} = \frac{1600}{1{,}0.10^{-6}} = 1{,}60.10^{9}$$

تمرين6:

ينقص عدد ذرات عنصر مشع بـ 90% خلال $3h20\min$.

1) أحسب مدة نصف عمر هذا العنصر.

2) ما هي المدة الزمنية اللازمة لبقاء 1%؟

الحل:

1 ــ حساب مدة نصف العمر $t_{1/2}$: لدينا:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}},\ N = N_0e^{-\lambda t} \rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\ln 2t/t_{1/2}} \rightarrow \ln\frac{N}{N_0} = \frac{-\ln 2.t}{t_{1/2}} \rightarrow t_{1/2} = \frac{t.\ln 2}{\ln(N_0/N)}$$

$$\frac{N}{N_0} = \frac{10}{100} \rightarrow \frac{N_0}{N} = 10 \rightarrow t = 3h20\min = 3.33h \rightarrow t_{1/2} = \frac{3.33\ln 2}{\ln 10} = \ldots$$

2 ــ حساب المدة الزمنية لبقاء 1% من الذرات:

لدينا: $\dfrac{N_0}{N} = 100 \rightarrow \dfrac{N}{N_0} = \dfrac{1}{100}$ و $\ln\dfrac{N_0}{N} = \dfrac{t\ln 2}{t_{1/2}}$ ومنه:

$$t = \frac{\ln(N_0/N).t_{1/2}}{\ln 2} \Rightarrow t = \frac{\ln 100.0}{\ln 2} = \frac{4.605}{0.69} = 6.67h$$

تمرين 7

مادة مشعة مدة نصف عمرها $t_{1/2} = 10s$ ... تقدر 2×10^{7} دقيقة في الثانية .

1. أحسب ثابت النشاط الإشعاعي لهذه المادة

2. أحسب نشاط هذه الماد.

3. ما عدد الأنوية المشعة في المادة.

4. ما عدد الأنوية المشعة الباقية بعد $t = 30s$

5. ما نشاط هذه المادة عندئذ ؟

الحل

1. حساب ثابت النشاط الإشعاعي : لدينا: $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0.693}{10} = 0.0693 s^{-1}$

2. حساب النشاط A : النشاط هو عدد التفككات خلال ثانية ومنه: $A = 2.10^7 Bq$

3. عدد الأنوية المشعة : لدينا : $A = \lambda N$ N : عدد الأنوية المشعة

ومنه: $N_0 = A_0 / \lambda = 2.10^7 / 0.0693 = 2{,}9.10^8$ نواة

4. عدد الأنوية المشعة الباقية بعد $t = 30s$

لدينا: $N = N_0 e^{-\lambda t}$ حيث $N_0 = 2{,}9.10^8$ نواة عند $t = 0$

وعند $t = 30s$ يبقى: $N(30) = 2.9.10^8 e^{-0.0693 \times 30} = 3.6.10^7$

5. النشاط الجديد للمادة: $A = \lambda N = 6{,}93.10^{-2} \times 3{,}6.10^7 = 2{,}5.10^6 Bq$

تمرين8

1. نظير البوتاسيوم ${}^{40}_{19}K$ مشع يتفكك ويعطي الأرغون ${}^{40}_{18}Ar$ أكتب معادلة التفكك.
2. أحسب ثابت النشاط الإشعاعي إذا كان نصف عمر ${}^{40}_{19}K$ هو $t_{1/2} = 1.5.10^9 ans$
3. من أجل تحديد عمر أحجار قمرية جلبها رواد أبولو11 نقيس كمية البوتاسيوم 40 المشع ونانج تفكك الأرغون40 المحتوى في الحجر. $N_{Ar} = \frac{8{,}2.10^{-4}}{22400} N_A = 3{,}66.10^{-7} N_A$

تحتوي عينة كتلتها $1g$ على $82.10^{-4} mL$ من الأرغون 40 و $1.66.10^{-6} g$ من البوتاسيوم 40 حجوم الغازات مقاسة في الشرطين النظاميين وتذكر أن الأرغون غاز أحادي الذرة ما عمر هذه الأحجار ؟

$N_A = 6{,}02.10^{23} mol^{-1}, V_M = 22.4 1L / mol$

الحل

1. كتابة معادلة التفكك. ${}^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{18}Ar + {}^{0}_{1}e + {}^{0}_{0}\overline{\nu}$

2. حساب ثابت النشاط الإشعاعي: $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0.693}{1{,}5.10^9} = 4{,}62.10^{-10} ans^{-1}$

3. عمر الأحجار القمرية:

ليكن N_0 عدد ذرات ${}^{40}_{19}K$ في $1g$ فيبقى N في اللحظة t ، وينتج $N_0 - N$ ذرة أرغون حيث: $N_{Ar} = N_0 - N$ و N ذرة بوتاسيوم المتبقاة ومن جهة أخرى فإن N_0 هي مجموع $N = N_0 e^{-\lambda t}$

باقية $N = \frac{1{,}66.10^{-6}}{40} N_A = 4{,}15.10^{-8} N_A$

ويكون $N_0 = N_{Ar} + N$ ومنه: $N_0 = (3{,}66.10^{-7} + 4{,}15.10^{-8}) N_A = 4{,}075.10^{-7} N_A$

ومن قانون التناقص: $N = N_0 e^{-\lambda t}$ فإن: $N / N_0 = e^{-\lambda t} \rightarrow \ln N / N_0 = -\lambda t$

$\ln \frac{4{,}15.10^{-8}}{4{,}075.10^{-7}} = -4{,}62.10^{-10} t \rightarrow -2{,}284 = -462.10^{-10} t \rightarrow t = 4{,}94.10^9 ans$

تمرين9

يصدر نظير الأستات المشع ${}^{211}_{85}At$ دقيقة α .

1. أكتب معادلة التفكك الموافقة، أعط تركيب النواة المتولدة ورمزها يعطى:

${}_{82}Pb, {}_{83}Bi, {}_{84}Po, {}_{85}Rn, {}_{87}Fr, {}_{88}Ra$

2. a. ما عدد النويات المشعة N_0 المحتواة في كتلة m_0 من النظير ${}^{211}_{85}At$ ؟

ق عددي: $m_0 = 10^{-5} g .., 1u = 1.66.10^{-24 g}$

دينا في اللحظة $t = 0$ عينة تحتوي N_0 من أنوية ${}^{211}_{85}At$ المشع وفي اللحظة t يحدد العدد N قي من الأنوية غير متفككة فنحصل على ل القياسات التالي:

$t(h)$	0	4	6	10	15	20
N/N_0	1	0.68	0.56	0.38	0.23	0.14

م البيان $-\ln(N/N_0) = f(t)$ واستنتج ثابت النشاط الإشعاعي ونصف عمر ${}^{211}_{85}At$.

حسب عدد دقائق α المنبعثة خلال الساعة الأولى للتفكك إذا كانت الكتلة الابتدائية للعينة $m_0 = 10^{-5} g$

معادلة تفكك نواة الأستات : لدينا : ${}^{211}_{85}At \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{A}_{Z}X$ ولتعيين ${}^{A}_{Z}X$ نستعمل قوانين الانحفاظ

حفاظ الشحنة: $85 = 2 + Z \rightarrow Z = 83$ ، ـــ انحفاظ عدد النويات: $211 = 4 + A \rightarrow A = 207$

${}^{A}_{Z}X$ يوافق الرادون ${}^{207}_{83}Bi$ ونه معادلة التفكك : ${}^{211}_{85}At \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{207}_{83}Bi$

a.عدد النويات المشعة في الكتلة m_0 :

حساب N_0 : لدينا: كتلة النواة ذات العدد الكتلي A هي: $m = A.m_u$

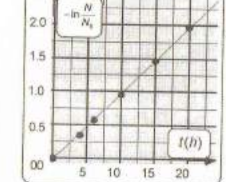
ت: m_u وحدة الكتل الذرية ويكون عدد الأنوية في الكتلة m_0 هو : $N_0 = \frac{m_0}{m} = \frac{m_0}{Am_u}$

ه: $N_0 = \frac{10^{-5}}{211 \times 1{,}66.10^{-24}} = 2{,}85.10^{16}$ نواة

ان القيم المعطاة في التمرين تمكن انجاز الجدول التالي

$t(h)$	0	4	6	10	15	20
$-\ln N/N_0$	0	0.35	0.58	0.96	1.47	1.97

م البيان $-\ln(N/N_0) = f(t)$ واستنتاج ثابت شاط الإشعاعي ونصف عمر ${}^{211}_{85}At$



ان معادلته: $-\ln \frac{N}{N_0} = \lambda t$ وميله λ ومنه: $\lambda = \frac{1.47 - 0}{15 - 0} = 0.1 h^{-1}$

ف العمر: $t_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 0.693 / 0{,}1.3600 = 1{,}9.10^{-3} s$

عدد دقائق α المنبعثة هو $N_0 - N$ من أنوية ${}^{211}_{85}At$

$N_\alpha = N_0 - N = N_0 - N_0 e^{-\lambda t}$

ي اللحظة $t = 1h$ ، $\lambda = 0.1 h^{-1}$ ولدينا $N_0 = 2{,}85.10^{16}$ ومنه:

$N_\alpha = 2{,}85.10^{16}(1.e^{-0.1}) = 2{,}71.10$

رين10

در الفوسفور المشع ${}^{31}_{15}P$ الدقيقة β^-

أكتب معادلة التفكك مستعينا بالجدول الدوري من أجل تحديد النواة المتولدة.

نصف عمر الفوسفور ${}^{31}_{15}P$ يساوي 14.3 يوم ، أوجد العلاقة التي تربط نصف العمر $t_{1/2}$ بت النشاط الإشعاعي λ ، وأحسبه.

a. أعط عبارة النشاط الإشعاعي A لعينة من الأنوية المشعة التي تحتويها .

أحسب كتلة العينة من ${}^{31}_{15}P$ والتي نشاطها $1.2 \times 10^{16} Bq$.

ما التركيب الكتلي لهذه العينة بعد 30 يوم؟ $N_A = 6{,}02.10^{23} mol^{-1}$

1. كتابة معادلة التفكك: التفكك β^- يوافقه انبعاث الكترون وضد نيوترونو والنواة ${}^{A}_{Z}X$ ومنه

$${}^{32}_{15}P \rightarrow {}^{A}_{Z}X + \beta^- + {}^{0}_{0}\bar{\nu}$$ من انحفاظ عدد النويات

$32 = A + 0 \rightarrow A = 32$ من انحفاظ الشحنة ، $15 = Z - 1 \rightarrow Z = 16$ ومنه النواة الناتجة

${}^{32}_{16}X$ توافق نواة الكبريت ${}^{32}_{16}S$ وتكون معادلة التفاعل: ${}^{32}_{15}P \rightarrow {}^{32}_{16}S + \beta^- + {}^{0}_{0}\bar{\nu}$

2. العلاقة بين $t_{1/2}$ ، λ : لدينا: $N = N_0 e^{-\lambda t}$

نصف العمر هو المدة الزمنية والتي من أجلها $N = N_0 / 2$ ومنه: $N_0 / 2 = N_0 e^{-\lambda t1/2}$ ←

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0.963}{14.3} = 0.0485 J^{-1} = 4190 s^{-1} \quad \leftarrow 0.5 = e^{-\lambda t_{1/2}} \rightarrow \ln 2 = \lambda t_{1/2}$$

a.3. عبارة النشاط الإشعاعي A : لدينا: $A(t) = dN(t)/dt$ ومنه: $A = \lambda N(t)$

b. حساب كتلة العينة التي نشاطها $1.2.10^{16} Bq$: $N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{1,2.10^{16}}{5,61.10^{-7}} = 2,138.10^{22}$

وتكون كمية المادة الموافقة لها:

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{2.138 \times 10^{22}}{6,02 \times 10^{23}} = 3.55 \times 10^{-2} mol$$

ولدينا: $n = m / M_p \rightarrow m = n.M_p = 3,55.10^{-2} \times 32 = 1.137 g$

c ـ التركيب الكتلي بعد 30 يوم: يعطى عدد الأنوية المتبقاة بعد30 يوما بالعلاقة:

$N = N_0 e^{-\lambda t} \rightarrow N / N_0 = e^{-\lambda t}$ حيث $\lambda = 0.0485 j^{-1}$ ومنه: $N / N_0 = 0.233$

من أجل كل نواة متفككة تظهر نواة من الكبريت فتركيب المزيج من الأنوية هو :

$${}^{32}_{15}p = 23.3\% \ , \ {}^{32}_{16}S = 76.7\%$$

وبما أن كتل الأنوية متساوية تقريبا فالمزيج الكتلي له تقريبا نفس التركيب الكتلي المئوي.

تمرين 11

تحتوي المادة الحية نسبة كربون ${}^{14}_{6}C$ مماثلة لما يوجد في ثنائي أكسيد كربون الجو وتتناقص هذه النسبة بعد الوفاة لتوقف مبادلة ${}^{14}_{6}C$ بين المادة الحية والجو. والكربون ${}^{14}_{6}C$ يصدر β^-.

1. أكتب معادلة التفكك .
2. تمّ أخذ عينة من فحم نقي كتلتها m وجدت في كهف نشاطها $1175 Bq$ ما عمر القطعة التي عثر عليها في الكهف علما أن نشاط كتلة مماثلة لها في الوقت الحاضر هو $5875 Bq$ ؟ $t_{1/2} = 5570 ans$

الحل

1. معادلة التفكك: ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + \beta^- ({}^{0}_{-1}e) + \gamma$

2. عمر القطعة التي عثر عليها في الكهف: لدينا : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0.693}{5570} = 1.24 \times 10^{-4} an^{-1}$

$$\ln \frac{A_0}{A} = \lambda t \leftarrow A = A_0 e^{-\lambda t} \rightarrow A / A_0 = e^{-\lambda t}$$

$$t = \frac{\ln A_0 / A}{\lambda} = \frac{\ln 5875 / 1175}{1.24 \times 10^{-4}} = \frac{\ln 5}{1,24.10^{-4}} = 13000 ans$$

مرين12:

ينتج تفاعل نووي النظير24 للصوديوم الذي مدة نصف عمره هو $15h$.
1ـ ما هو الزمن اللازم لبقاء 1% من هذا النظير؟
2 ـ ما هي النسبة المئوية المتبقية بعد 6 أيام؟ وما هي المدة الزمنية لبقاء 1/1000؟

حل:

) المدة الزمنية لبقاء 1% من النظير ${}^{24}Na$:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}, \ \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \rightarrow \ln \frac{N}{N_0} = \lambda . t = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \ , \frac{N_0}{N} = \frac{100}{1}$$

$$t = \frac{t_{1/2}(\ln N_0 / N)}{\ln 2} = \frac{15 \ln 100}{0.69} = 99h = 4 jours 3.7h$$

) النسبة المئوية المتبقاة بعد 6 أيام:

$$\ln \frac{N_0}{N} = \lambda t, \quad t = 6j = 6 \times 24 = 144h = 9,6 t_{1/2}$$

ينا:

$$\ln \frac{N_0}{N} = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} . t = \frac{\ln 2.144}{15} = 2,89 \rightarrow \frac{N}{N_0} = 1,29 \times 10^{-3} = 0,129\%$$

عد حوالي $10 t_{1/2}$ يبقى فقط $\frac{1}{1000}$ من ذرات الصوديوم24.

مرين13

لاحظ عند قذف النكليد X بالدقائق α يحدث التفاعل التالي: $X + \alpha \rightarrow {}^{22}_{11}Na + n$

نظير22 للصوديوم مشع ويصدر البوزيتونات وفق التفاعل التالي: ${}^{22}_{11}Na \rightarrow \beta^+ + Y + {}^{0}_{0}\nu$.

ـ حدد النكليدان المستقران X ، Y.

ـ نعزل $20mg$ من الصوديوم (النظير22) الذي نشاطه $17,7 \times 10^{11}$ تفكك في الثانية. أحسب ثابت النشاط الإشعاعي λ لـ ${}^{22}Na$ وأيضا نصف عمره.

لمعطيات: $M_{Na} = 22 gmol^{-1}$ ، $M_{Cl} = 35,5 gmol^{-1}$ ، $1an = 3,16 \times 10^7 s$ ، $N_A = 6 \times 10^{23} mol^{-1}$

الحل:

1) النكليدان المستقران X ، Y:

تطبيق قانون انحفاظ النويات: ${}^{A}_{Z}X + {}^{4}_{2}H \rightarrow {}^{22}_{11}Na + {}^{1}_{0}n$ ، $A + 4 = 22 + 1 \rightarrow A = 19$

تطبيق قانون انحفاظ الشحنة: $Z + 2 = 11 + 0 \rightarrow Z = 9$ ومنه ${}^{19}_{9}X = {}^{19}_{9}F$

ولدينا: ${}^{22}_{11}Na \rightarrow {}^{0}_{1}e + {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{0}\nu$: $22 = A + 0 \rightarrow A = 22$ ، $11 = Z + 1 \rightarrow Z = 10$ ومنه: ${}^{22}_{11}Na \rightarrow {}^{0}_{1}e + {}^{22}_{10}Y + {}^{0}_{0}\nu$

ومنه: ${}^{22}_{10}Y = {}^{22}_{10}Ne$

2) . حساب ثابت النشاط الإشعاعي λ لـ ${}^{22}Na$ وأيضا مدة نصف عمره:

عدد ذرات الصوديوم المتواجدة في $20mg$ من كلور الصوديوم:

لدينا : $n = \frac{m}{M_{NaCl}} = \frac{20 \times 10^{-3}}{22 + 35,5}$

ويكون $N = n N_A = \frac{20 \times 10^{-3}}{57,5} \times 6 \times 10^{23} = 2 \times 10^{20}$ ذرة

ولدينا: $A_0 = \lambda N_0 \to \lambda = \frac{A_0}{N_0} = \frac{17,7\times10^{11}}{2\times10^{20}} = 8,85\times10^{-9}s^{-1}$ ،

ويكون مدة نصف العمر: $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,69}{8,85\times10^{-9}} = 7,8\times10^{7}s$ أي : $t_{1/2} = 2.47ans$

تمرين14

عنصر التكنيسيوم 99 ($^{99}_{43}Tc$) مصدر لإشعاعات γ المستعملة في التصوير الطبي بالرسم الطبقي (وهو أسلوب يسمح بأخذ الصورة السلبية cliché للتصاميم العضوية) باكتشاف كاميرا – قاما. مدة نصف عمره هو 6.01 ساعة، تحتوي عينة منه على أنوية مشعة لها نشاط يساوي $130Bq$ عند $t = 0$.

1 - ماهي علاقة النشاط الاشعاعي $A(t)$ لهذه العينة و علاقة العدد المتوسط للأنوية المشعة $N(t)$؟ وما هي العلاقة بين $A(t)$ و $N(t)$؟

2 ـــ عرف مدة نصف العمر $t_{1/2}$. عين قيمتي ثابت الزمن τ وثابت النشاط الاشعاعي λ.

3 ـــ ما هو الزمن الذي يقل فيه النشاط إلى الربع ؟ ثم الثمن؟

4 ـــ a. أحسب العدد المتوسط N_0 للأنوية المشعة عند $t = 0$.

b. أحسب العدد المتوسط للذرات بعد ستة أشهر. الاستنتاج.

الحل:

1 . العلاقتان هما: $N(t) = N_0e^{-\lambda.t}$ ، $A(t) = A_0e^{-\lambda.t} \to A(t) = \lambda N(t)$

2. تعريف مدة نصف العمر : هو الزمن اللازم كي تصبح $N(t)=N_0/2$

حساب τ ، λ : لدينا : $\lambda.t_{1/2} = \ln 2., \tau = 1/\lambda = t_{1/2}/\ln 2$

ومنه: $\lambda = \frac{\ln 2}{6,01.3600} = 3,204.10^{-5}s^{-1}$, $\tau = \frac{1}{\lambda} = 31214s = 8.67h$

3. عندما يقل النشاط إلى الربع فإن : $t = 2t_{1/2} = 12.02h$ والنشاط يقسم على 4

وعندما يقل النشاط إلى الثمن فإن : $t = 3t_{1/2} = 18.03h$ والنشاط يقسم على 8

4. a. حساب العدد المتوسط N_0 للأنوية المشعة عند $t = 0$

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{130}{3,204.10^{-5}} = 4,057.10^{6}$$

حساب العدد المتوسط للذرات بعد ستة أشهر: $N = N_0e^{-\lambda t} = 4,06.10^{6}\exp\frac{-\ln 2.180.24}{6.01} < 1$

الاستنتاج.هذا العدد أقل من 1 فليس له معنى فالعينة لا تحتوي على أية نواة مشعة.

تمرين15

5 ـــ بعد حادثة تشرنوبل عام 1986 م أخذت عينة تحتوي عدة نشاطات إشعاعية.. قيست هذه النشاطات الإشعاعية المختلفة في العينة فكانت النتائج التالية:

النكليد	^{137}Cs	^{106}Ru	^{144}Ce
النشاط Bq	$5.5.10^4$	$7.6.10^4$	$2.9.10^5$
الدور	30 سنة	1.0 سنة	0.80 سنة

1. أحسب النشاط الكلي لهذه العينة .

2. كيف يصبح نشاط كل إشعاع لهذه العينة عام 2008 م؟ استنتج النشاط الكلي لهذه العينة في هذا الزمن

الحل:

1. النشاط الكلي هو مجموع النشاطات : $A = (5.5+7.6+29)10^4 = 42,1.10^4Bq$

2. نشاط كل إشعاع لهذه العينة عام 2008 م : بالنسبة لكل عنصر مشع فإن:

$A(t) = A_0.\exp(-\lambda.t) = A_0.\exp\left[\frac{-\ln 2.t}{t_{1/2}}\right]$ ومنه $A(Cs) = 5,5.10^4\exp\frac{-\ln 2.22}{30} = 3,3.10^4Bq$

$A(Ru) = 7,6.10^4\exp\frac{-\ln 2.22}{1} = 7,2.10^{-2}Bq$

$A(Ce) = 2,9.10^5\exp\frac{-\ln 2.22}{0.8} = 1,8.10^{-3}Bq$

ط في هذا الزمن يعود أساسا إلى السيزيوم ويساوي $3,3.10^4Bq$

ن16

من البيزموث المشع $^{212}_{83}Bi$ ينتج عنها 2.10^{16} في 5 ثواني وتفككها يعطي الثاليوم $^{208}_{81}Tl$ نصف عمره $t_{1/2} = 60\min$.

أكتب معادلة التفاعل النووي الحادث.

ا نوع هذا النشاط الاشعاعي ؟

2.a. أحسب نشاط العينة عند زمن القياس.

b. كيف يصبح النشاط بعد ساعة من الزمن ؟ وبعد 10ساعات ؟

3. ما عدد الأنوية الابتدائية المشعة الموجودة في العينة؟ يعطى : $\ln 2 = 0.7$, $2^{10} = 1024$

معادلة التفاعل: $^{212}_{83}Bi \to ^{208}_{81}Tl + ^{4}_{2}He$

تعلق هذا النشاط بإصدار أشعة α مصحوبة بأشعة γ لأن الرقم الذري نقص بوحدتين والرقم ي بـــ 4 وحدات.

حساب نشاط العينة لحظة القياس: $A_0 = \frac{2.10^{16}}{5} = 4.10^{15}Bq$

ن قانون تناقص النشاط الاشعاعي ، فالنشاط يقسم على 2 خلال كل $t_{1/2} = 1h = 60\min$.

$A(1h) = \frac{A_0}{2} = 2.10^{15}Bq$ ، $A(10h) = \frac{A_0}{2^{10}} = \frac{4.10^{15}}{1024} = 4.10^{12}Bq$

عدد الأنوية الابتدائية المشعة: النشاط A يتناسب مع عدد الأنوية المشعة N ومنه:

$A_0 = \lambda.$ حيث : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ ومنه: $N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{A_0.t_{1/2}}{\ln 2} = \frac{4.10^{15}\times3600}{0.7} = 2,1.10^{19}$

ين17 ـــ التأريخ بالكربون14:

ول الأزوت $^{14}_{7}N$ في الطبقات العليا من الجو إلى الكربون $^{14}_{6}C$ المشع تحت تأثير القذف ترونى وتفكك الكربون14 يعطي الأزوت 14.

أكتب معادلات حصيلة التفاعلات النووية.

وجدت قطعة من الخشب من العهود القديمة في مغارة وتعطي 212 تفككا خلال دقيقة. ينة أخرى محضرة لها نفس الكتلة من الكربون تعطي 1350 تفككا من خشب حديث في الدقيقة، ما ر القطعة الخشبية القديمة إذا كانت مدة نصف عمر الكربون14 هي 5590 سنة؟

تكون النسبة $r = \frac{nombre\ d'atomes\ de\ carbone\ 14}{nombre\ d'atomes\ de\ carbone\ 12}$ ثابتة وتساوي 10^{-12}.

الوفاة تتناقص هذه النسبة لأن الكربون المشع لا يتجدد ووجد في دراسة أن $r = 0,25\times10^{-12}$ ، ما لزمن الذي مضى على وفاة هذا الكائن الحي الموافق لهذه الحفرية؟

فسر لماذا لا يستعمل الكربون14 في تأريخ الحوادث التي ترجع إلى مليارات السنين؟ .

ل:

كتابة معادلات التفاعلات النووية:

ول الأزوت إلى الكربون $^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \to ^{14}_{6}C + ^{1}_{1}H$

تحول الكربون14 إلى آزوت $^{14}_{6}C \to ^{14}_{7}N + ^{0}_{-1}e$

2. عمر قطعة الخشب القديمة:

- لا يوجد في هذه القطعة امتصاص CO_2 ولا ^{14}C وبالتالي فإن النشاط الإشعاعي لهذه العينة يتناقص.

في اللحظة t الحالية يكون نشاط العينة $A(t) = \frac{212}{60} Bq$ ولدينا $\left(N(t) = N_0 e^{-\lambda t}\right)$ $A(t) = \lambda N(t)$.

- في القطعة الخشبية الحديثة يكون: $A_0 = \lambda N_0 = \frac{1350}{60} Bq$ ومنه $\frac{A}{A_0} = \frac{\lambda N(t)}{\lambda N_0} = \frac{N(t)}{N_0}$،

$\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} = \frac{212}{1350}$ فالقطعة الخشبية الحديثة لها في اللحظة t نفس تركيب القطعة القديمة مباشرة قبل موتها (العينتان لهما نفس الكتلة ونفس نسب الكربون ^{14}C المفترض غير متغير بمرور الزمن) فالقطعة الخشبية الحديثة لها نشاط ابتدائي $A_0 = \lambda N_0$ ، وبعد موتها يتناقص نشاطها

$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ ففي اللحظة t الموافقة للحظة الحالية ومن أجل حساب عمر القطعة فإن:

$$\frac{A(t)}{A_0} = \frac{212}{1350} = 0{,}157, \qquad \ln\frac{A(t)}{A_0} = -\lambda t \to t = -\frac{1}{\lambda}\ln\frac{A(t)}{A_0}$$

ولدينا $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ ومنه $t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\frac{A_0}{A(t)} = \frac{5590}{0{,}69}\ln\frac{1350}{212} = 14930 ans$

3- المدة الزمنية التي مضت على الحفرية:

قبل وفاة الكائن الحي مباشرة $r_0 = 10^{-12}$ وبعد وفاته يتناقص r ويكون $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ وأيضا $r = r_0 e^{-\lambda t}$ وفي اللحظة t يكون $r(t) = \frac{1}{4}\times 10^{12}$ ومنه

$\frac{r(t)}{r_0} = \frac{1}{4} = e^{-\lambda t} \to t = \frac{\ln 4}{\lambda} = \frac{t_{1/2}\ln 4}{\ln 2}$ ومنه $t = 2t_{1/2} = 2\times 5590 = 11180 ans$

4- تعتمد طريقة التأريخ بالكربون14 على مقارنة نشاط $A(t)$ لعينة قديمة مع نشاط عينة حالية حديثة $A(0)$.

إذا كانت العينة قديمة ترجع إلى مليارات السنين(من رتبة 10^9 سنة) فإن النشاط المتبقى

هو $A(t) = A(0)e^{-\lambda t} = A(0)e^{-\ln 2\cdot t/t_{1/2}}$ ومنه: $\frac{A(t)}{A(0)} = e^{-\frac{\ln 2\times 10^9}{5590}} \approx e^{-1{,}3\times 10^5} << 1$

فالنشاط المتبقى ضعيف لا معنى له وبالتالي لا يمكن استعمال قانون تناقص النشاط الإشعاعي وبالتالي التأريخ بالكربون14.

فالتأريخ بالكربون14 يكون مناسبا لتحديد عمر الأشياء والحفريات التي عمرها بعض عشرات آلاف السنين، ويكون تأريخ الأشياء والحفريات الأحدث أصعب.

تمرين18

الكوبالت $^{60}_{27}Co$ المستعمل في قنابل الكوبالت يستعمل أيضا في الطب ، نحصل عليه بقذف الكوبالت 59 بالنيوترونات فتنتج دقائق β^- ثابت النشاط الاشعاعي لهذه النواة المشعة هو $4{,}17.10^{-9}s^{-1}$. النواة الأصلية هي إحدى نظائر عنصر Ni وتصبح غير مشعة بإصدارها إشعاعين طول موجتيهما $1.6pm$ و $1.8pm$

1 ــ ما هي الدقيقة المنبعثة؟

ــ أحسب مدة نصف العمر $t_{1/2}$ للكوبالت.

ــ الدقيقة β^- تنبعث بطاقة حركية قدرها $5.10^{-14}J$ هذه الدقائق تمتص من طرف النسيج البشري ما هي الاستطاعة المتحولة في النسيج البشري من أجل منبع إشعاعي قدره $6{,}1.10^{17}Bq$؟

هل هذه الاشعاعات خطيرة على الأنسجة الحية؟

ل:

الدقيقة المنبعثة هي إلكترون $^{0}_{-1}e$

الاشعاع الالكترومغناطيسي المنبعث: هو إشعاع γ وهو غير مرئي.

كتابة معادلات تفكك الكوبالت 60: $^{60}_{27}Co \to ^{60}_{28}Ni^* + ^{0}_{-1}e$

جد الحفاظ في النويات: 60+0=60 وانحفاظ في الشحنات: 28+1-=27

واة المتولدة غير مستقرة تصدر إشعاعات γ ثم تستقر $^{60}_{28}Ni^* \to ^{60}_{28}Ni + \gamma$

حساب فترة نصف العمر: $t_{1/2} = \ln 2/\lambda = 0.69/4{,}17.10^{-9} = 1{,}66.10^{8}s = 5.27ans$

a. الاستطاعة المتحولة إلى النسيج البشري: الالكترونات تُمتص من طرف الأنسجة فطاقتها الحركية ول إلى طاقة داخلية في الأنسجة فالنشاط يوافق $6{,}1.10^{17}$ تفكك في الثانية أي $6{,}1.10^{17}$ إلكترون عث في الثانية وتكون الاستطاعة المتحولة هي: $P = 5{,}0.10^{-14}\times 6{,}1.10^{17} = 3.10^{4}W$

هذه الاستطاعة كبيرة جدا فهي تسبب حروقا ، وبالتالي فالالكترونات يمكنها أن تغير من طبيعة يئات النسيج وتحدث آفات خطيرة جدا.

رين19

ــ نواة اليود $^{131}_{53}I$ ثابت نشاطها الاشعاعي هو $1{,}0.10^{-6}s^{-1}$ أحسب فترة نصف العمر مقدرة بالأيام.

ــ عندما نحقن $1\mu g$ من هذا النكليد في غدة درقية لإجراء صورة إشعاعية .

هي الكتلة المتبقية خلال: a ــ 24 يوم ؟ b ــ 40 يوم؟

ل:

ــ حساب فترة نصف العمر مقدرة بالأيام: لدينا: $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{1{,}0.10^{-6}} = 6{,}93.10^{5}s = 8J$

تعريف نصف العمر: هو الزمن اللازم لكي تصبح $N(t)=N_0/2$ ، وخلال الزمن $(t = nt_{1/2})$ ية الباقية هي: $N_0/2^n$ ، عدد النويات المشعة يتناسب مع الكتلة أي عند الزمن $nt_{1/2}$ فإن الكتلة ية $m = \frac{m_0}{2^n}$ عند: $24j = 3t_{1/2} \to m = \frac{m_0}{2^3} = \frac{1\mu g}{8} = 0.125\mu g$

$t = 40J = 5t_{1/2} \to m = \frac{m_0}{2^5} = \frac{1}{32} = 0.030\mu g$

رين20

وي الصخور البركانية على البوتاسيوم 40 المشع والذي يتحول إلى الأرغون 40 الغازي مدة ره النصفي هو $t_{1/2} = 1{,}3.10^{9}ans$ ومع مرور الزمن(قرون وقرون) يتراكم الأرغون بينما تاسيوم يختفي وخلال انفجار بركاني فإن الحمم الصلبة لاتحتوي على عنصر الأرغون .

ــ تحليل عينة من حجز البازلت وجدت بالقرب من بركان قديم أثبتت أنها تحتوي على كتلة $m_1 = 2.98m$ من البوتاسيوم 40 وكتلة $m_2 = 8.6\mu g$ من الأرغون 40.

حدد عدد أنوية البوتاسيوم 40 مباشرة بعد ثوران البركان بدلالة عدد أنوية البوتاسيوم 40 وعدد أنوية غون 40 عند زمن التحليل.

حدد الزمن التقريبي لحدوث الانفجار البركاني.

لتحديد زمن تشكل حجارة قمرية جلبتها المركبة الفضائية ApolloXI ، تم تحليل عينة من هذا الحجر

أعطت $8,1.10^{-3}cm^3$ من غاز الأرغون مقاسة في الشروط النظامية و $1,67.10^{-6}g$ من البوتاسيوم 40.

a. أحسب عدد أنوية البوتاسيوم 40 والأرغون 40 عند زمن إجراء التحليل.

b. أحسب عمر هذه الحجارة.

يعطى: $M(^{40}K) = M(^{40}Ar) = 40g/mol$ و $N_A = 6,02.10^{23}mol^{-1}$ و $V_M = 22.4L/mol$

الحل:

1.a. تحديد عدد أنوية البوتاسيوم: إذا كان n_1 كمية مادة البوتاسيوم 40 و n_2 كمية مادة الأرغون 40 في لحظة من زمن التحليل t ، فإن n_1+n_2 تمثل الكمية الابتدائية لمادة البوتاسيوم مباشرة بعد الانفجار البركاني (الزمن الابتدائي t=0)

$N_0 = N_A.(n_1+n_2)$ .....1 هو العدد الابتدائي لأنوية البوتاسيوم.

و $N(t) = N_A.n_1$ ......2 هو عدد أنوية البوتاسيوم 40 عند زمن التحليل.

b. تحديد الزمن التقريبي لحدوث الانفجار البركاني:

من 1 و 2 :
$$\frac{N(t)}{N_0} = \frac{n_1}{n_1+n_2} = \frac{(2,98.10^{-3}/40)}{(2,98.10^{-3}/40)+(8,6.10^{-6}/40} = 0.997$$

$$\ln\left(\frac{N_0}{N}\right) = \frac{\ln 2.t}{t_{1/2}} \ , \ t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}.\ln\frac{N_0}{N} = 4,33.10^{-3}t_{1/2} = 4,33.10^{-3}\times 1,3.10^9 = 5,6.10^6 ans$$

تشكلت الصخور منذ 5.6 مليون سنة.

2.a. حساب عدد أنوية البوتاسيوم 40 والأرغون 40 عند زمن إجراء التحليل:

$$N_1 = N_A.n_1 = \frac{N_A.m_K}{M_K} = \frac{6,023.10^{23}\times 1,67.10^{-6}}{40} = 2,5.10^{16}$$

$$N_2 = N_A.n_2 = \frac{N_A.V_{Ar}}{V_M} = \frac{6,023.10^{23}\times 8,1.10^{-3}}{22400} = 2,2.10^{17}$$

b. حساب عمر هذه الحجارة: لدينا : $N(t) = N_1$ ، $N_0(^{40}K) = N_1 + N_2$

$$t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}.\ln\frac{N_0}{N} = 3.28.t_{1/2} = 3.28\times 1,3.10^9 = 4,3.10^9 ans$$

تمرين 21

ورد في موسوعة :

يوجد نظيران أساسيان للكلور 35 ،37 بنسبة 3 إلى 1 و التي كتلتها المولية الذرية المتوسطة $35.5gmol^{-1}$ للكلور 9 نظائر أرقام كتلها تمتد من 32 إلى 40 ، توجد ثلاث منها فقط في حالة طبيعية الكلور 35 المستقر (75.77 للكلور 37 المستقر (24.23%) و الكلور 36 المشع و النسبة الكلية لعدد أنوية "الكلور 36" إلى العدد الكلي لأنوية الكلور المتواجدة في ما يحيط بنا هو 7×10^{-13} حاليا .

يتفكك "الكلور 36 " إلى الأرغون 36 ، مدة نصف عمر الكلور 36 هي $301\times 10^3 ans$ ، هذه القيمة تجعله مناسبا للتأريخ الجيولوجي للمياه الجوفية على مدى من 60 ألف سنة إلى مليون سنة

المعطيات

- العلاقة بين ثابت النشاط الاشعاعي λ و مدة نصف العمر $t_{1/2}$: $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$
- العلاقة بين نشاط عينة A والعدد المتوسط للأنوية N لهذه العينة في لحظة t هي $A(t) = \lambda N(t)$
- سرعة الضوء في الفراغ $c = 2.998\times 10^8 ms^{-1}$ ، $1an = 3.156\times 10^7 s$
- الكتلة المولية للكلور $M(cl) = 35.5gmol^{-1}$ ، ثابت أفوقادرو $N_A = 6.02\times 10^{23}mol^{-1}$

- الكتل و الأرقام الذرية لبعض الدقائق و الأنوية

الدقيقة	الأرغون36	الكلور36	نيوترون	بروتون
الكتلة $(\times 10^{-27}kg)$	x	35.971128	1.67492	1.67262
Z	18	17	0	1

1 - وردت في النص القيمتان 35 ، 37 لنظيري الكلور المستقرين ماذا تعني بالتدقيق هذه القيم بالنسبة لنواة الكلور ؟

2 - عرف مصطلح " نظائر"

3 - أعط الرمز الكامل لنواة "الكلور36 "و تركيبها .

4 – أكتب معادلة تفكك نواة "الكلور 36" مع إعطاء : - القوانين المستعملة ، - نوع النشاط الإشعاعي المصاحب لتفاعل للكلور 36

5 – أعط تعريف مدة نصف العمر $t_{1/2}$.

6 – ثابت النشاط الإشعاعي :

a - حدد عن طريق التحليل البعدي وحدة ثابت النشاط الإشعاعي λ في الجملة الدولية .

b - أحسب ثابت النشاط الإشعاعي لنظير الكلور 36 مع مراعاة الوحدة الأساسية في الجملة الدولية .

7 – تحتوي زجاجة حجما $V = 1.5L$ من ماء معدني محتواها حسب ما هو وراء في البطاقة الملصقة بها بشوارد الكلور هو $C_m = 13.5mgL^{-1}$

a - أحسب كمية شوارد الكلور بالمول في هذه الزجاجة .

b - بفرض أن نسبة عدد أنوية الكلور 36 إلى العدد الكلي لأنوية الكلور المتواجدة في الماء المعدني هي الواردة في النص، بين أن العدد N لأنوية الكلور 36 في الزجاجة هو $N = 2.4\times 10^8$:

c - استنتج قيمة النشاط A للكلور 36 في الماء الموجود في الزجاجة.

d - استنتج قيمة عدد تفكك الكلور 36 في اليوم .

8 – **التاريخ لماء جوفي** : إن دراسة النظائر المشعة تزودنا بمعلومات تخص مدة عبور ماء جوفي أي عمر مخزون ماء جوفي (*nappe phréatique*) تتواجد شوارد الكلور بشكل دائم في المياه المعدنية الطبيعية و نادرا ما تتدخل في التأثيرات بين الماء و الصخور، يتجدد الكلور 36 في المياه السطحية و نعتبر محتواه ثابتا عكس المياه الجوفية فالكلور الذي مدة نصف عمره $301\times 10^3 ans$ هو راسم (*traceur*) يمكن تتبعه بفضل نشاطه الاشعاعي عند دراسة المياه الجوفية القديمة.

لدراسة المياه الحديثة يمكن استعمال الكربون 14 مدة نصف عمره 5.73×10^3 سنة المتواجد في شوارد الكربونات $CO^{-2}_{3(aq)}$ المنحلة .

a - قانون تناقص النشاط الاشعاعي : نعتبر عينة حجمها V من ماء حقل جوفي و نسجل:

- N_0 العدد المتوسط لأنوية الكلور 36 الموجودة في هذه العينة في اللحظة $t = 0$ لحضة تشكل حقل الماء الجوفي .

$N(t)$ العدد المتوسط لأنوية الكلور 36 في الماء المستخرج اليوم من حقل الماء الجوفي وغير المتجدد اكتب علاقة تناقص النشاط الاشعاعي التي تربط $N(t)$ ، N_0 ، $t_{1/2}$

b - نقبل أن N_0 يساوي العدد المتوسط لأنوية الكلور 36 الموجودة في عينة لها نفس الحجم V من مياه السطح .

استنتج من قانون التناقص المكتوب سابقا عمر حقل الماء الجوفي و الذي ماؤه غير متجدد و يحتوي فقط 38 % من عدد أنوية الكلور 36 الموجود في مياه السطح .

لماذا لم يستعمل الكربون 14 لتاريخ حقل الماء الجوفي ؟

بكالوريا 2004

الحل :

1– الرقمان 35 ،37 لنظيري الكلور يمثلان الرقمين الكتليين أي عدد النويات التي يمتلكها هذين النظيرين ، الكلور 35 : ^{35}Cl يمتلك 35 نوية ، الكلور 33 : ^{37}Cl يمتلك 37 نوية .

2 – تعريف النظير: نقول عن أنوية أنها نظائر إذا كان لها نفس الرقم الشحني (Z) ويختلفان في الرقم الكتلي (A)

3 - رمز الكلور36: $^{36}_{17}Cl$ تحتوي نواته 17 بروتونا و 19 نيوترونا

4 - معادلة تفكك نواة الكلور 36: $^{36}_{17}Cl \to ^{36}_{18}Ar + ^{A}_{Z}X$ من أجل تحديد $^{A}_{Z}X$ توظف قانوني الانحفاظ.

- انحفاظ رقم الشحنة : $17 = 18 + Z \to Z = -1$

- انحفاظ الرقم الكتلي: $36 = 136 + A \to A = 0$ ومنه: الدقيقة $^{A}_{Z}X$ هي إلكترون $^{0}_{-1}e$

نوع النشاط الإشعاعي المصاحب لهذا التفكك هو انبعاث إلكترون أي : β^- ويصاحب هذا التفاعل أيضا انبعاث ضد نيوترونو $^{0}_{0}\bar{\nu}$ وتكون معادلة التفكك: $^{36}_{17}Cl \to ^{36}_{18}Ar + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\bar{\nu}$

5 - تعريف مدة نصف العمر $t_{1/2}$ للكلور $^{36}_{17}Cl$: هو المدة الزمنية اللازمة لتفكك نصف عدد الأنوية الابتدائية للكلور $^{36}_{17}Cl$ ، أي في اللحظة $t = t_{1/2} = 3.01 \times 10^5 ans$ يبقى $N_0 / 2$ من أنوية الكلور 36.

6 a - ثابت النشاط الإشعاعي : تحديد وحدة λ عن طريق التحليل البعدي.

لدينا: $\lambda = \ln 2 / t_{1/2}$ و $\ln 2$ ليست لها أبعاد $[t_{1/2}] = T$ ومنه: $[\lambda] = [t_{1/2}]^{-1} = T^{-1}$

فبعد λ هو مقلوب الزمن ووحدته : s^{-1}

b - حساب ثابت النشاط الإشعاعي: $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}} = \dfrac{0.69}{3.01 \times 10^5 \times 365.25 \times 86400} = 7.30 \times 10^{-14} s^{-1}$

7 - نشاط زجاجة الماء المعدني:

a - كمية شوارد الكلور في الزجاجة: $n = CV, C_m = m/V$ ومنه: $C = m / M_{Cl}V \leftarrow C = C_m / M_{Cl}$

ومنه: $n = C_m V / M_{Cl} = 13.5.10^{-3} \times 1.5 / 35.5 = 5.7 \times 10^{-4} mol(Cl^-)$

b - عدد أنوية الكلور 36 في ماء الزجاجة: نقبل أن الكلور يتواجد على شكل شوارد وأن نسبة عدد أنوية الكلور 36 إلى العدد الكلي لأنوية الكلور المتواجدة وتساوي النسبة المتواجدة حاليا في محيطنا ومنه:

$N / n = 7.0 \times 10^{-13} \to N = 7 \times 10^{-13} n$ و n بالمول.

ويكون عدد الأنوية: $N = 7.10^{-13} n.N_A = 7.10^{-13} \times 5.7.10^{-4} \times 6.02 \times 10^{23} = 2.4 \times 10^8$ نواة

c - نشاط الكلور 36 في ماء الزجاجة: لدينا:

$$A(t) = \lambda.N(t) = 7.3 \times 10^{-14} \times 2.4.10^8 = 1.75 \times 10^{-5} Bq$$

d - عدد تفككات الكلور 36 في اليوم: $N' = A \times 1J = 1.75.10^{-5} \times 86400 = 1.5$

أي يتفكك في اليوم 1.5 نواة من 240 مليون نواة.

8 - تأريخ الماء الجوفي:

a - قانون التناقص الإشعاعي: لدينا : $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ و $\lambda = \ln 2 / t_{1/2}$ ومنه: $N(t) = N_0 e^{-\ln 2 . t / t_{1/2}}$

b - تأريخ الماء الجوفي: لدينا : $N(t) = 0.38 N_0$ ومنه: $0.38 N_0 = N_0 e^{-\ln 2 . t / t_{1/2}}$

ومنه: $t = -t_{1/2} \dfrac{\ln 0.38}{\ln 2} = -3.01.10^5 \dfrac{-0.9676}{0.693} = 4.2 \times 10^5 ans$

مدة نصف عمر الكربون 14 صغيرة بالنسبة لـ t المحسوبة.

أي أن الكربون 14 لم يعد متواجدا في الماء الجوفي وبالتالي لايمكن استعماله في تاريخ هذه المياه القديمة.

التكافؤ كتلة. طاقة

1 ـ النقص في الكتلة D_m أو (Δm):

ة المتحررة خلال تفكك إشعاعي:

ق : التفكك التلقائي للراديوم $^{226}_{88}Ra$: تتفكك نواة الراديوم وفق التفاعل:

$^{226}_{88}Ra \to ^{222}_{86}Rn + ^{4}_{2}He$ ، هذا التفاعل النووي يحرر طاقة على شكلين:

ة حركية: لأن الدقائق الناتجة لها سرعة كبيرة.

ة إشعاعية: على شكل أشعة γ التي هي موجات كهرومغناطيسية طول موجتها قصيرة ولها طاقة عالية.

نقص في الكتلة D_m أو (Δm) : :

رنة كتلة النواة m_0 قبل التفاعل النووي السابق وكتلة الأنوية m_1 بعد التفاعل نجد:

التفاعل: $m_0 = m(^{226}_{88}Ra) = 226 \times 1.67.10^{-27} = 3.7524612 \times 10^{-25} g$

التفاعل:

$m_1 = m(^{222}Rn) + m(^4He) = 3.6859278.10^{-25} + 6.64469.10^{-27} = 3.7523747.10^{-25}$

ظ أن : $m_1 < m_0$

ي جميع التفاعلات النووية التلقائية فإن كتلة الأنوية قبل التفاعل أكبر من كتلة الأنوية بعد التفاعل.
سمي $D_m = m_0 - m_1$ النقص في الكتلة ويكون: $D_m = m_0 - m_1 > 0$

$$D_m = (3.7524612 - 3.7523747).10^{-25} = 8.65.10^{-30} g$$

ا النقص يشكل النسبة: $D_m 100 / m_0 = 2.10^{-5} = 0.002\%$

النقص في الكتلة هو مصدر الطاقة المتحررة خلال التفاعلات النووية.

2 - علاقة اينشتاين: التكافؤ كتلة - طاقة

وضع أينشتاين في عام 1905 العلاقة بين الكتلة والطاقة التي تنص على: كل جسيم كتلته m يملك **طاقة كتلة** E_0 تعطى بالعلاقة: $E_0 = m . c^2$ حيث: E_0 : تقدر بالجول (J) ، m : بالكيلوغرام (kg) ، c : سرعة الضوء في الفراغ : $c = 2.9979.10^8 m/s$

كان الجسيم في حالة حركة فيملك طاقة E تساوي مجموع طاقة الكتلة E_0 وطاقته الحركية E_c

ر الضياع في الكتلة خلال التفاعل النووي السابق $^{226}_{88}Ra \to ^{222}_{86}Rn + ^{4}_{2}He + \gamma$

التفاعل: نفرض أن النواة ساكنة فهي لا تملك طاقة حركية فطاقة نواة الراديوم تساوي طاقة كتلتها:

$$E_0 = m(^{226}Ra).c^2 = m_0 c^2$$

التفكك: طاقة النواتج هي: $m(^{222}Rn)c^2 + m(^4He)c^2 + E_c + E_\gamma = m_1.c^2 + E_c + E_\gamma$

أن الطاقة محفوظة فإن: $m_0 c^2 = m_1.c^2 + E_c + E_\gamma$

$E_c + E_\gamma =$: هي الطاقة المتحررة خلال التفكك على شكل طاقة حركية وطاقة إشعاعية ومنه:

$$Q = (m_0 - m).c^2$$

نتيجة: الطاقة Q المتحررة من التفكك النووي التلقائي تساوي: $Q = D_m.c^2 = (m_0 - m_1).c^2$
Q: تقاس بالجول (J)، النقص في الكتلة بـ (kg) . . c: m/s

حدة الكتلة والطاقة:

حدة الكتلة: تقدر الكتلة في الفيزياء النووية بوحدة الكتل الذرية ويرمز لها بـ : (u)

$$1u = 1.66054 \times 10^{-27} kg$$

وحدة الطـــاقة: في الكيمياء تقدر طاقة الرابطة الكيميائية بـــ : الالكترون فولط (eV) والطاقة المتحررة من تفاعل نووي هي أكبر من الطاقة المتحررة من تفاعل كيميائي بحوالي مليون مرة . لذا نستعمل كوحدة للطاقة الميغا إلكترون فولط (MeV)

$1eV = 1.6022177 \times 10^{-19} J$

$1MeV = 1.6022177 \times 10^{-13} J$

وحسب علاقة أينشتاين : فإن وحدة الكتل الذرية توافق طاقة تساوي:

$E = 1,66054.10^{-27}.(3.10^{8})^2 =$

$E = 1492,42.10^{-13} J = 931.5 MeV$

ومنه : $1u$ توافق طاقة $931.5\ MeV$

كتلة البروتون والنيوترون والالكترون بوحدة الكتل الذرية		
الدقيقة	الكتلة بـــ(u)	الطاقة(MeV)
بروتون	1.00728	938.272
نيوترون	1.00866	939.565
إلكترون	0.00055	0.511

مثال:

ليكن التفاعل النووي التالي: $^{59}_{26}Fe \rightarrow ^{59}_{27}Co + ^{0}_{-1}e + \gamma$

a/ أحسب طاقة التفاعل بالجول وبـــ(MeV) لنواة $^{59}_{26}Fe.$

b/ لـــ 1g من $^{59}_{26}Fe.$ يعطى $M(^{59}_{26}Fe) = 58.9206u$ ، $M(^{59}_{27}Co) = 58.9184u$

الحل

a/ الطاقة المتحررة من تفكك نواة $^{59}_{26}Fe.$:

لدينا : $D_m = 58.9206 - 58.9184 = 0.0022u$

$Q = D_m.c^2 = 0.0022 \times 931.5 = 2.0493 Mev = 3.27 \times 10^{-13} J$:

b/ الطاقة المتحررة من تفكك 1g من $^{59}_{26}Fe.$: لدينا : $n = (m / M)$ ومنه :

$Q = 3.27 \times 10^{-13} \times 6.02 \times 10^{23} \times (1/59) = 0.245 \times 10^{10} J = 2.45 \times 10^{9} J$

وهذه الطاقة تعادل احتراق حوالي 20kg من البترول.

طاقة ربط النواة E_l:

تتكون نواة الهليوم ^4_2He من 2 بروتون و2 نيوترون، لنقارن كتلة نواة الهليوم مع كتلة نكليوناتها في حالة السكون: كتلة النواة في حالة السكون: $M(^4_2He) = 4.00105u$

كتلة النكلونات: $m(nucléons) = 2m_p + (4-2)m_n = 4.032u$

نلاحظ أن: $m(^4_2He) < m(nucléons)$

وبصفة عامة:

النقص في الكتلة D_m للنواة ^A_ZX هو : $D_m = (Zm_p + (A-Z)m_n) - m(^A_ZX) > 0$

2 ــ 3 ــ طاقة ربط النواة E_l:

طاقة ربط النواة هي الطاقة التي يجب تقديمها لنواة في حالة سكون من أجل تفكيكها إلى أنويتها المعزولة والثابتة.

طاقة ربط النواة تساوي : $E_l = \left[(Zm_p + (A-Z)m_n) - m(^A_ZX)\right].c^2 = D_m \times c^2$

تحديد طاقة ربط النواة:

للنكليد $^{10}_4Be$ كتلة $m = 10.0113u$ علما أن $m_p = 1.00727u$ و $m_n = 1.00866u$ وأن: $1uma = 1.6606 \times 10^{-27} g$ و $c = 3 \times 10^8 m/s$ أحسب طاقة الربط لهذا النكليد بالجول.

ـنا: $D_m = (Zm_p + (A-Z)m_n - m \rightarrow D_m = \left[(4 \times 1.00727) + (6 \times 1.00866) - 1.00113\right]u$

$\rightarrow D_m = 0.06974u = 0.06974 \times 1.6606.10^{-27} = 1.158 \times 10^{-28} kg$

ـنه: $E_l = D_m \times c^2 = 1.158 \times 10^{-28} \times (3 \times 10^8)^2 = 1.042 \times 10^{-11} J$

$E_l = \dfrac{1.042 \times 10^{-11}}{1.6 \times 10^{-19}} = 65.1 \times 10^{6} eV = 65.1 MeV$

ـاقة الربط لكل نوية: هي النسبة بين طاقة ربط النواة E_l والرقم الكتلي A أي : E_l / A

ـخطط أستون (Aston)

ـل منحنى أستون معاكس طاقة الربط لكل نوية E_l / A - بدلالة عدد النكليونات A

ـعلومات التي يوفرها مخطط أستون:

ـتقرار النوة : مخطط أستون يمثل العلاقة بين $-E_l / A$ وعدد النكلونات A

ـ المنحنى نلاحظ أنه من أجل :

ـ $20 < A < 195$: فإن E_l / A لها قيم قريبة من $8MeV$ هذه المنطقة تضم الأنوية الأكثر استقرارا

ـل الحديد Fe لذا يتواجد بوفرة في الطبيعة.

ـ $A < 20$ و $A > 195$ فإن $-E_l / A$ كبيرة أي أن E_l / A صغيرة وبالتالي فطاقة ربط الأنوية ـعيفة الشيء الذي يدل على أن هذه الأنوية غير مستقرة يمكن أن تتحول إلى أنوية أكثر استقرارا.

ـ من اجل $A > 195$ الأنوية الثقيلة غير مستقرة تنشطر الى نواتين خفيفتين وهذا مايسمى بظاهرة : **ـنشطار النووي.**

ـ من أجل $A < 20$ الأنوية الخفيفة تتحد فيما بينها لتعطي نواة ثقلة نسبيا وهذا مايسمى بظاهرة : **ـندماج النووي.** (الالتحام النووي)



ــ 4 . تفاعلات الانشطار والاندماج [الالتحام]

ـفاعل الانشطار

ـ تفاعل نووي يحدث من خلاله تكسير نواة ثقيلة قابلة للانشطار بقذفها بنيوترون بطيء ـشكيل نواتين خفيفتين وبعض النيوترونات.

ـنطار النوى الثقيلة يسمح بتحرير طاقة مثال : الأورانيوم 235 ينشطر وفق التفاعل:

$^{235}_{92}U + ^1_0n \rightarrow ^{94}_{38}Sr + ^{139}_{54}Xe + 3^1_0n +$

وحسب قوانين الإنحفاظ : $92 = Z_1 + Z_2$ و $235+1 = A_1 + A_2 + k$ ومن خلال هذا التفاعل يحدث ضياع (فقدان) في الكتلة وبالتالي تتحرر طاقة.

قبل الانشطار:

$$E_0 = m_0.c^2 = m(^{235}_{92}U).c^2 + m(^1_0n)c^2$$

بعد الانشطار:

$$E_1 = \left[m(^{94}_{38}Sr) + m(^{139}_{54}Xe) + 3m(^1_0n)\right]c^2 + E$$

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة: $E_0 = E_1 \to (m_0 - m_1).c^2 = E_c(n) + E$

$E_1 = m_1.c^2 + E_c(n) + E\gamma$ الطاقة المتحررة من هذا التفاعل: $Q = E_c + E_\gamma$

الطاقة Q المتحررة من تفاعل الانشطار تساوي إلى: $Q = (m_0 - m_1).c^2$

- تنشطر نواة ثقيلة غير مستقرة (^{235}U) لتعطي نواتين أكثر استقرارا.

. تفاعل الالتحام:

الالتحام النووي: هو تفاعل يحدث من خلاله التحام نواتين خفيفتين لتشكيل نواة ثقيلة نسبيا مع تحرير طاقة. هذا التفاعل لايتم الا في درجة حرارة عالية جدا.

مثال: الطاقة المتحررة من الشمس والنجوم والتي تنتج من التفاعل التالي: $4^1_1H \to ^4_2He + 2^0_1e$

والنقص في الكتلة ينتج عنه طاقة هائلة .

- تلتحم نواتين خفيفتين لتعطي نواة مستقرة ثقيلة نسبيا.

تطبيق

معادلة تفاعل انشطار الأورانيوم هي:

$$^{235}_{92}U + ^1_0n \to ^{139}_{53}X + ^{94}_{z}Y + k^1_0n + \gamma$$

1 ـ عين قيمة X و k.

2 ـ أحسب نقص الكتلة الموافق لهذا التفاعل.

3 ـ احسب بالجول الطاقة التي يحررها $1kg$ من

اليورانيوم 235 يعطى:

$u = 1.66\times10^{-27}kg$, $m(U) = 235.44u$

$m(n) = 1.009u$, $m(I) = 138.905u$

$m(Y) = 93.906u$, $c = 3.10^8 m/s$

الحل

1 ـ تعيين قيمة X و k:

من قانون انحفاظ الشحنة : $92 + 0 = 53 + x \to x = 39$,

من قانون انحفاظ الكتلة : $235 + 1 = 139 + 94 + k \to k = 3$

$$^{235}_{92}U + ^1_0n \to ^{139}_{53}I + ^{94}_{39}Y + 3^1_0n + \gamma$$

2 ـ حساب النقص في الكتلة: لدينا: $D_m = m(U) + m(n) - m(X) - m(Y) - 3m(n)$

$$D_m = 235.44 + 1.009 - 138.95 - 93.906 - 3\times1.009 == 0.215u = 3.57\times10^{-28}kg$$

3 ـ الطاقة التي يحررها $1kg$ من اليورانيوم: هذا النقص في الكتلة يوافقه تحرير طاقة.

$$E_l = D_m \times c^2 = 3,57.10^{-28}\times(3.10^8)^2 = 3.21\times10^{-11}J$$

هذه الطاقة من أجل ذرة من اليورانيوم كتلتها : $m = 235.44u = 3,9.10^{-25}kg$

اذن من أجل كتلة قدرها $1kg$ فالطاقة هي: $E(kg) = \dfrac{3,21.10^{-11}}{3,9.10^{-25}} = 8,23.10^{13}J$

تمارين

ين1

معادلات التفكك النووية التالية:

$^{238}_{94}Pu \to ^A_ZU + ^4_2H$…

$^{135}_{55}Cs \to ^A_ZBa +$ …

$^{13}_7N \to ^A_ZC +$ …

$^{13}_7N \to ^A_ZC + ^0_1e$

$^{133}_{54}Xe^* \to ^A_ZY + \gamma$

1 ـ أكمل المعادلات

:

$^{238}_{94}Pu \to ^{234}_{92}U + ^4_2H$…

$^{135}_{55}Cs \to ^{135}_{56}Ba +$ …

$^{13}_7N \to ^{13}_6C + ^0_1e$

$^{133}_{54}Xe^* \to ^A_ZXe + \gamma$

ين2

تحول نواة إلى أحد نظائرها هو :

قاعل نووي من نوع α

قاعل نووي من نوع β

قاعل نووي من نوع β^-

ليس بنشاط إشعاعي

خلال تفاعل نووي عدد الأنوية المتفككة كل

:

يتعلق بالعدد الابتدائي للأنوية.

يبقى نفسه خلال الزمن

يقل إلى النصف خلال مدة نصف العمر.

يتعلق بالنواة المعتبرة

نواة X مدة نصف عمرها 10 سنوات إذا كانت

ها عند t=0 هي 16g

خلال 5 سنوات تصبح كتلتها 8g

b/ خلال 10 سنوات تصبح كتلتها 8g

c/ خلال التحول40 سنة تصبح كتلتها 2g d/

خلال 50 سنوات تصبح كتلتها 1.6g

4/ طاقة ترابط النواة .

a/ هي الطاقة التي يجب تقديمها للنواة لكي تتفكك الى نوياتها.

b/ هي الطاقة التي نحصل عليها عندما تتفتت النواة الى نوياتها. c/ لها قيمة موجبة.

d/ لها قيمة سالبة.

5/التحول : $4^1_1H \to ^4_2He + 2^0_1e$ هو:

a/ تحول إلتحام. b/ تحول انشطار.

c/ تحول نووي تلقائي. d/ يتطلب طاقة لإثارته.

خلال التحول: $^{235}_{92}U + ^1_0X \to ^{132}_{52}Te + ^{96}_{z}Zr + k^1_0X$

a/ x بروتون b/ x بوزيتون

c/ $k = 2$ d/ $z = 40$

ل

d ←… d ,c, a ←2 b ← 3

c, a ←… d, a ← 5 d ← 6

ين3

بين تفاعلات الالتحام الممكن توجيهها ومراقبتها لانتاج الطاقةهي: $^2_1H + ^2_1H \to ^3_2He + ^1_0n$

ع تتابع تفاعلات الدتريوم مع الهليوم 3 لاعطاء الهليوم4

ـ أكتب معادلة هذا التفاعل ثم حصيلة المعادلتين.

ـ تعطى كتل النكلونات:(uma) $^1_1H = 1.007825$;. $^2_1H = 2.014$;. $^3_2He = 3.01603$

$^1_0n = 1.00866$… ;. $^4_2He = 4.0026$ $1u = 931.5MeV/c^2$

ت ان التفاعلين السابقين ناشرين للحرارة واحسب الحرارة المتحررة بــ: MeV من أجل تشكل نواة

يوم 4 انطلاقا من الدتريوم.

بالكيلوجول من أجل $1g$من الدتريوم. يعطى: $N_A = 6,022.10^{23}mol^{-1}$; $c = 2,998.10^8 m/s$

1 ـــ كتابة معادلة التفاعل: $^2_1H+^3_2He \to ^4_2He+^1_1H$

محصلة المعادلتين بالجمع: $^2_1H+^2_1H \to ^3_2He+^1_0n$

$$3^2_1H + ^3_2He \to ^4_2He + ^1_1H + ^1_0n$$

2 ـــ إثبات أن التفاعلين ناشرين للحرارة: التفاعل: $^2_1H+^2_1H \to ^3_2He+^1_0n$

$$\Delta m_1 = m(^3_2He) + m(^1_0n) - 2m(^2_1H)$$

$$\Delta m_1 = 3.01603 + 1.008665 - 2.2{,}014 = -0.003u = -3.1MeV/c^2$$

$\Delta m_1 < 0$ التفاعل ناشر للحرارة وبالمثل نجد Δm_2 للتفاعل $^2_1H+^2_1H \to ^3_2He+^1_0n$

$$\Delta m_2 = -0.0196u = -18.3MeV/c^2$$

حساب الطاقة تشكل نواةالهليوم4 :

$$E = D_m c^2 = -(\Delta m_1 + \Delta m_2)c^2 = 21.4MeV$$

من اجل 1g : عدد المولات في 1g من الدتريوم $n = 1/2 = 0.5mol$ الطاقة المتحررة من أجل ذرة واحدة من الهليوم4 هي $21.4MeV$ من معادلة التفاعل نلاحظ أنه يجب 3 ذرات من الدتريوم مقابل ذرة من الهليوم 4 ومنه: الطاقة المتحررة من أجل الدتريوم: $E_1 = \frac{E}{3} = 7.1MeV$:

$$E' = N_A E_1 n = 6{,}03.10^{23} \times 7.1 \times 0.5 = 2.14 \times 10^{24} MeV$$

ومنه: $1MeV = 1{,}6.10^{-13}J$ ، $E' = 2{,}14.10^{24} MeV = 3{,}4.10^{11}J = 3.4 \times 10^8 kJ$.

تمرين4

زن المعادلات التالية محددا نوع النشاط الإشعاعي مستعينا بالجدول الدوري :

$a- ^{14}_6C \to ^{14}_7N + ...$

$b- ^{211}_{85}At \to ^4_2He + ..$

$c- ^{238}_{92}U \to ^4_2He + ...$

$d- ^{216}_{84}Po \to ^{212}_{82}Pb + ...$

$e- ^{226}_{88}Ra \to ^{222}_{86}Rn + ...$

الحل

$a- ^{14}_6C \to ^{14}_7N + ^0_{-1}e + \gamma..$

$b- ^{211}_{85}At \to ^4_2He + ^{207}_{83}Bi + \gamma$

$c- ^{238}_{92}U \to ^4_2He + ^{234}_{90}Th + \gamma...$

$d- ^{216}_{84}Po \to ^{212}_{82}Pb + ^4_2He + \gamma$

$e- ^{226}_{88}Ra \to ^{222}_{86}Rn + ^4_2He + \gamma$

تمرين5

بحث الكيميائيون في القرون الوسطى عن طريقة تمكنهم من تحويل الرصاص Pb إلى ذهب Au وبين تطور علم الكيمياء أن هذا الأمر مستحيل لاختلاف العنصرين الكيميائيين فالتفاعلات الكيميائية ليس بإمكانها دمج عنصرين أو تفكيكهما لكن التفاعلات النووية تسمح بهذا التحويل.

1. أعط تركيب النواتين $^{197}_{79}Au$ ، $^{208}_{82}Pb$

2. كيف يمكن المرور من الرصاص إلى الذهب؟

3. يمكن الحصول على $^{208}_{82}Pb$ بتفكك البولونيوم ^{212}Po وانبعاث α أكتب معادلة هذا التفكك.

الحل

1. $^{208}_{82}Pb$: $Z = 82., N = A - Z = 126$ ، $^{197}_{79}Au$: $Z = 79., N = A - Z = 118$

2. من أجل المرور من الرصاص إلى الذهب لابد من المرور من 82 بروتون لى 79 بروتون ومن 126 نيوترون الى 118 نيوترون وفق التفاعل التالي:

$^{208}_{82}Pb \to ^{197}_{79}Au + ^{11}_{3}X$ والعنصر $^{11}_{3}X$ غير موجود لذا فهذا التحول غير ممكن.

$^{212}_{84}Po \to ^{208}_{82}Pb + ^4_2He + \gamma$

رين6

طى لانشطار اليورانيوم $^{235}_{92}U$ عند قذفها بنيوترون: $^{235}_{92}U + ^1_0n \to ^{139}_{54}Xe + ^{94}_{x}Sr + y^1_0n + \gamma$ أوجد x, y

حل:

طبيق قانوني الإنحفاظ : ـــ انحفاظ النويات: $235 + 1 = 139 + 94 + y \to y = 3$

ـ انحفاظ الشحنات: $92 = 54 + x \to x = 38$

منه: $^{235}_{92}U + ^1_0n \to ^{139}_{54}Xe + ^{94}_{38}Sr + 3^1_0n + \gamma$

رين7

يدروجين هو المكون الرئيسي للشمس والنجوم عندما يبلغ قلب هذه النجوم درجة حرارة مرتفعة دا فإن البروتونات تندمج ، هذا الاندماج يعبر نه بالمعادلة : $4^1_1H \to ^4_2He + 2^0_1e$.

ـــ أحسب الطاقة المتحررة عن تولد نواة هليوم. يعطى : $m(H) = 1.007276u$ ، $m(e) = 5{,}486.10^{-4}u$ ، $m(He) = 4.001502u$

$c = 3{,}00.10^8 ms^{-1}$ ، $u = 1{,}66.10^{-27}kg$

2 ـــ بفرض أن كل الطاقة الناتجة عن تفاعل الالتحام تشعها الشمس وبفرض أن استطاعة الاشعاع الشمسي ثابت ويساوي $3{,}9.10^{26}W$.

a- أحسب الضياع في كتلة الشمس خلال كل ثانية.

b- كتلة الشمس هي $1.99 \times 10^{30}kg$ ما هو الزمن الذي تبقى فيه الشمس مشعة؟

حل

ـــ حساب الطاقة المتحررة: نحسب النقص في الكتلة:

$$D_m = 4m(H) - m(He) - 2m(e) = 4(1.007276) - 4.001502 - 2 \times 5{,}486.10^{-2} = 0.027u$$

منه: $D_m = 0.027u = 4.49 \times 10^{-29} kg$

الطاقة المتحررة هي: $E = D_m c^2 = 4{,}49.10^{-29}(3{,}00.10^{2})^2 = 4{,}04.10^{-12} j$

a- حساب الضياع في كتلة الشمس خلال كل ثانية: خلال كل ثانية الطاقة الإشعاعية هي:

$E(1s) = P \times t = 3{,}9.10^{26} \times 1 = 3.9.10^{26}$ وهو يكافئ عدد من N تفاعل سابق:

$$N = E(1s)/E = 3.9.10^{26} / 4.04.10^{-12} = 9{,}65.10^{37}$$

يكون الضياع في الكتلة: $E(1s) = D'_m c^2 \to D'_m = 3{,}9.10^{26} / 9.10^{16} = 4{,}33.10^9 kg$

b- مدة إشعاع الشمس: $t = \frac{1{,}99.10^{30}}{4.33.10^9} = 4.59 \times 10^{20}s = 1.45 \times 10^{13} ans$

مرين8

وجد السيزيوم $^{133}_{55}Cs$ في الحالة الطبيعية وهو غير مشع بينما السيزيوم $^{137}_{55}Cs$ والسيزيوم $^{134}_{55}Cs$ تنتج على شكل نفايات في التفاعلات النووية لها نشاط إشعاعي β^-

. عرف طاقة تماسك النواة.

a. أحسب طاقات التماسك للنظائر الثلاثة لعنصر السيزيوم وطاقات التماسك لكل نوية.

صنف النظائر حسب استقرارها، هل النتيجة على علاقة بالخواص المشعة لبعض النظائر ؟علل.

معطيات: $m(137) = 132.875u$ $m(134) = 133.876u., m(137) = 136.876u$

حل

تعريف طاقة تماسك النواة: هي الطاقة الواجب تقديمها لنواة ^A_ZX ساكنة لتفكيكها إلى نوياتها المعزولة

والساكنة $E = \Delta m.c^2 = \left[(Zm_p + Nm_n) - m\,{}_Z^AX\right].c^2$

a.2. طاقة تماسك الأنوية وطاقة التماسك لكل نواة:

$$\Delta m = (Zm_p + Nm_n) - m\,{}_Z^AX$$

$$\Delta m = (55 \times 1.00728 + 78 \times 1.00866) - 132.875)u = (55.4004 + 78.67548 - 132.875)u$$

$$\Delta m = 134.07588 - 132.875 = 1.20088u$$

$$E_L(^{133}Cs) = \Delta m.c^2 = 1.20088 \times 931.5 = 1118.uMeV$$

وبالمثل: $E_L(^{134}_{55}Cs) = 1125MeV$

$$E_L(^{137}_{55}Cs) = 1149MeV$$

طاقة التماسك لكل نوية: E_L / A

$$E_{L/A1}(^{137}Cs)/137 = 8.388MeV$$
$$E_{L/A2}(^{134}Cs)/134 = 8.398MeV$$
$$E_{L/A3}(^{133}Cs)/133 = 8.41MeV$$

b. بمقارنة هذه القيم نجد أنها تختلف بشكل طفيف فالنشاط الاشعاعي لـ $^{137}_{55}Cs$ و $^{134}_{55}Cs$ يرجع إلى الزيادة في عدد نيوتروناتهما.

تمرين9

يصدر البوتاسيوم $^{40}_{19}K$ β وينبعث إشعاع γ طاقته $0.15MeV$.

1. أكتب معادلة التفكك علما أن النواة المتولدة هي نظير للكالسيوم Ca.

2. a. حدد الطاقة المتحررة أثناء تفكك نواة البوتاسيوم الساكنة.

b. ما شكل الطاقة المتحررة ؟

c. أحسب الطاقة الحركية للدقيقة β المعطيات: $m(K) = 39.95355u.,m(Ca) = 39.95159u$

الحل

1. كتابة معادلة التفكك: $^{40}_{19}K \to {}^{A}_{Z}Ca + {}^{0}_{-1}e + \gamma + {}^{0}_{0}\bar{\nu}$

$$^{40}_{19}K \to {}^{40}_{20}Ca + {}^{0}_{-1}e + \gamma + {}^{0}_{0}\bar{\nu} \leftarrow \quad 19 = Z - 1 \to Z = 20 , 40 = A - 0 \to A = 40$$

2. a. تحديد الطاقة المتحررة:

$$D_m = m_{rea} - m_{pro} = m(K) - m(Ca) - m_e = 39.95385 - (39.95159 + 5{,}5.10^{-5}$$

$$D_m = m_{rea} - m_{pro} = 1.41.10^{-3}u$$

ومنه: $E = D_m.c^2 = 1{,}41.10^{-3} \times 931.5 = 1.31MeV$

b. تظهر على شكل طاقة حركية للالكترونات وطاقةإشعاعية لـ γ

c. حساب الطاقة الحركية للدقيقة β :

$$E = E_c + E_\gamma \to E_c = E - E_\gamma = 1.31 - 0.15 = 1.16MeV$$

تمرين10

أثناء كارثة تشرنوبيل تسرب إلى الجو السيزيوم 134، السيزيوم 137.

الرمز	Z	A	كتلة الذرة بـ u
Xe	54	132	131.90416
Cs	55	137	136.90707
Cs	55	134	133.90671
Ba	56	132	131.90505
Ba	56	137	136.90581

1. السيزيوم يشع β

أذكر قوانين الانحفاظ التي تتمثل في هذا التفاعل واكتب معادلة التفكك محددا النواتج المتشكلة.

2. احسب الطاقة المتحررة من تفكك نواة من السيزيوم137.

استنتج ثابت النشاط الإشعاعي λ للسيزيوم134.

ما هو الزمن اللازم لاختفاء 99% من السيزيوم 134؟

عطيات: $m_e = 5.5.10^{-5}u.,1u = 931.5MeV/c^2$

ل

معادلة التفاعل:

انحفاظ الشحنة: الشحنة الكلية لجملة الأنوية تبقى ثابتة.

انحفاظ عدد النويات: العدد الكلي لنويات الجملة يبقى ثابتا.

انحفاظ الطاقة: الطاقة الكلية لجملة من الأنوية المعتبرة المعزولة تبقى ثابتة.

عادلة: $^{137}_{55}Cs \to {}^{137}_{Z+1}X + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{\nu}$

در السيزيوم إلكترونا لأن أحد نيوترونانه يتحول إلى بروتون فيزداد العدد الذري بوحدة .

الطاقة المتحررة : توافق الطاقة المتحررة التغير في كتلة الجملة حسب علاقة أينشتاين:

$E = \Delta m.$ حيث: $\Delta m = m_{Cs} - m_{Ba} - m_e$

$$\Delta m = 136{,}90707 - (136{,}90581 + 5.10^{-5}) = 7.1 \times 10^{-4}u = 7.1 \times 10^{-4} \times 931$$

اب الطاقة المتحررة $\Delta m = 0.661MeV/c^2 \to E = C^2 \times 0.661MeV/c^2 = 0.661MeV$

a. ثابت النشاط الإشعاعيCs: يرتبط ثابت النشاط الإشعاعي λ بـ $t_{1/2}$ بالعلاقة:

$$\lambda = \ln 2 / t_{1/2} = 0.693/2 = 0.346an$$

الزمن اللازم لاختفاء 99% من السيزيوم

تج نواة $^{137}_{56}Ba$ ومنه: $^{137}_{55}Cs \to {}^{137}_{56}Ba + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{\nu}$

بيق قانون التناقص: $N = N_0 e^{-\lambda t}$ عندما يختفي 99% من السيزيوم 134 أي يبقى $N = N_0/100$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \to \frac{N}{N_0} = \frac{1}{100} = e^{-\lambda t}$$

نه: $\frac{1}{100} = e^{-0.346t} \to -\ln 100 = -0.346t \to t = 4.60/0.346 = 13.3ans$

رين11

يتم في عمود نووي التفاعل التالي:

$^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \to {}^{140}_{Z}Xe + {}^{94}_{38}Sr + x\,{}^{1}_{0}n +$ أوجد x, y

a. أحسب النقصان في الكتلة.

احسب بالجول ثم بـ MeV الطاقة المتحررة من انشطار نواة الأورانيوم 235.

3. يستهلك مفاعل في المتوسط $3kg$ من الأورانيوم 235 في اليوم أحسب الطاقة المتحررة من انشطار $3kg$ من الأورانيوم235.

ل

$$^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \to {}^{140}_{54}Xe + {}^{94}_{38}Sr + 2\,{}^{1}_{0}n +$$

بيق قانوني الانحفاظ: ـــ انحفاظ النويات: $235 + 1 = 140 + 94 + x \to x = 2$

ـــ انحفاظ الشحنات: $92 = 38 + Z \to Z = 54$

نه: $^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \to {}^{140}_{54}Xe + {}^{94}_{38}Sr + 2\,{}^{1}_{0}n + \gamma$

a. حساب النقصان في الكتلة:

$$D_m = \Delta m = m_U + m_n - m_{Sr} - m_{Xe} - 2m_n = m_U - m_{Sr} - m_{Xe} - n$$

$$\Delta m = 234.9935 - 93.8945 - 139.88909 - 1.0087 = 0.201$$

الطاقة المتحررة من انشطار نواة الأورانيوم: $E = (m_{rea} - m_{pro}).c^2$

$$E = 0.2102 \times 1,6605.10^{-27} \times (2,9979.10^{8})^{2} = 3,014.10^{-11} J$$

$$E = 0.2012 \times 931.5 = 187.427 MeV = 3,014.10^{-11} J$$

3. حساب الطاقة المتحررة من انشطار $3kg$: نحسب عدد الذرات في $3kg$ من $^{235}_{92}U$

$$n = \frac{m}{M} \rightarrow N = \frac{m}{M} N_A = \frac{3000}{235} 6,02.10^{23} N = 7,687.10^{24}$$ نواة

وتكون الطاقة المتحررة: $E' = E \times N = 3,014.10^{-11} \times 7,687.10^{24} = 2,3.10^{14} J$

تمرين12 QCM

هل التأكيدات التالية صحيحة:

1) نواتا نظيرين لهما:

a- نفس العدد Z من البروتونات

b- نفس العدد A من النويات

c-نفس العدد $A - Z$ من النيوترونات

2) تشكل نواة انطلاقا من الأنوية المكونة لها مع :

a- تحرير طاقة ، b- امتصاص طاقة.

3) طاقة الربط لكل نوية هي في المتوسط من رتبة: $c)8eV$ - $b)8MeV$ - $a)8GeV$

4) كتلة نواة الهيليوم تكون:

a- أكبر من كتلة الأنوية المكونة لها،

b- أصغر من كتلة الأنوية المكونة لها

5) أثناء انشطار الأورانيوم ^{235}U الطاقة المتحررة من رتبة: a- $1MeV$ لكل نوية ، b- $1GeV$ لكل نوية ، c- $1eV$ لكل نوية

6) الانشطار النووي هو تفاعل:

a- يحدث من طرف نيوترون وارد،

b- يحدث من طرف فوتون γ، c- تلقائي

7) ينتج الاندماج النووي:

a- بين نواتين ثقيلتين ، b- في درجة عالية من الحرارة من رتبة $10^7 K$، c- يمتص الحرارة.

الحل:

1 ← a	2 ← b	3 ← b	4 ← b
5 ← a	6 ← a	7 ← b	

تمرين13

معظم المفاعلات النووية تستغل انشطار أنوية اليورانيوم 235 .

1/ ماهو رمز نواة اليورانيوم 235 والتي رقمها الذري $Z=92$؟ وما هي مكوناتها؟

2/ ماهو تعريف الانشطار النووي ؟ أعط مثالا لذلك.

3/ نتيجة لاصطدام نيوترون بنواة الأورانيوم 235 فإنها تتحول إلى نواتين لخريتين ، إحداها الكزينون 140 والأخرى السترانشيوم 94.

هذا التفاعل ينتج عنه تفاعل متسلسل.

- أكتب معادلة التفاعل النووي الحادث مستعينا بالجدول التالي:

العنصر	سترانشيوم	كزينون	أورانيوم
الرقم الذري Z	38	54	92

منحنى أستون

$-\frac{E_l}{A}$ (MeV / nécleon)

A 0 20 70 100 190 200 -1 -5 -8 -8.7

$^{2}_{1}H$ $^{1}_{1}H$ $^{7}_{3}Li$ $^{9}_{4}Be$ $^{4}_{2}He$ $^{12}_{6}C$ $^{16}_{8}O$ $^{56}_{26}Fe$ $^{63}_{29}Cu$ $^{120}_{50}Sn$ $^{208}_{82}Pb$ $^{235}_{92}U$

4/ لماذا هذا التفاعل هو تفاعل متسلسل ؟

5/ هل هذا التفاعل يحرر طاقة ؟ أذكر كتابيا مصدر هذه الطاقة والحرارة.

6/ يمكننا ملاحظة اشعاعات γ . ما هو مصدرها؟

7/ بفضل منحنى أستون ذكر بدلالات منحنى أستون الذي يفسر استقرار الأنوية الثلاثة السابقة والانتشار الحقيقي للطاقة خلال تفاعل الانشطار.

الحل

/ رمز نواة اليورانيوم 235 : لدينا: $Z = 92$ و $A = 235$ ومنه: $^{235}_{92}U$

/ الانشطار النووي : هو تحول نووي يحدث من خلاله تكسير نواة ثقيلة قابلة للانشطار بقذفها يوترون بطيء فتتشكل نواتين خفيفتين نسبيا وبعض النيوترونات.

ال انشطار اليورانيوم ينتج عنه نواتين خفيفتين وانتشار طاقة هائلة يمكن استعمالها في انتاج الكهرباء .

/ معادلة التفاعل: لدينا: $A(Xe) = 140$ ، $Z(Xe) = 54$ ومنه رمز نواة الكزينون هو : $^{140}_{54}Xe$

دينا أيضا: $A(Sr) = 94$ ، $Z(Sr) = 38$ ومنه رمز نواة السترانسيوم هو : $^{94}_{38}Sr$

معادلة التفاعل هي: $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{140}_{54}Xe + ^{94}_{38}Sr + k^{1}_{0}n$ من معادلة انحفاظ الكتلة:

$235 + 1 = 140 + 94 + k \rightarrow k =$ ومنه المعادلة: $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{140}_{54}Xe + ^{94}_{38}Sr + 3^{1}_{0}n$

هذا التفاعل هو تفاعل متسلسل لأنه ينتج عنه نيوترونين تقوم بانشطار نوى أخرى وهكذا يستمر فاعل.

بما أنه يوجد إعادة ترتيب في الأنوية ، فهذا يؤدي إلى تغير في طاقة الربط ، وبما أن الأنوية المتولدة ر استقرارا فهذا التفاعل يحرر طاقة ناتجة عن النقص في الكتلة بين النواة المتفككة والنواتين تشكلتين وقيمتها: $E(^{235}_{92}U) + E(^{1}_{0}n) - E(^{140}_{54}Xe) - E(^{94}_{38}Sr) - 2E(^{1}_{0}n)$

لشعاعات γ هي إصدار للفوتونات الطاقوية وهي ناتجة عن إعادة ترتيب الالكترونات داخل النواة.

منحنى أستون يسمح بملاحظة تطور طاقة الربط المتوسطة لكل نوية بدلالة العدد الإجمالي كليونات $E_l / A = f(A)$ ، كلما كانت هذه القيمة مرتفعة (بالقيمة المطلقة) كانت النكليونات ر ارتباطا وانويتها أكثر استقرارا (والنموذج المبين على الشكل يبين أنه من أجل $A = 70$ ن تحرر للطاقة وزيادة في الاستقرار النووي . إذا كان التحول يعمل على التطور النوى ل التقعر الذي يرسمه منحنى أستون وهذا كما في حالة الانشطار حيث أن $A = 140$ $A = 94$ تكون أقرب من منطقة الاستقرار.

ين14

$^{2}_{1}H$ هي: $m_D = 2,0135U$ وكتلة البروتون $m_p = 1,0073U$ ، وكتلة نواة الهيليوم

$m_{He} = 4,0015$ تعطى: $m(n) = 1,0087U$ ، $1u = 931,5MeV.C^{-2}$.

ب طاقة الربط لكل نوية E_l / A للدوتيريوم والهيليوم. ماهي النواة الأكثر استقرارا؟

:

ساب النقصان في الكتلة خلال تشكل الدوتيريوم:

$$D_m = \Delta m = m_p + m_n - m_D = 1,0073 + 1,0087 - 2,0135 = 2,5 \times 10^{-3}$$

الربط هي: $E_l = 2,5 \times 10^{-3} \times 931,5 = 2,33 MeV$

ن طاقة الربط لكل نوية $E_D = \frac{E_l}{A} = \frac{2,33}{2} = 1,165 MeV$

ساب النقصان في الكتلة خلال تشكل الهيليوم:

$$\Delta m = 2m_p + 2m_n - m_{He} = 2 \times 1,0073 + 2 \times 1,0087 - 4,001$$

$$\Delta m = 3.05 \times 10^{-2} U \rightarrow E_l = 3,05 \times 10^{-2} \times 931,5 = 28.4Me$$

ن طاقة الربط لكل نوية $E_{He} = \frac{E_l}{A} = \frac{28,4}{4} = 7,10 MeV$

$E_{He} > E_D$ فإن نواة الهيليوم أكثر استقرارا.

تمرين15

تجرى الأبحاث لاستغلال تفاعل الاندماج التالي كمنبع للطاقة: ${}_1^3H+{}_1^2H \to {}_2^4He+{}_0^1n$ الأنوية الداخلة في التفاعل لها كتل ذرية مقدرة بوحدة الكتل الذرية (u) حيث $1U=931,5\frac{MeV}{C^2}$ أحسب الطاقة المتحررة من الاندماج التام لــ $1Kg$ من المزيج ،(50% بالمول لنظيري الهيدروجين، $N_A=6\times10^{23}\,mol^{-1}$)

الحل:

حساب الطاقة المتحررة:

النقصان في الكتلة: كتلة المتفاعلات-كتلة النواتج

$$D_m=\Delta m=m_{rea}-m_{pro}=5.0291-5.0102=0.0189U$$

وتكون الطاقة المتحررة من تشكل1 ذرة من الهيليوم:

$$E_1=\Delta mc^2=0.189\times931,5=17,605MeV$$

هذه الطاقة تظهر على شكل طاقة حركية لكل من نواة الهيليوم والنيوترون.

نحسب عدد الذرات في $1Kg$ من المزيج: $1mol$ (المزيج) $\longrightarrow 5,0291g$

بإهمال كتلة الالكترونات ف $1Kg$ من المزيج يحتوي $\frac{1000}{5,0291}$ مول من المزيج أي n ذرة من النظيرين

$n=\frac{1000}{5,0291}\times6\times10^{23}=1,2\times10^{26}$ وتكون الطاقة المحررة من أجل $1Kg$ هي

$$E=nE_1=1,2\times10^{26}\times17,605=2,110^{27}\,MeV=3,3610^{14}\,joule$$

تمرين16

هذه المعطيات صالحة لكل التمرين :

وحدة الكتل الذرية	طاقة الكتلة uma	الالكترون فولط	1 MeV	سرعة الضوء
$u=1.66045.10^{-27kg}$	$E=931.5eV$	$1.6.10^{-19}eV$	10^6eV	$3.0.10^8ms^{-1}$

و

	électron	proton	neutron	Helium	Radium	Radon
اسم النواة						
الرمز	${}_{-1}e$	${}_1^1p$	${}_0^1n$	${}_2^4He$	${}_{88}^{226}Ra$	${}_{86}^{222}Rn$
الكتلة (u)	$5.49.10^{-4}$	1.007	1.009	4.001	225.977	221.970

A – **تفكك الراديوم .**

يحتوي الهواء على الرادون Rn بكميات قليلة، وينتج هذا الغاز المشع طبيعيا من الصخور التي تحتوي الأورانيوم و الراديوم ، يتشكل الرادون من انشطار الراديوم (الراديوم ناتج أيضا من العائلة المشعة للأورانيوم 238) حسب معادلة التفاعل التالي: ${}_{88}^{226}R_a\to{}_{86}^{222}R_n+{}_2^4He$

1 – ما نوع النشاط الاشعاعي الموافق لهذا التفاعل ؟ علل إجابتك.

2 – **النقصان في الكتلة :**

a – أعط العبارة الحرفية للنقصان في الكتلة D_m لنواة رمزها ${}_Z^AX$ و كتلتها m_x .

b – أحسب النقصان في الكتلة لنواة الراديوم Ra وعبر عنه بوحدة الكتلة الذرية (u).

3 – اكتب علاقة التكافؤ طاقة– كتلة .

4 – قيمة النقصان في كتلة الرادون $D_m(Rn)$ هي $3.04\times10^{-27}kg$.

a – عرف طاقة الربط El للنواة.

تأكد بأن طاقة الربط هذه تساوي $1.71\times10^3\,Mev$.

استنتج طاقة الربط E_l/A لكل نوية لنواة الرادون ، عبر عن هذه النتيجة بـــ MeV .

حصيلة الطاقوية

استنتج عبارة التغير في الطاقة ΔE للتفاعل (1) بدلالة m_{Ra} ، m_{Rn} ، m_{He} الكتل على الترتيب الراديوم والرادون ، و الهليوم .

عبر عن ΔE بالجول .

انشطار الأورانيوم 235

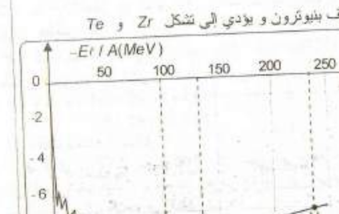
الأورانيوم الطبيعي من النظيرين ${}_{92}^{238}U, {}_{92}^{235}U$ يستعمل في التفاعل النووي ذي البروتونات البطيئة من الأورانيوم المخصب ، و اثناء انشطار نواة الأورانيوم 235 يمكن أن تحدث تفاعلات عديدة منها تفاعل يعطي نواة الزيركونيوم و نواة التيليريوم رمزهما ${}_{40}^{99}Zr, {}_{52}^{134}Te$

ف المصطلح " نظير " .

دة الطاقوية للانشطار .

رف الإنشطار .

تب معادلة انشطار الأورانيوم 235 قذف بنيوترون و يؤدي إلى تشكل Zr و Te



ضعت الأنوية U ، Zr ، Te

نى أستون. انطلاقا من المنحنى

الفائدة الطاقوية لتفاعل الانشطار

كك الزيركونيوم :

زيركونيوم الناتجة من انشطار

م غير مستقرة ، تتفكك معطية

يوم Nb و β

ب النشاط الإشعاعي β .

معادلة تفكك نواة Zr .

وع النشاط الإشعاعي هو $\alpha={}_2^4He$ لأن الرقم الكتلي ينقص بـ 4 و الرقم الشحني ينقص بـ 2

النقصان في الكتلة D_m لنواة ساكنة يمثل الفرق بين كتل أنويتها المنفصلة في حالة السكون و

$$D_m=Zm(p)+(A-Z)m(n)-m({}_Z^AX)$$

ب النقصان في كتلة نواة لراديوم Ra :

$$D_m=88\times1.007+(226-88)\times1.009-$$
$$D_m=88.616+139.242-225.977=1.$$

التكافؤ طاقة – كتلة : $\Delta E=D_mc^2$

كمية الطاقة المتبادلة بين الجملة و الوسط الخارجي D_m التغير في الكتلة .

تعريف طاقة الربط El للنواة : هي الطاقة الواجب إعطاؤها لنواة في حالة سكون في مرجع جل تفكيكها إلى أنويتها الساكنة في نفس المرجع.

ب طاقة الربط لنواة الرادون (Rn):

$$\Delta E=D_mc^2=3,04\times10^{-27}(3\times10^8)^2=2,73$$

د من أن طاقة الربط تساوي $1.71\times10^3\,MeV$

القطب $R.C$ لتوتر متدرج ومتزايد هو :

$\boxed{u_C(t)=E(1-e^{-t/\tau})}$ مع $\tau=R.C$

ويكون شكل منحنى تدرج التوتر $u_C(t)$ بين لبوسي المكثفة أثناء شحنها (الشكل)

نظام انتقالي — نظام دائم

منحنى تطور التوتر $u_C(t)$ بين لبوسي مكثفة أثناء الشحن

ملاحظات:

يتكون منحنى الشحن من جزئين :

الجزء الأول: التوتر u_C دالة متزايدة في الزمن يشكل **النظام الانتقالي.**

الجزء الثاني: تبلغ قيمة u_C قيمة ثابتة تساوي E يشكل **نظام مقارب (نظام دائم)** .

عبارة الشحنة والشدة:

عبارة الشحنة: لدينا: $u_C(t)=E(1-e^{-t/\tau})$

و $q(t)=Cu(t)$ ومنه: $\boxed{q(t)=CE(1-e^{-t/\tau})}$ الشكل1

عبارة الشدة: لدينا : $i(t)=C\dfrac{du(t)}{dt}$ الشكل2

ومنه: $\boxed{i(t)=\dfrac{E}{R}e^{-t/\tau}}$

الشكل1: منحنى تطور كمية الكهرباء — الشكل2: منحنى تطور شدة التيار

- **تبلغ شحنة المكثفة قيمتها النهائية بعد 5τ تقريبا**

تطبيق1

توصل مكثفة غير مشحونة سعتها $C=1\mu F$ على التسلسل مع ناقل أومي مقاومته $R=2K\Omega$ ،التوتر بين قطبي المولد $E=5V$. نغلق القاطعة في اللحظة $t=0$ وبتتبع شحن المكثفة نحصل عل المنحنى التالي.

1. أكتب المعادلة التفاضلية لتوتر الشحن u_C بين قطبي المكثفة أثناء الشحن.
2. إذا كان حل المعادلة التفاضلية من الشكل: $u_C=A(1-e^{-\alpha t})$ حدد المقادير A,α بدلالة C,R,E .
3. عبر عن ثابت الزمن τ بدلالة α واحسب u_C من أجل $t=\tau$.
4. أوجد من البيان القيمة العددية لـــ τ .

هل تتوافق هذه القيمة مع القيمة المعطاة في بداية التمرين؟

الحل:

1. **كتابة المعادلة التفاضلية:**

من الشكل الدارة وبتطبيق قانون جمع التوترات $u=u_R+u_C \to E=Ri+u_C$ وباعتبار العلاقات: $i=C\dfrac{du_C}{dt}$ و $q=Cu_C$ و $i=\dfrac{dq}{dt}$ فإنّ: $RC\dfrac{du_C}{dt}+u_C=E \leftarrow \dfrac{du_C}{dt}+\dfrac{u_C}{RC}=\dfrac{E}{RC}$

2. تحديد قيم A,α بدلالة C,R,E : لدينا $u_C=A(1-e^{-\alpha t})$ لما $t\to\infty$ فإن $u=A=E$

وأيضا: $\dfrac{du_C}{dt}=A\alpha.e^{-\alpha t}$ وبالتعويض في المعادلة التفاضلية فإن :

$RCA\alpha e^{-\alpha t}+A(1-e^{-\alpha t})=E$ ومنه : $RCA\alpha e^{-\alpha t}+E-Ee^{-\alpha t}=E$

ومنه: $RCE\alpha e^{-\alpha t}-Ee^{-\alpha t}=0$ ، $RC\alpha-1=0\to\alpha=1/RC$

3. عبارة τ بدلالة α : لدينا: $\tau=RC\to\alpha=1/\tau$

حساب u_C من أجل $t=\tau$:

$u_C=E(1-e^{-t/t})=E(1-1/e)=0.63E$

ومنه $u_C=3.14V$.

4. استنتاج قيمة τ من البيان: نرسم المماس للمنحنى في المبدأ فيقطع الخط المقارب $u_C=E$ عند $t=\tau=10ms$

ومن العلاقة $\tau=RC$ فإن : $\tau=10.10^3\times1.10^{-6}=10^{-2}s$ وهو ما يتوافق مع القيم المعطاة.

3 .1 تفريغ المكثفة:

نجعل القاطعة في الوضع 2 في الوثيقة1 عند اللحظة $t=0$ فقطبي ثنائي القطب $R.C$ موصولين بسلك والتوتر يمر فجأة من القيمة E إلى 0 ويخضع لتوتر متناقص بالتدريج فالالكترونات المتجمعة على اللبوس السالب B أثناء الشحن تنتقل عبر السلك إلى اللبوس الموجب A فيظهر في الدارة تيار والشحنة الكهربائية للبوسين تتناقص والمكثفة تتفرغ .

3 .2 المعادلة التفاضلية:

حسب قانون جمع التوترات: $u_R+u_C=u=0$

ومنه: $R.i+u_C=0$ وباعتبار العلاقات $i=C\dfrac{du_C}{dt}$ و $q=Cu_C$ و $i=\dfrac{dq}{dt}$ فإن:

$RC\dfrac{du_C}{dt}+u_C=0$ ومنه: $\dfrac{du_C}{dt}+\dfrac{u_C}{RC}=0$

أي أن: $\boxed{\dfrac{du_C}{dt}+\dfrac{u_C}{\tau}=0}$ حيث : $\tau=RC$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى خطية بدون طرف ثان.

3.3. حل المعادلة التفاضلية:

الحل العام للمعادلة $\dfrac{du_C}{dt}+\dfrac{u_C}{\tau}=0$ هو من الشكل: $u_C(t)=Ae^{-mt}+b$ حيث A,b,m ثوابت .

وباعتبار الشروط الابتدائية $u_C(0)=E$ فإن حل المعادلة التفاضلية لاستجابة ثنائي القطب $R.C$ لتوتر متدرج ومتناقص هو : $\boxed{u_C(t)=Ee^{-t/\tau}}$

حيث $b=0$ ، $A=E$ و $m=1/\tau$ مع $\boxed{\tau=R.C}$

ويكون شكل منحنى تدرج التوتر $u_C(t)$ بين لبوسي المكثفة أثناء التفريغ (الشكل3)

R_1, C_1 — R_2, C_1 — R_3, C_3

$R_2>R_1$، $C_3>C_1$، $R_3>R_1$

الشكل3 **تطور التوتر $u_C(t)$ أثناء التفريغ**

> **ــ أثناء شحن وتفريغ مكثفة في ثنائي قطب RC يستمر النظام الانتقالي لمدة 5τ**
>
> **ــ تتوقف مدة التفريغ والشحن على قيمة τ أي على قيمتي R و C .**

تطور الشحنة والشدة أثناء التفريغ:

ــ تطور الشحنة: لدينا:

$q(t)=Cu_C(t) \to q(t)=CEe^{-t/\tau}$

تناقص الشحنة إلى أن تنعدم وتصبح $u_C = 0$

ـ تطور الشدة: لدينا: $i = \frac{dq(t)}{dt}$

ومنه: $i = -\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$

4 ـ الطاقة المخزنة في مكثفة

تشكل المكثفة المشحونة خزانا للطاقة، يمكن استرجاعها في دارة (مبدأ وماض آلة تصوير) فإذا كان التوتر بين قطبي مكثفة u_C وشحنة أحد اللبوسين q وسعتها C فإن الطاقة المخزنة في مكثفة هي:

$$E = \frac{1}{2}\frac{q}{C^2} = \frac{1}{2}C \times u_C^2 = \frac{1}{2}q \times u_C$$

تطبيق2

نحقق التركيب المقابل ونكشف عن التوتر بين قطبي المكثفة بواسطة حاسوب مزود بلاقط فولطمتر فنحصل على منحنى التوتر $u_C(t)$ أثناء الشحن والتفريغ، عندما تكون القاطعة K في الوضع1 تشحن المكثفة عبر R' بواسطة مولد توتر مستمر قوته المحركة الكهربائية $E = 12V$ نبدل في اللحظة $t = 0$ حيث المكثفة مشحونة تماما القاطعة K في الوضع 2 فتتفرغ المكثفة في المقاومة $R = 500\Omega$.

1. بين أنه من أجل $t > 0$ فإن: $RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ (مع توجيه الدارة) .
2. تحقق من أن الحل $u_C(t)$ للمعادلة التفاضلية يمكن أن يعبر عنه بالشكل $u_C(t) = Ae^{-t/\tau}$ حيث A ثابت يحدد من الشروط الابتدائية .
3. أرفق بكل منحنى الظاهرة المشاهدة شحن أو تفريغ مع التعليل .
4. استنتج عبارة $i(t)$ أثناء التفريغ ثم أرسم شكل المنحنى البياني الموافق
5. ما عبارة ووحدة τ لثنائي القطب RC ،حدد قيمته من المنحني $u_C(t)$ واستنتج قيمة سعة المكثفة C
6. حدد قيمة R' (دارة الشحن).
7. ما الطاقة الضائعة بفعل جول في المقاومة عندما تتفرغ المكثفة بشكل تام.

الحل:

1. في اللحظة $t = 0$ نضع القاطعة في الوضع1

وبتطبيق قانون جمع التوترات: $u_R + u_C = 0 \rightarrow Ri + u_C = 0 ....(1)$

ولدينا: $i = C\frac{du_C}{dt}$ و $q = Cu_C$ و $i = \frac{dq}{dt}$

فإن: $i = C\frac{du}{dt}$ بالتعويض في المعادلة(1) نجد $RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$

2. إذا كان: $u_C(t) = Ae^{-t/\tau}$ بالاشتقاق بالنسبة للزمن : $\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{A}{RC}e^{-t/\tau}$ وبالتعويض في(1)

$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = -\frac{RCA}{RC}e^{-t/RC} - Ae^{-t/RC} = 0$ فالحل يحقق المعادلة التفاضلية

تحديد A : في اللحظة $t = 0$: $u_C = E$ ومنه: $u_C(0) = Ae^0 = A$

منه: $A = E$ ونكتب حل المعادلة التفاضلية بالشكل: $u_C(t) = Ee^{-t/RC}$

. المنحنى1 يوافق منحنى شحن المكثفة لأن $u_C(t)$ دالة متزايدة في الزمن والمنحنى2 يوافق ريغ المكثفة لأن التوتر بين قطبي المكثفة دالة متناقصة في الزمن.

. عبارة $i(t)$ وشكل المنحنى الموافق له: لدينا

ومنه: $i(t) = C\frac{du_C}{dt}$: $i(t) = -\frac{CE}{RC}e^{-t/RC} = -\frac{E}{R}e^{-t/RC}$

شكل المنحنى أثناء التفريغ هو:

.5 عبارة τ : $\tau = RC$

يث تقدر R بالأوم و C بالفاراد و τ بالثانية .

حديد قيمة τ نرسم المماس لمنحنى التفريغ عند اللحظة $t = 0$ فيقطع حور الفواصل عند $t = \tau$ فيكون $t = \tau = 110ms$ وقيمة C:

$C = \tau/R = 110.10^{-3}/500 = 22.10^{-5}F$

. حساب قيمة R' : نرسم المماس لمنحنى الشحن عند اللحظة $t = 0$ يقطع محور التراتيب عند $\tau' = R'C = 0.22s$ ومنه: $R' = \tau'/C = 1000\Omega$

. عندما تتفرغ المكثفة بشكل تام فإن الطاقة التي خزنتها المكثفة تسترجع وتستهلك في الناقل لأومي على شكل حرارة بفعل جول. $W = \frac{1}{2}CE^2 = 0.5.22.10^{-5}.12^2 = 1.32.10^{-3}J$

تمـــارين

مرين1

سئلة حول الدرس: .a تنتمي مكثفة سعتها C لدارة هربائية حددت جهة التيار كما هوموضح بالشكل .a وضح على الشكل سهم التوتر u_C وهذا	بمراعاة الاصطلاح كآخذة. .b ما هي العلاقة التي تربط بين السعة والشدة في مكثفة؟ .c ما هي العلاقة التي تربط بين السعة والتوتر

لحل

ذا كانت جهة التيار في الجهة المختارة فهو موجب إذا كان عكس الجهة المختارة فهو سالب

.a مع الاصطلاح كآخذة فالتوتر يمثل كما هو موضح في الشكل. لبوس الذي يدخل منه سهم التيار يحمل شحنة موجبة $(+q)$

.b العلاقة بين i و q هي: $i = \frac{dq}{dt}$

.c العلاقة بين u_C و q هي: $q = Cu_C$

مرين2

تأكد بالتحليل البعدي بأن τ لثنائي قطب RC يقدر بالثانية في الجملة الدولية.

لحل

$\tau = RC \rightarrow [\tau] = [R.C] = [R][C]$

$[R] = [U]/[I], [C] = [q]/[U], [q] = [I][t]$ ومنه: $[\tau] = \frac{[U]\,[I]\,[t]}{[U]\,[I]} = [t]$

تمرين3

نحقق التركيب المقابل
a. عند اللحظة $t = 0$ نضع القاطعة في الوضع 2 حدد توجيه الدارة اي اتجاه التوتر u_C واتجاه التوتر u_R .
b. ما هي عبارة u_R بدلالة u_C و R و C؟
c. ما هي العلاقة التي تربط بين u_R ، u_C ، E؟
d. ما هي المعادلة التفاضلية للتوتر u_C؟
e. تأكد من أن $u_C(t) = Ae^{-t/RC} + E$ هي حل لهذه المعادلة التفاضلية.
f. حدد عبارة A بأخذ الشروط الابتدائية بعين الاعتبار

الحل

a. توجيه الدارة
b. لدينا: $u_R = Ri$

$$i = C\frac{du_C}{dt} \rightarrow u_R = RC\frac{du_C}{dt}$$

c. من علاقة جمع التوترات: $E = u_R + u_C$

d. المعادلة التفاضلية لـ u_C : $E = RC\frac{du_C}{dt} + u_C \quad ...(1)$

e. التأكد من أن $u_C(t) = Ae^{-t/RC} + E$ هو حل للمعادلة التفاضلية: بالاشتقاق بالنسبة للزمن :

$\frac{du_C}{dt} = \frac{A}{RC}e^{-t/RC}$ بالتعويض في المعادلة (1) نجد :

$$E = -RC\frac{A}{RC}e^{-t/RC} + Ae^{-t/RC} + E = E$$

إذن u_C تحقق المعادلة التفاضلية.

f. تحديد A : $t = 0 \rightarrow u_C(0) = 0$ ومنه: $u_C = Ae^{-0} + E \rightarrow A = -E$

ومنه: $u_C = E(1 - e^{-t/RC})$

تمرين4

تشحن مكثفة سعتها $C = 3.3\mu F$ عبر مقاومة $R = 100K\Omega$ بمولد توتر مستمر ق م ك $E = 9V$

1. أعط عبارة ثابت الزمن τ للدارة.
2. بين أن τ متجانس مع الزمن
3. أحسب قيمة τ
4. كم يصبح التوتر بعد مدة 5s؟
5. ما قيمة شدة التيار بعد 5s ؟

الحل:

1. عبارة ثابت الزمن τ : $\tau = R.C$
2. $\tau = RC \rightarrow [\tau] = [RC] = [R].[C]. \ [R] = [U]/[I], [C] = [q]/[U], [q] = [I].[t]$

$[\tau] = \frac{[U][I][t]}{[U][I]} = [t]$ فبعد τ هو بعد الزمن وبالتالي فهو يقدر بالثانية

3. حساب قيمة τ : $\tau = R.C = 100.10^3 \times 3.3.10^{-6} = 0.33s$
4. قيمة التوتر بعد 5s : $u_C = E\ (1 - e^{-t/\tau}) = 9\ (1 - e^{-5/0.33}) \approx 9V$
5. قيمة شدة التيار بعد 5s : $i = \frac{E}{R}e^{-t/\tau} = \frac{9}{10^5}e^{-15} \approx 0$

تمرين5

...ينا الشكل التالي: ...يشير الفولطمتر ...ى -6.50v ومقياس الأمبير ...ى -350mA في اللحظة t من تطورهما ...لال الزمن علما أن $C = 100\mu F$.
... هل الدارة في النظام الانتقالي أم النظام المقارب ...الدائم)؟
2. أحسب قيمة الشحنة الكهربائية للمكثفة في اللحظة t وحدد اللبوس الموجب.
3. حدد جهة التوتر بين A و B ثم جهة التيار.
4. أكتب العلاقة بين i و u_{AB} هل هي حالة اصطلاح مولد أو آخذة ؟
5. هل المكثفة في حالة شحن ؟ علل.

...حل

... الدارة في النظام الانتقالي لأن i و u_{AB} في تطور .
... حساب الشحنة الكهربائية للمكثفة :

$q = u_{AB}/C = -650/10^{-4} = 6.50.10^{-4}C...$ شحنة اللبوس B هي $-q_B(t)$

... تحديد جهتي التوتر و التيار: يمر التيار من B إلى A لأن $u_{AB} = -6.50V$
...يكون سهم التوتر في نفس جهة سهم التيار.

... كتابة العلاقة بين i و u_{AB} : $i = -C\frac{du_C}{dt}$ إصطلاح مولد.
...ن جهة التيار بجهة التوتر.
... المكثفة في حالة شحن لأنها في نظام انتقالي حيث يستمر وصول الالكترونات إلى A.

تمرين6

...صلنا على ...شكل المقابل ...طبيق توتر ...ن طرفي ...كثفة خلال ...زمن، الدارة ...حتوي على مكثفة وناقل أومي مقاومته ...$R=100$ وقاطعة K ومولد للتوتر المستمر ق م ك $E=5V$ موصولة على التسلسل .

1. أرسم شكلا للدارة
2. عين بيانيا ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC بطريقتين مختلفتين.
3. استنتج قيمة سعة المكثفة C .
4. ما هي الطاقة المخزنة في المكثفة ؟

...حل

... رسم شكل للدارة :
... تعيين ثابت الزمن τ :
...: بتطبيق قانون جمع التوترات: $E = u_R + u_C$

...لدينا: $u_R = Ri \quad i = C\frac{du_C}{dt} \rightarrow u_R = RC\frac{du_C}{dt}$

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC} \rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$

...عادلة تفاضلية حلها: $u_C = E(1 - e^{-t/\tau})$

$u_C = E(1 - e^{-1}) = 0.63E = 3.15V$

...ند اللحظة $t = \tau$ محور الفواصل $\tau = 1\mu s$

2...: نرسم المماس للمنحني عند اللحظة $t = 0$

فيقطع الخط المقارب $u_C = E$ والموازي لمحور الزمن عند الفاصلة $t = \tau = 1\mu s$

3. قيمة سعة المكثفة C: لدينا: $\tau = RC$ ومنه: $C = \tau / R = 10^{-6}/100 = 10^{-8}F$

4. حساب الطاقة المختزنة في المكثفة: $E = \frac{1}{2}CE^2 = 0.5 \times 10^{-8} \times 25 = 12.5 \times 10^{-8}J$

تمرين 7

يوجد بين قطبي مكثفة مشحونة سعتها $C = 56\mu F$ توتر $E = 4V$، نشكل في اللحظة $t = 0$ دارة RC بربط ناقل أومي مقاومته $R = 100\Omega$ بين قطبيها.

1/ أرسم شكلا للدارة ووجهها.

2/ a ما هو الشرط الابتدائي للتوتر u_C بين قطبي المكثفة ؟

b. ما هي الطاقة المخزنة في المكثفة ؟

3/ أكتب المعادلة التفاضلية للتوتر u_C بين طرفي المكثفة.

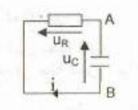
4/ تحقق من أن $u_C(t) = Ee^{-t/\tau}$ هو حل للمعادلة التفاضلية، أوجد قيمة τ .

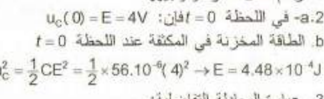
5/ a أوجد عبارة الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن من أجل $t > 0$

b. أحسب قيمتها في اللحظات $t = 0$ و $t = \tau$ و $t = 10ms$

الحل:

1. رسم شكل الدارة وتوجيهها:





a.2- في اللحظة $t = 0$ فإن: $u_C(0) = E = 4V$

b. الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = 0$

$$E = \frac{1}{2}Cu_C^2 = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2} \times 56.10^{-6}(4)^2 \rightarrow E = 4.48 \times 10^{-4}J$$

3. عبارة المعادلة التفاضلية:

من قانون جمع التوترات: $Ri + u_C = 0$

وباعتبار: $u_R = Ri$ $i = C\frac{du_c}{dt} \rightarrow u_R = RC\frac{du_C}{dt}$ ومنه: $RC\frac{du_C}{dt} + u_C = \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = 0$

4. التأكد من أن $u_C(t) = Ee^{-t/\tau}$ هو حل للمعادلة التفاضلية: لدينا: $\frac{du_C}{dt} = \frac{-E}{\tau}e^{-t/\tau}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية: $\frac{-E}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{+E}{\tau}e^{-t/\tau} = \mathbf{0}$ ومنه فالتوتر $u_C(t) = Ee^{-t/\tau}$ هو حل للمعادلة التفاضلية.

5. a.عبارة الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة t : $E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{1}{2}CE^2(e^{-t/\tau})^2$

b. في اللحظة $t = 0$: $E = \frac{1}{2}CE^2 = 4.48 \times 10^{-4}J$

وفي اللحظة $t = \tau$: $E = \frac{1}{2}CE^2e^{-1} = 1.66 \times 10^{-4}J$ ،

$t = 10ms$: $E = \frac{1}{2}CE^2e^{-3.57} = 1.26.10^{-5}J$

تمرين 8

نشحن مكثفة سعتها C مجهولة عبر ناقل أومي مقاومته $R = 500\Omega$ بمولد ق م ك $E = 12V$. نغلق الدارة في اللحظة $t = 0$ ونسجل تطور u_C بين قطبي المكثفة و u_R بين قطبي الناقل الأومي فنحصل على لمنحنيين التاليين:

A
E
u_C
u_R
C
B
R
u(V)
t(ms)

a. حدد المنحنى الموافق لــ u_R والمنحنى الموافق لــ u_C

ما هو المقدار الذي يسمح بملاحظة u_R؟

ما قيمتي u_C و u_R في النظام الدائم وهل تم بلوغه؟

a. باستعمال التحليل البعدي حدد العبارة الموافقة لــ τ بين العبارات التالية: $\tau = RC$ ، $\tau = 1/RC$ و $\tau = R/C$ ، $\tau = C/R$:

حدد بيانيا قيمة τ بطريقتين مختلفتين.

استنتج القيمة التقريبية لسعة المكثفة.

حدد الطاقة المخزنة في المكثفة المحققة.

أوجد عبارة المعادلة التفاضلية للتوتر u_C بين طرفي المكثفة

ل

a. تحديد المنحنى الموافق لكل من u_R و u_C: 1 ← يوافق u_C لأنه دالة متزايدة في الزمن

2 ← يوافق u_R لأنه دالة متناقصة في الزمن

لدينا $u_R = Ri$ وبالتالي فإن u_R يسمح بملاحظة i(t).

في النظام الدائم (عند نهاية الشحن) فإن: $u_C = E = 12V, i = 0 \rightarrow u_R = 0$

a. بالتحليل البعدي لمختلف العبارات نجد أن العبارة الموافقة لــτ هي:

$\tau = RC \rightarrow [\tau] = [RC] = [R].[C] \rightarrow [R] = [U]/[I], [C] = [q]/[U], [q] = [I].[$

$[\tau] = \frac{[U][I][t]}{[U][I]} =$

تحديد قيمة τ بيانيا:

نرسم المماس للمنحنى u_C في اللحظة $t = 0$

ع الخط المقارب $u_C = E$ عند اللحظة $t = \tau = 2.3ms$

: في اللحظة $t = \tau$ فإن $u_C = 0.63E$

أن $u_C = 7.6V$ والذي توافقه $t = \tau = 2.3ms$

ستنتاج قيمة سعة المكثفة: $\tau = RC$ ←ومنه: $C = \tau/R = 2.3.10^{-3}/500 = 4.6.10^{-6}F$

طاقة المخزنة في المكثفة: لدينا: $E = \frac{1}{2}CE^2 = 0.5.4.6.10^{-6}.144 = 3.3.10^{-4}J$

عبارة المعادلة التفاضلية:لدينا $u_R + u_C = E$ بما أن: $u_R = Ri$

$i = C\frac{du_c}{dt} \rightarrow u_R = RC\frac{d}{}$ ومنه: $RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E$

ين9

ة مشحونة سعتها $C = 5\mu F$ تحت توتر $U_{AE} > 0$ قيمته U_0 ،المكثفة مربوطة دارة ممثلة بالشكل التالي وتم ضبط اشتغال التوتر u_{AB} براسم الإهتزاز بطي على النحو التالي: قاعدة الزمن1ms/div ، الحساسية الشاقولية 1v/ ، نغلق الدارة في اللحظة$t=0$.

R
B
مدخل Y

- استنتج المعادلة التفاضلية المحققة للتوتر u_{AB} بين قطبي المكثفة،

تحديد الشرط الابتدائي للتوتر u_{AB}.

حصل على المنحنى(1) باستخدام ناقل أومي مقاومته $R_1 = 500\Omega$

تعمال ناقل أومي مقاومته R_2 نحصل على المنحنى (2) .

a . ما قيمة u_0 ؟
b. حدد بعد فحص المنحنيين المقاومة الكبيرة، اقترح طريقة لتحديد R_2 ؟ واحسب قيمتها .
3. a احسب الطاقة المخزنة في المكثفة أثناء الشحن .
b. استنتج قيمة الطاقة المستهلكة هي R_1 بفعل جول عند ما ينتهي تفريغ المكثفة .
c. هل تختلف هذه الطاقة في حالة R_2 ؟ علل إجابتك .
4 a. – أحسب الطاقة المستهلكة في الناقل ذو المقاومة R_2 عند اللحظة $t=7ms$
b. هل تختلف هذه الطاقة مع R_1 هل هي أكبر أو أصغر مع R_2 ؟

الحل:

1. استنتاج المعادلة التفاضلية: لدينا: $u_R + u_C = 0 \ ...(1)$

وباعتبار العلاقات: $u_R = Ri$ و $i = C\frac{du_c}{dt} \rightarrow u_R = RC\frac{du_C}{dt}$ وبالتعويض في(1)

نجد: $R.C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ الشروط الابتدائية: $t = 0$ فإن $u_{AB}(0) = u_0$

2 a . قيمة u_0: من البيان وباعتبار الحساسية الشاقولية فإن: $u_0 = 12div \times 1V/div = 12V$

b. لدينا عبارة ثابت الزمن: $\tau = R.C$ فكلما زادت R زاد τ وزاد زمن التفريغ فـ $R_1 < R_2$

ـــ تحديد قيمة R_2 نرسم المماس للمنحني2 في اللحظة $t = 0$ فيقطع محور الزمن عند $t = \tau_2$

ومنه: $\tau_2 = 3div.1ms/div = 3ms$ و $\tau_2 = R_2C \rightarrow R_2 = 3.10^{-3}/5.10^{-6} = 600\Omega$

3. a حساب الطاقة المخزنة في المكثفة: $E = 0.5Cu_0^2 = 0.5.5.10^{-6}144 = 3.6.10^{-4} J$

b. قيمة الطاقة المستهلكة في R_1 بفعل جول تساوي الطاقة المخزنة في المكثفة

$E = E' = 3.6.10^{-4} J$

c. نعم تختلف هذه الطاقة مع الطاقة في حالة R_2 .
لأن شحن المكثفة يتوقف على قيمة المقاومة

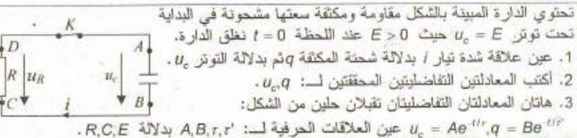
4 a. – حساب الطاقة المستهلكة في R_2 عند اللحظة $t=7ms$: من البيان فإن :

$u_c(7ms) = 2div \times 1V/div = 2V$ ومنه: $E = 0.5Cu_c^2 = 0.5.5.10^{-6}4 = 10.10^{-6} J$ وهي الطاقة الباقية في المكثفة ، وتكون الطاقة المستهلكة بفعل جول في المقاومة هي:

$E'' = 3.6.10^{-4} - 10.10^{-6} = 3.5.10^{-4} J$

b. تختلف هذه الطاقة مع R_1 و هي أصغر في حالة R_2 .

تمرين10



تحتوي الدارة المبينة بالشكل مقاومة ومكثفة سعتها مشحونة في البداية تحت توتر $u_c = E$ حيث $E > 0$ عند اللحظة $t = 0$ نغلق الدارة.
1. عين علاقة شدة تيار i بدلالة شحنة المكثفة qثم بدلالة التوتر u_c .
2. أكتب المعادلتين التفاضليتين المحققتين لـــ: u_c, q .
3. هاتان المعادلتان التفاضليتان تقبلان حلين من الشكل:
$u_c = Ae^{-t/\tau}, q = Be^{-t/\tau'}$ عين العلاقات الحرفية لـــ: A, B, τ, τ' بدلالة R, C, E .
4. ماهي علاقة $i(t)$ مع تحديد اتجاه التيار ؟

ل

لدينا: $q = q_A = Cu_{AB} = Cu_c$ حيث q_A شحنة اللبوس A وحسب اتجاه التيار لدينا:

$i = \frac{dq_A}{dt} = \frac{dq}{dt} = C\frac{du}{d}$

المعادلتان التفاضليتان لـــ: u_c, q : بتطبيق قانون التوترات: $u_{AB} + u_{BC} + u_{CD} + u_{DA} = 0$

حيث $u_c + 0 + Ri + 0 = 0 \rightarrow u_c + Ri =$

$i = C\frac{du}{dt} \rightarrow u_C + R.C\frac{du_C}{dt} =$ ومنه: $q + R.C\frac{dq}{dt} = 0$ حيث: $u_c = \frac{q}{C}$

تعيين العلاقات الحرفية لـــ: A, B, τ, τ' : لدينا: $u_c = A\exp(-t/\tau)$ و $\frac{du_c}{dt} = -\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$

$u_c + RC\frac{du}{dt} = Ae^{-t/\tau} - RC\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} =$ ومنه: $(1 - \frac{RC}{\tau})Ae^{-t/\tau} = 0 \leftarrow 1 - \frac{RC}{\tau} = 0$

نه: $\tau = R.C$ عند $t = 0$ فإن: $u_c = E = Ae^0$ ومنه: $E = A$

نا: $q = Be^{-t/\tau'}$ ومنه : $\frac{dq}{dt} = -\frac{B}{\tau'}e^{(-t/\tau')}$ وبالتعويض نجد:

$q + R.C\frac{dq}{dt} = Be^{-t/\tau'} - R.C\frac{B}{\tau'}e^{-t/\tau'} =$

$(1 - \frac{RC}{\tau'})Be^{-t/\tau'} = 0 \rightarrow 1 - \frac{RC}{\tau'} = 0 \rightarrow \tau' = R$

. اللحظة $t = 0$ ← $Eq = C.E = Be^0$ ← $B = C$

علاقة $i(t)$ وجهة التيار :

: $q = Be^{-t/\tau} = CEe^{-t/(RC)}$ ← $i = \frac{dq}{dt} = -\frac{CE}{RC}e^{-t/\tau} \rightarrow i(t) = \frac{-E}{R}e^{-t/\tau}$

ا تكن قيمة t فإن $i(t)$ سالبة إذن اتجاه التيار يعاكس دوما اتجاه الدارة.

ين 11

ما هي علاقة ثابت الزمن τ لدارة (RC) ؟ حدد وحدة قياسها
تعمال التحليل البعدي.
ندرس شحن مكثفة بواسطة الدارة الممثلة بالشكل المقابل.
اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة فنحصل على البيان المرفق
عين بيانيا ثابت الزمن τ لهذه الدارة.
أحسب قيمة توتر المكثفة في اللحظة $t = \tau$
عين قيمة ال ق م ك للمولد.
عبر عن τ بدلالة مميزات هذا الجزء
الدارة. استنتج قيمة R_1
طيات: $C = 1.0.10^{-4}F$ و $R_2 = 750\Omega$

علاقة ثابت الزمن τ: $\tau = RC$

$\tau = RC \rightarrow [\tau] = [RC] = [R].[C] \rightarrow [R] = [U]/[I], [C] = [q]/[U], [q] = [I].$

$[\tau] = \frac{[U][I][t]}{[U][I]} =$

تعيين ثابت الزمن τ بيانيا: نرسم المماس

للمنحني u_c في اللحظة $t = 0$ فيقطع الخط المقارب $u_c = E$ عند اللحظة $t = \tau = 0.1s$

b. حساب قيمة توتر المكثفة في اللحظة $t = \tau$:

من البيان فإن : $E = 5V$

في اللحظة $t = \tau$ فإن $u_c = 0.63E$ أي أن $u_c = 3.1V$

c. تعيين قيمة ال ق م ك للمولد:

بتطبيق قانون جمع التوترات : $E = u_c + R_1 i + R_2 i$ ومنه:

$$u_c = E - (R_1 + R_2)i$$

عند نهاية الشحن $i = 0$ ومنه: $u_c = E = 5V$

d. التعبير عن τ واستنتاج قيمة R_1 : $\tau = (R_1 + R_2)C$

ومنه : $R_1 = \frac{\tau}{C} - R_2 = \frac{0.1}{10^{-4}} - 750 = 250\Omega$

تمرين 12

خلال تجربة شحن مكثفة تحت توتر ثابت E من خلال ناقل أومي مقاومته R حصلنا على البيان التالي الذي يمثل علاقة التوتر بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن .

1/ حدد من البيان :

a ـ قيمة التوتر u_C بين طرفي المكثفة عند نهاية الشحن.

b ـ ثابت الزمن τ .

c ـ خلال كم من الزمن نعتبر المكثفة وصلت إلى شحنتها القصوى؟ قارن هذا الزمن مع τ

d ـ نعرف زمن $t_{1/2}$ حيث $u_C = u_{max}/2$ أعط قيمة $t_{1/2}$ علما أن $t_{1/2} = \tau \ln 2$ استنتج τ

2/ أحسب قيمة سعة المكثفة علما أن $R = 2.18k\Omega$ مقاسة بالأومتر.أعط تأطيرا لهذه القيمة. علما أن τ قيس بتقريب $0.1ms$ وأن R بـ $0.01k\Omega$

3/ أحسب الطاقة المخزنة في المكثفة.

الحل:

1/ a ـ قيمة التوتر u_{AB} : في النظام الدائم التوتر بين طرفي المكثفة يؤول إلى $u_C = 10V$

b ـ ثابت الزمن τ : ثابت الزمن يوافق الزمن الذي يكون فيه $u(\tau) = 0.63u_{max}$

ومنه: $u = 6.3V$ و $\tau = 7.2ms$

c ـ حساب t : من البيان المكثفة وصلت إلى شحنتها القصوى عند $t = 35ms$ تقريبا يساوي 5τ.

d ـ قيمة $t_{1/2}$: $u = u_{max}/2 = 5V$ ومنه: $t_{1/2} = 5ms$ و $\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} = 7.2ms$

2/ حساب قيمة السعة: لدينا : $\tau = RC$ ومنه : $C = \frac{\tau}{R} = \frac{7.2 \times 10^{-3}}{2.18 \times 10^{3}} = 3.3 \times 10^{-6}F$

نعتبر أن τ قيس بتقريب $0.1ms$ وأن R بـ $0.01k\Omega$ إذن:

$\frac{7.1 \times 10^{-3}}{2.19 \times 10^{3}} < C < \frac{7.3 \times 10^{-3}}{2.17 \times 10^{3}}$ ومنه $3.24 \times 10^{-6} < C < 3.36 \times 10^{-6}$ ومنه:

$$C = (3.30 \times 10^{-6} \pm 0.06 \times 10^{-6})F$$

/ الطاقة المختزنة: $E_c = \frac{1}{2}Cu_c^2 = 0.16mJ$

تمرين13

نعتبر التركيب الممثل بالشكل المقابل، في البداية المكثفة فارغة، في اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة k $R = 1k\Omega$

/ ما هو الاصطلاح لكل ثنائي قطب الذي تمثله عناصر الدارة ؟

/ نشاهد توترين للشكل باستعمال راسم اهتزاز مهبطي بدلالة الزمن والممثلين بالمنحنيين u_1 ، u_2 ، حدد البيان الذي يمثل التوتر u_1 والبيان الذي يمثل التوتر u_2 .

/ كيف نصل راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة لكي نشاهد u_1 و u_2؟

/ من البيانين حدد قيمة الـ ق.م.ك للمولد.

/ أعط تعريف للزمن المميز ، وما هي قيمته مع تحديد الطريقة التجريبية المستعملة ؟

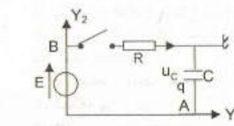
/ استنتج قيمة سعة المكثفة C .

الحل

/ المكثفة والمقاومة تمثلان ثنائي قطبين خاملين لأن التيار يدخل من قطبيهما الموجب أما المولد يمثل ثنائي قطب نشيط لأن التيار يخرج من قطبيه الموجب .

/ التوتر u_C يمثله البيان التوتر u_1 لأن التوتر يزداد مع مرور الزمن إلى أن يبلغ القيمة الثابتة E يكون عندئذ du_C/dt يؤول إلى الصفر وبالتالي فإن : $Ri = u_2$ يمثله البيان u_2 .

/ نصل النقطة M بالأرض والنقطتين A و B بالمدخلين Y_1 و Y_2 لراسم الاهتزاز المهبطي



/ تحديد قيمة E : عندما تشحن المكثفة فإن : $u_C = E = 6V$

/ تعريف الزمن المميز: هو الزمن اللازم لبلوغ الجملة 63% من قيمتها العظمى أي : $u_C = 0.63E = 0.63 \times 6 = 3.78V$

نعين القيمة $u_C = 3.78V$ على البيان فنجد فاصلتها $\tau \approx 10ms$

/ استنتاج قيمة C : لدينا : $\tau = RC$ ومنه:

$$C = \tau / R = 10^{-2}/10^{3} = 10^{-5}F = 10\mu F$$

تمرين14

يسمح التركيب التالي بدراسة تطور التوتر u_{AB} بين قطبي مكثفة سعتها C على التسلسل مع ناقل أومي مقاومته R .يسمح تجهيز موصول بحاسوب باستقبال التوتر u_{AB} خلال الزمن.

في البداية القاطعة K في الوضع1 منذ مدة طويلة

/ ما حالة المكثفة في اللحظة $t = 0$ ؟

/ أعط توجيها للتوتر u_{AB} .

/ ماذا يمثل المنحنى التالي؟ شحن أوتفريغ المكثفة .

/ ما هي التجربة التي يجب إجراؤها للحصول على هذا المنحنى؟

/ استنتج تعليلا للإجابة المعطاة في السؤال1 .

6. بالمحافظة على الإتجاه المختار حدد إشارة i .
7. أكتب العلاقة بين:
ـ شدة التيار i والتوتر u_{BF}
ـ الشحنة q والتوتر u_{AB}
ـ الشدة i والشحنة q
ـ التوتر u_{BF} و u_{AB} أثناء التفريغ.
8. بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية التي تحقق التوتر u_{AB} هي:

$\frac{1}{\alpha}\frac{du_{AB}}{dt}+u_{AB}=0$ حيث α ثابت يعبر عنه بدلالة مميزات ثنائيات القطب لدارة التفريغ.

9. بين أن النسبة $1/\alpha$ متجانسة مع الزمن، ما اسمها ؟
10. اقترح حلا للمعادلة التفاضلية.
11. استنتج عبارة اللوغارتم النيبيري للحل المقترح مع العلم أن :
$\ln(ab)=\ln a+\ln b, \ln a^x = x\ln a, \ln e=1$
12. سمح برنامج برسم المنحنى الموافق للدالة $\ln u_{AB}(t)=f(t)$
وبتحديد العبارة $\ln u_{AB}(t)=f(t)=-45.5t+1.61$ بين أن شكل المنحنى يتوافق مع عبارة حل المعادلة التفاضلية.
13. مع أي قيمة لثابت الزمن من بين القيم الثلاث التالية:
$\tau=0.46ms, \tau=2.2ms, \tau=22ms$ يوافق نتائج النموذج المقترح؟

الحل:

1. عند $t=0$ المكثفة مشحونة .
2. توجيه التوتر بين A, B
3. المنحنى يمثل تفريغ المكثفة لأن التوتر u_{AB} دالة متناقصة في الزمن .
4. يتم تفريغ المكثفة بوضع القاطعة في الوضع2 للحصول على المنحنى .
5. ما يفسر الإجابة على السؤال 1 هو تناقص التوتر u_{AB} انطلاقا من القيمة $u_{AB}=E=5V$

6. بالاحتفاظ بالاتجاه المعطى لشدة التيار فإن إشارته أثناء التفريغ تكون سالبة.
7. العلاقة بين u_{BF}, i : $u_{BF}=u_R=Ri$ ، العلاقة بين u_{AB}, q_A : $q_A=Cu_{AB}$
العلاقة بين i, q_A : $i=dq_A/dt=dq/dt$ ، العلاقة بين u_{BF}, u_{AB} : أثناء التفريغ
$u_{AB}=-u_{BA}=-u_{BF}\,(A=F), u_{BF}=Ri$
8. المعادلة التفاضلية : بتطبيق قانون جمع التوترات: $u_{AB}+u_{BF}=0 \rightarrow u_{AB}+Ri=0$ ومنه:

$$RC\frac{du_{AB}}{dt}+u_{AB}=0, \frac{1}{\alpha}=RC \rightarrow \frac{1}{\alpha}\frac{du_{AB}}{dt}+u_{AB}=0$$

9. التحليل البعدي: $1/\alpha=RC \rightarrow 1/[\alpha]=[RC]=[R][C]$

$$\frac{1}{\alpha}=\frac{[U]}{[I]}\cdot\frac{[I][t]}{[U]}=t$$ ← $1/\alpha$ هو ثابت الزمن

10. حل المعادلة التفاضلية هو من الشكل:
$u_{AB}(t)=Ke^{-\alpha t}+b$ باعتبار الشروط الابتدائية فإن: $u_{AB}(0)=K=E \rightarrow K=E$ و $\alpha=\frac{1}{\tau}=m$

و $b=0$ ومنه: $u_{AB}(t)=Ee^{-t/\tau}=u_{AB}(t)=Ee^{-\alpha t}$.
11. بتطبيق التذكير الرياضي المعطى فإن: $\ln u_{AB}(t)=f(t)=\ln E-\alpha t=\ln 5-\alpha t$
12. هذه العلاقة $\ln u_{AB}(t)=\ln E-\alpha t=\ln 5-\alpha t$ تتوافق مع $\ln u_{AB}(t)=-45.5t+1.61-\alpha t$
وهي معادلة مستقيم تتوافق مع حل المعادلة التفاضلية .
13. من الجواب السابق فإن $\alpha=45.5s^{-1}$ ومنه: $\tau=1/\alpha=22ms$
وبالتالي القيمة الموافقة من بين القيم المقترحة هي $\tau=22ms$

تمرين15

مكثفة سعتها C شحنت بمولد ينتج تيارا مستمرا I
المدخل Y وصل ببطاقة استقبال لجهاز إعلام آلي يسمح بالحصول على u_{AB} بدلالة الزمن t .
1 ـ كيف يمكن تفريغ المكثفة تفريغا كليا ؟
2 ـ عند اللحظة $t=0$ تم تفريغ المكثفة وعندها نغلق القاطعة K اشرح ظاهرة تحول الشحنات .
3 ـ ليكن I التيار الذي يصل إلى اللبوس A للمكثفة و q_A شحنته
a- أعط العلاقات التي تربط بين $q(t)$ والسعة C للمكثفة وكذلك $u_{AB}=u_C(t)$
b- أعط العلاقة بين i و $\frac{dq}{dt}$ واستنتج العلاقة بين $i;u;C$ و t
4 ـ خلال حصة للأعمال التطبيقية أعطى برنامج الاستقبال البيان المقابل حيث شدة التيار التي ينتجها المولد هي $i=33\mu A$
a- حدد قيمة سعة المكثفة المستعملة.
b- التوتر u_{AB} لايمكن أن يتعدى $100V$ حدد أقصى زمن t_{max} اللازم للشحن.

الحل:

1 ـ لتفريغ المكثفة نضغط على الضاغطة P لبعض اللحظات وإبقاء القاطعة K مفتوحة
2 ـ ظاهرة تحول الشحنات: الالكترونات تنتقل من اللبوس A في عكس اتجاه التيار إلى اللبوس B .
A يشحن بالموجب وبالمقابل الالكترونات التي تصل إلى اللبوس B تشحنه بالسالب .
3 ـ a- العلاقة بين $q(t)$ و C : لدينا: $q=Cu_{Ab}=Cu_C$
b- العلاقة بين I و $\frac{dq}{dt}$: لدينا: $I=\frac{dq}{dt}; q=It+cte$ عند $t=0$ فإن: $q=0$
ومنه: $q=It$ إذن : $It=Cu_C$
4 ـ a- تحديد قيمة السعة: ميل البيان : $t/u=1sV^{-1}$ ومنه:
$C=1\times t/u=33.10^{-6}F=33\mu F$

b- تعيين t_{max} : $Cu_{AB}(max)=it_{max}$ ومنه: $t_{max}=\frac{Cu_{AB}(max)}{I}=100s$

ثنائي القطب (R,L)

1. تعاريف واصطلاحات

a. الوشيعة: تتكون من سلك ناقل معزول ملفوف حول أسطوانة من الباكليت.

ـــ رمزها النظامي :

A — r — L — B

L: ذاتية الوشيعة وتقاس بالهنري(H)

r: مقاومة الوشيعة وتقاس بالأوم (Ω)

تكون الوشيعة مثالية إذا كانت مقاومتها r مهملة.

ـــ عندما يطبق بين طرفي الوشيعة توتر u_{AB} يمر تيار i في الوشيعة وباعتبار توجيه الدارة من A نحو B تكون الوشيعة في اصطلاح **آخذة**.

وثيقة 1 — توجيه الوشيعة باصطلاح آخذة

b. العلاقة بين التوتر بين قطبي الوشيعة وشدة التيار:

لدينا : $u_{AB} = L\dfrac{di(t)}{dt} + ri(t)$

ـــ الحد $Ldi(t)/dt$: يميز سلوك الوشيعة.

ـــ الحد $r.i(t)$: يظهر أن الوشيعة لها مقاومة r ، فالوشيعة ذات الذاتية L والمقاومة الداخلية r تنمذج بوشيعة مثالية ذاتيتها L مقاومتها مهملة موصولة على التسلسل مع ناقل أومي مقاومته r

ـــ إذا كان i يتزايد فإن $\dfrac{di(t)}{dt} > 0$ والتوتر بين طرفي الوشيعة موجب.

ـــ إذا كان i يتناقص فإن $\dfrac{di(t)}{dt} < 0$ والتوتر بين طرفي الوشيعة سالب.

يكون التوتر كبيرا كلما كان تغير شدة التيار سريعا.

2. ثنائي القطب $R.L$

يتكون ثنائي القطب $R.L$ من ناقل أومي مقومته R موصول على التسلسل مع وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r.

a. استجابة الثنائي $R.L$ لتوتر متدرج

لتكن الدارة (وثيقة2) تغذى الدارة بمولد قوته المحركة الكهربائية E عندما نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$ فإن ثنائي القطب $R.L$ يخضع لتوتر متدرج E (التوتر يأخذ لحظيا القيمة E) ندعو الشدة $i(t)$ من أجل $t > 0$ استجابة الدارة لتوتر متدرج

وثيقة2 — توجيه الدارة وتمثيل التوترات

توتر متدرج

b. المعادلة التفاضلية المحققة بواسطة شدة التيار:

بتطبيق قانون جمع التوترات: $u = u_{AB} + u_R$ من أجل $t > 0$ فإن: $u = E \leftarrow u_{AB} + u_R = E$

وباعتبار اصطلاح آخذة فإن: $u_{AB} = L\dfrac{di}{dt} + r.i$ و $u_R = R.i$ ومنه :

$L\dfrac{di}{dt} + r.i + Ri = E$ أي $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{(r+R)i}{L} = \dfrac{E}{L}$ نضع $r + R = R_t$ ومنه: $\boxed{\dfrac{di}{dt} + \dfrac{R_t i}{L} = \dfrac{E}{L}}$

معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية بمعاملات ثابتة خطية وبطرف ثان غير معدوم.

c. ثابت الزمن لثنائي القطب $R.L$:

إن التحليل البعدي للمقدار L/R_t يبين أنه متجانس مع الزمن ندعوه ثابت الزمن τ لثنائي القطب $R.L$

ومنه : $\boxed{\tau = \dfrac{L}{R_t}}$ ويكون ثابت الزمن كبيرا كلما كانت ذاتية الوشيعة كبيرة والمقاومة الكلية صغيرة

صبح المعادلة التفاضلية: $\boxed{\dfrac{di}{dt} + \dfrac{i}{\tau} = \dfrac{E}{L}}$

حل المعادلة التفاضلية

عادلة التفاضلية: $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{i}{\tau} = \dfrac{E}{L}$ تقبل حلا من الشكل: $\boxed{i(t) = Ae^{mt} + b}$ حيث m,b,A ثوابت

ث $m = \dfrac{R_t}{L} = \dfrac{1}{\tau}$ و $b = \dfrac{E}{R_t}$ وباعتبار الشروط الابتدائية :

$i(0) = Ae^{0} + \dfrac{E}{R_t} = 0 \rightarrow A = -\dfrac{E}{R_t}$ $t =$

نه: $i(t) = \dfrac{E}{R_t}(1 - e^{-t/\tau}) = i_0(1 - e^{-t/\tau})$

كون المنحنى المميز لشدة التيار:

$i = \dfrac{i_0}{2} \rightarrow t_{1/2} = \tau \ln 2$ و $i_0 = \dfrac{E}{R_t}$

منحنى تطور شدة التيار عند غلق الدارة

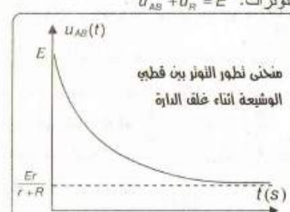
ون منحى شدة التيار من جزئين:

زء الأول: تتزايدفيه شدة التيار ويشكل **النظام الانتقالي** وتدوم تقريبا 5τ حيث: $i(5\tau) = 0.99\, i_0$

الجزء الثاني: تكون فيه شدة التيار ثابتة تقريبا وتقترب من القيمة المقاربة $i_0 = E/R_t$ حيث

كل **النظام المقارب** أو **النظام الدائم يكون فيه:** $L\dfrac{di}{dt} = 0 \rightarrow u_{AB} = r.i_0$

التوتر بين طرفي الوشيعة: من قانون جمع التوترات: $u_{AB} + u_R = E$



$u_{AB} = E - u_R = E - Ri$ و $i(t) = \dfrac{E}{R_t}(1 - e^{-t/\tau})$

$u_{AB} = E - \dfrac{RE}{R_t}(1 - e^{-t/\tau}) - E\left[1 - \dfrac{R}{R_t}(1 - e^{-t/\tau}\right.$

: غلق القاطعة في اللحظة $t = 0$: $u_{AB} = E$

$t \rightarrow \infty$ فإن:

$u_{AB} = E(1 - \dfrac{R}{R}$ ← $u_{AB} = E\dfrac{r}{r+R}$

توتر بين طرفي الوشيعة يتناقص من القيمة إلى القيمة $Er/r+R$ بمرور الزمن ويكون شكل المنحنى:

بيق1

حتوي دارة على التسلسل مولد قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$ وقاطعة وشيعة L,r وناقل أومي مقاومته R تغلق الدارة في اللحظة $t = 0$

. كيف نربط راسم الاهتزاز من أجل مشاهدة شدة التيار؟

2. a-حدد سهمي التوتر u_{FA} و u_{AM}.

- أكتب المعادلة التفاضلية المحققة لشدة التيار.

3. بين أن $i = E/R(1 - e^{-t/\tau})$ هو حل للمعادلة التفاضلية.

حيث: $\tau = L/R$ كيف نسمي τ؟ مابعده الزمني؟

4. يعطى منحنى تغير شدة التيار عند غلق القاطعة بدلالة الزمن بالشكل التالي:

استنتج من البيان:

a. قيمة المقاومة الكلية للدارة R_T

b. قيمة r'.

c. قيمة L.

الحل:

1. لمشاهدة شدة التيار نربط المدخل1 بالنقطة A والأرضي بالنقطة M.

2. a. تحديد سهمي التوتر (الشكل)

b. بتطبيق قانون جمع التوترات: $u = u_{AB} + u_R$ من أجل $t > 0$ فإن:

$u = E \leftarrow u_{AB} + u_R = E$

وباعتبار اصطلاح آخذة فإن: $u_{AB} = L\frac{di}{dt} + r.i$ و $u_R = R.i$ ومنه :

$L\frac{di}{dt} + r.i + Ri = E$ أي $\frac{di}{dt} + \frac{(r+R)i}{L} = \frac{E}{L}$ نضع $r + R = R_t$ ومنه: $\frac{di}{dt} + \frac{R_t i}{L} = \frac{E}{L}$

3. لدينا: $i = \frac{E}{R}(1 - e^{-t/\tau})$ باشتقاق هذه العلاقة بالنسبة للزمن $(R = r + r')$

$\frac{di}{dt} = \frac{E}{R.\tau}e^{-t/\tau}$ وبالتعويض في المعادلة التفاضلية $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{E}{L}$ نجد:

ومنه: $E = \frac{E.R}{R}(1 - e^{-t/\tau}) + \frac{L.E}{R.\tau}e^{-t/\tau} = E + Ee^{-t/\tau}(-1 + \frac{L}{R.\tau})$

$0 = Ee^{-t/\tau}(-1 + \frac{L}{R.\tau})$ هذه المعادلة محققة مهما تكن قيمة t **إذا كان** $\frac{L}{R.\tau} = 1 \rightarrow \tau = \frac{L}{R}$

نسمي τ بثابت زمن الدارة.

a.4. في النظام الدائم $\frac{di}{dt} = 0 \rightarrow i = i_0 = \frac{E}{R}$

نحصل على قيمة i_0 برسم الخ المقرباللمنحنى البياني فنجد $i_0 = 55mA$

ومنه: $E = 6V \rightarrow R = \frac{E}{i_0} = \frac{6}{0.055} = 109\Omega$

b. برسم المماس للمنحني في اللحظة $t = 0$ فيقطع الخط المقارب في النقطة C فاصلتها $t = \tau$ **ومنه** $t = \tau = 7ms = 7.10^{-3}s$

c. $L = R.\tau = 109 \times 7.10^{-3} = 0.76H$

3. قطع التيار في الدارة $R.L$

a. قطع التيار: من أجل دراسة قطع التيار في دارة ثنائي قطب $R.L$ نحقق التركيب الممثلة بالمخطط التالي: عندما نغلق الدارة لايمر تيار في الصمام الثنائي D

والوشيعة يمر فيها تيار تصل قيمته في النظام الدائم $i_0 = e / R_t$.

ـ عندما نفتح الدارة (قطع التيار الآتي من المولد) فالناقل الأومي والوشيعة والصمام الثنائي تشكل دارة على التسلسل يمر فيها نفس التيارحيث يصبح

...صمام ممرا ويتصرف كقاطعة مغلقة.

...لاحظة: يجب تجنب فتح دارة مغلقة تحتوي وشيعة مغذاة من طرف مولد في ...ة اشتعال في غياب وجود صمام ثنائي لتفادي التعرض لشرارات عند ...ح الدارة لأن الصمام الثنائي يضمن استمرار مرور التيار في الوشيعة.

... المعادلة التفاضلية للدارة:

... قبل فتح القاطعة شدة التيار مساوية للشدة في النظام المقارب (النظام الدائم) أي: $i_0 = e / R_t$

... عند فتح الدارة في اللحظة $t = 0$ لاتنعدم شدة التيار لحظيا، فيمر في الصمام وبتطبيق قانون ...ع التوترات فإن: $u = u_{AB} + u_R, u_R = R.i, u_{AB} = L\frac{di}{dt} + r.i$

...توتر بين طرفي الصمام معدوم $u = 0$ ومنه: $L\frac{di}{dt} + r.i + Ri = 0 \rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{(r+R)}{L}i = 0$ مع ...

... $r = $ ... فإن: $\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = 0}$ معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى بمعاملات ثابتة دون طرف ثان.

... حل المعادلة التفاضلية:

...ل العام للمعادلة التفاضلية $\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = 0}$ من الشكل: $\boxed{i(t) = Ae^{-mt} + b}$ حيث m, b, A ثوابت.

...ن المعادلة التفاضلية نجد $m = \frac{R_t}{L} = \frac{1}{\tau}$

... $b = 0$ وباعتبار الشروط الابتدائية: $A = \frac{E}{R_t}$

...التالي فإن: $\boxed{i(t) = \frac{E}{R_t}e^{-t/\tau} = i_0 e^{-t/\tau}}$

...كون شكل المنحني الممثل لشدة تيار القطع:

تحديد τ برسم المماس للمنحني عند اللحظة $t = 0$ فيقطع محور الزمن عند $t = \tau$

$t_{1/2} = \tau \ln 2$

... التوتر بين قطبي الوشيعة

...نا: $u_{AB} + u_R = 0$ ومنه: $u_{AB} = -R.i$

$u_{AB} = -R.i_0 e^{-t/\tau} = -\frac{R}{R_t}E.e$ ...

... تأثير مميزات ثنائي القطب $R.L$ على τ: لدينا: $\tau = \frac{L}{R + r}$

...يزداد τ كلما زادت L.

...يتناقص τ كلما زادت المقاومة الكلية للدارة.

... الطاقة المخزنة في وشيعة

...اقة المخزنة في وشيعة : $\boxed{E = \frac{1}{2}Li^2}$ حيث $E:(J), L:(H), i:(A)$

... تخزن الوشيعة طاقة عندما يمر فيها تيارا كهربائي تعيدها عند فتح الدارة فهي بخلاف المكثفة ...ي تبقي الطاقة مخزنة فيها بعد فتح الدارة .

...يستعمل تخزين واسترجاع الطاقة في الوشيعة في التلحيم عن طريق القوس الكهربائي وإشعال ...اقد الطباخات التي تستعمل الغاز كوقود.

تمارين

تمرين1

أجب بصحيح أو خطا:

a. لتكن الوشيعة ذات القطبين A، B فإن $u_{AB} = -L\frac{di}{dt} + ri$

b. – تكون شدة التيار ثابتة في النظام الانتقالي.

c. – في النظام المقارب (الدائم) تكون شدة التيار معدومة .

d. – يتم بلوغ النظام المقارب عمليا بعد 5τ

الحل

a. ← خطا ، b. ← خطأ ، c. ← خطأ ، d. ← صحيح

تمرين2

نعتبر الدارة المكونة من وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها r وناقل أومي مقاومته R والقاطعة K والمولد على التسلسل .

1 – وجه الدارة وحدد جهة أسهم التوتر ؟

2 – أكتب عبارة التوتر بين قطبي الوشيعة .

3 – أكتب المعادلة التفاضلية المحققة لشدة التيار بعد غلق الدارة .

4 – تأكد من أن: $i(t) = Ae^{-R_T t/L} + \frac{E}{R_T}$ هو حل للمعادلة التفاضلية.

5– حدد قيمة الثابت A ثم إستنتج عبارة القيمة العظمى لشدة التيار.

6– أعط شكل منحنى تغير شدة التيار.

7– أوجد عبارة التوتر بين قطبي الوشيعة u_L وكيف تكون هيأته بدلالة الزمن؟

الحل

1. توجيه الدارة وتحديد أسهم التوتر :

2 – كتابة عبارة التوتر بين قطبي الوشيعة: $u_L = L\frac{di}{dt} + ri$

3 – كتابة المعادلة التفاضلية المحققة لشدة التيار :

$u_L + u_R = E$ ومنه: $L\frac{di}{dt} + (R+r)i = E$ ، $R + r = R_T$

4 – التأكد من أن: $i(t) = Ae^{-R_T t/L} + \frac{E}{R_T}$ هو حل للمعادلة التفاضلية: بالإشتقاق بالنسبة للزمن

$\frac{di}{dt} = -\frac{R_T}{L}Ae^{-R_T t/L}$ بالتعويض في المعادلة التفاضلية:

$-L\frac{R_T}{L}Ae^{-R_T t/L} + R_T(Ae^{-R_T t/L} + \frac{E}{R_T}) = E$ ومنه:

$-R_T Ae^{-R_T t/L} + R_T Ae^{-R_T t/L} + E = E$ والمعادلة التفاضلية محققة.

5– تحديد قيمة الثابت A ثم إستنتاج عبارة القيمة العظمى لشدة التيار:

في اللحظة $t = 0$ فإن : $i = A + \frac{E}{R_T} = 0$ ومنه : $\boxed{A = -\frac{E}{R_T}}$

وتكون عبارة شدة التيار: $i = \frac{E}{R_T}(1 - e^{-R_T t/L})$

– شكل منحنى تغير شدة التيار:

– إيجاد عبارة التوتر u_L :

$u_L = L\frac{di}{dt} + ri = L\frac{E}{L}e^{-R_T t/L} + r\frac{E}{R_T} - r\frac{E}{R_T}e^{-R_T t/L}$

$u_L = Ee^{-R_T t/L}r(1 - \frac{1}{R_T}) + r\frac{E}{R_T}$

... $t = 0$ فإن : $u_L = E$ ولما $t = \infty$ فإن : $u_L = r\frac{E}{R_T}$

...رين 3 QCM :

...بر الدارة التالية حيث $L = 470mH$ ، $R = 100...$ ، $r = 20\Omega$ و قاطعة ومولد ...وتر المستمر ق.م.ك $E = 12V$

– التوتر بين قطبي ...شيعة يساوي: a) – $L\frac{di}{dt} + ri$ ، b) – $-L\frac{di}{dt} - ri$ ، c) – $L\frac{di}{dt}$... ، d) – $Li + ri$

– قيمة ثابت الزمن هو:

a) – $235ms$ ، b) – $4.7ms$ ، c) – $3.91ms$ ، d) – $39.1m$...

– خلال الزمن فإن شدة التيار :

a) – تزداد انطلاقا من 0 ، b) تتناقص انطلاقا من $100mA$ ، c) تبقى ثابتة ، d) تنتهي (تؤول) نحو 0 ، e) تؤول إلى $100mA$

4 – التوتر $U_{PN}(t)$:

a) يزداد انطلاقا من 0 ، b) يتناقص انطلاقا من $12V$ ، c) يبقى ثابتا ، d) ينتهي نحو 0

5 – خلال الزمن فإن التوتر $U_{AB}(t)$:

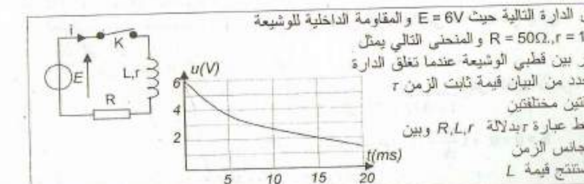
a) يزداد انطلاقا من 0 ، b) يتناقص انطلاقا من $12V$ ، c) يبقى ثابت ، d) ينتهي نحو القيمة 0. e) يؤول نحو القيمة $12V$ ، f) يؤول نحو القيمة $r\frac{E}{R+r} = 2V$

6 – تكون الطاقة المخزنة في الوشيعة خلال 1 دقيقة هي : a) – $2.35mj$ ، b) – $4.7J$ ، c) – $0J$ ، d) –هناك نقص في المعطيات

... ← a) $L\frac{di}{dt} + ri$ ، 2) ← d) $3.91ms$ ، 3) ← e) تؤول إلى $100mA$ ،

... ← c) يبقى ثابتا ، 5) ← f) يؤول نحو القيمة $r\frac{E}{R+r} = 2V$ ، 6) ← a) $2.35mj$

...ين4



...ن الدارة التالية حيث $E = 6V$ والمقاومة الداخلية للوشيعة $r = 1$... $R = 50\Omega$ و المنحنى التالي يمثل ...ر بين قطبي الوشيعة عندما تغلق الدارة

...حدد من البيان قيمة ثابت الزمن τ

...قتين مختلفتين

...ط عبارة τ بدلالة R,L,r وبين ...جانس الزمن

...ستنتج قيمة L

...مة ثابت الزمن τ

ط1: نرسم المماس للمنحنى عند المبدأ فيقطع محور الزمن عند $t=\tau$ فنجد $\tau = 5ms$

ط2 : طريقة توظيف التوتر عند $t=\tau$

$$t=\tau \rightarrow U = 0.63E = 0.63\times 6 = 3.78V$$

ومنه: $\tau = 5ms$

2. عبارة τ: $\tau = \frac{L}{R+r}$

التحليل البعدي لدينا : $U = L\frac{di}{dt}$ ، $R+r = \frac{U}{L}$ و منه $[L]=\frac{[V][S]}{[A]}$ ، $R=\frac{[V]}{[A]}$

$[\tau]=\frac{[V][S]}{[A]}\times\frac{[A]}{[V]}=[S]$ ومنه τ يقدر بالثانية .

3. إستنتاج قيمة L: لدينا $\tau = \frac{L}{R+r} \rightarrow L = \tau(R+r) = 5.10^{-3}(50+15) = 0.38H$

تمرين5

نحقق التركيبة التالية $r' = 100\Omega, R = r + r'$

في اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K فتنطلق استجابة الحاسوب ونسجل على المدخلين 1، 2 تغيرات التوترات الموافقة بدلالة الزمن.

1. حدد التوترين الموافقين للمنحنيين b,a.
2. ما قيمة التوتر E المقدم من طرف المولد؟
3. ما قيمة شدة التيار في النظام الدائم؟
4. استنتج قيمة r.
5. حدد بيانيا ثابت الزمن τ لثنائي القطب RL
6. أحسب ذاتية الوشيعة L.
7. نستبدل الوشيعة السابقة بوشيعة أخرى ذاتيتها $L' = 0.45H$ وتبقى قيمة المقاومة الكلية للدارة ثابتة . ارسم شكل المنحني الممثل لتغيرات التوتر المشاهد على المدخل 2 بدلالة الزمن. الاستنتاج.

الحل:

1. على المدخل1 يسجل الحاسوب التوتر بين قطبي المولد هذا المنحني يوافق تدرج التوتر الراجع لغلق الدارة وهذا يوافق المنحنىa .

على المدخل2 يسجل الحاسوب الاستجابة للتوتر بين قطبي الناقل الأومي هذا المنحني يوافق مرور تيار في الدارة ويوافقه المنحنىb

2. قيمة E : من المنحنىa فإن : $E = 3.9V$.

3. عندما يتم بلوغ النظام الدائم تصبح شدة التيار ثابتة ويكون التوتر بين طرفي الناقل الأومي 3V المنحنىb ومنه $r'.i = 3V$ ومنه: $i = 3/r' = 3/100 = 0.03A$

4. استنتاج قيمة r: في كل لحظة يكون التوتر بين قطبي المولد: $E = u = u_r + L\frac{di}{dt} + ri$

وفي النظام الدائم يكون: $di/dt = 0$ ومنه: $E = ri + r'i$

ومنه $r = \frac{E - r'i}{i} = \frac{3.9-3}{0.03} = 30\Omega$

لتحديد قيمة الزمن τ نرسم المماس للمنحني في المبدأ فيقطع الخط المقارب للمنحني عند نقطة
سلتها $t = \tau = 7ms$

حساب ذاتية الوشيعة:

تا: $\tau = L/R \rightarrow L = R.\tau., R = r' + r$

$L = 7.10^{-3}(30+100) = 0.91H$

رسم شكل المنحني عند استبدال الوشيعة L
شيعة ذاتيتها $L' = 0.45H = L/2$:

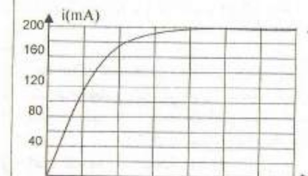
ستنتاج: في هذه الحالة يكون $\tau' = \tau/2$ فينشط تيار في الدارة أسرع بمرتين .

رين6

قق التركيبة التالية :

لق القاطعة في اللحظة $t = 0$ نستعمل نظام استقبال يقيس U_R ثم يقسمه
ى R معطيا مباشرة شدة التيار في الدارة $(E = 12v)$

رسم تغيرات شدة التيار بدلالة الزمن نحصل على البيان $i = f(t)$.



. ما عدد الأطوار التي يبينها هذا المنحنى .
كيف تسمي كلا منهما ؟ علل .
. فسر قيمتي شدة التيار الابتدائية ثم العظمى .
. حدد قيمة التوتر بين قطبي الوشيعة عند $t = 10m.s$
. استنتج المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة تيار في الوشيعة .
. بين أن $i = \frac{E}{R+r}\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ هو حل
معادلة مع $\tau = \frac{L}{R+r}$
. حدد قيمة τ في هذه التجربة واستنتج العبارة العددية لــ $i(t)$.

حل

. عدد الأطوار 2 : الطور1 : $t \in [0, 0,8ms]$ يدعى نظام انتقالي فيه تتزايد شدة التيار خلال الزمن و الوشيعة هي التي تؤدي إلى هذا التأخير.

طور 2 : $t \in [8ms, \infty]$ شدة التيار تبلغ قيمة ثابتة لا تتغير مشكلة النظام المقارب أو نظاما ائما والوشيعة تتصرف كناقل أومي عندئذ.

2. في اللحظة $t = 0$ فإن $i = 0$ لحظة غلق القاطعة لا يوجد التيار وعندما يتم بلوغ النظام لدائم تثبت شدة التيار $i = 200mA$

3. بتطبيق قانون جمع التوترات : $E = U_R + U_{MB} = Ri + ri + L\frac{di}{dt}$

ففي اللحظة $t = 10ms$ فإن i يكون ثابتا ومنه $\frac{di}{dt} = 0$

$$E = (R+r)i \rightarrow i = \frac{E}{R+r} = \frac{12}{50+10} = 0.2A$$

التوتر بين قطبي الوشيعة $u_{MB} = ri = 10 \times 0.2 = 2v$

4. استنتاج المعادلة التفاضلية: $E = Ri + ri + L\frac{di}{dt} = L\frac{di}{dt} + i(R+r)$

$\frac{E}{R+r} = \frac{L}{R+r}\frac{di}{dt} + i$ معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى خطية بطرق ثان

5. إثبات أن : $i = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية

باشتقاق i بالنسبة للزمن فإن:

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{R+r}\cdot\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau} = \frac{E}{R+r} + \frac{R+r}{L}e^{-t/\tau} \to \frac{di}{dt} = \frac{E}{L}e^{-t/\tau}$$

وبالتعويض في المعادلة التفاضلية

$$\frac{L}{R+r}\cdot\frac{E}{L}e^{-t/\tau} + \frac{E}{R+r}\left(1-e^{-t/\tau}\right) = \frac{E}{R+r}\left(e^{-t/\tau} + 1 - e^{-t/\tau}\right) = \frac{E}{R+r}$$

والمعادلة التفاضلية محققة

6. تحديد قيمة τ وعبارة شدة التيار: $\tau = \frac{L}{R+r} = \frac{0.1}{50+10} \to \tau = 1.7\times10^{3}s$

$$i = \frac{12}{60}\left(1 - e^{-600t}\right) = 0.2\left(1 - e^{-600t}\right)$$

تمرين 7

A . أعط علاقة ثابت الزمن τ لثنائي القطب (R,L) و تأكد من وحدة قياسه بالتحليل البعدي .

B . لدراسة انقطاع التيار في الدارة نستعمل الشكل المقابل

1 – نغلق القاطعة K : a – هل التيار يجتاز الصمام الثنائي ؟

b – أحسب قيمة شدة التيار i_0.

2 – نفتح القاطعة عند اللحظة $t = 0$:

a – هل يجتاز التيار الكهربائي الصمام الثنائي ؟

b – أحسب قيمة شدة التيار عند اللحظة $t = \tau$.

c – أعط علاقة τ بدلالة L ، r ، R و أحسب قيمته .

d – أرسم الشكل العام للبيان $i = f(t)$ مع إبراز قيمة τ على محور الزمن ، المعطيات $E = 12v$ ، $r = 30\Omega$ ، $R = 100\Omega$ ، $L = 0.5H$.

الحل :

A . علاقة ثابت الزمن : $\tau = \frac{L}{R}$.

التحليل البعدي لدينا : $U = L\frac{di}{dt}$ ، $R = \frac{U}{I}$ و منه $[L] = \frac{[V]\,[s]}{[A]}$ ، $[R] = \frac{[V]}{[A]}$

$[\tau] = \frac{[V]\,[s]}{[A]} \times \frac{[A]}{[V]} = [s]$ ومنه τ يقدر بالثانية .

B . 1 – a – الصمام الثنائي في الاتجاه الغير المباشر يمنع مرور التيار من خلاله

b – حساب i_0 بتطبيق قانون جمع التوترات : $E = u_{PN} = u_{CD} = L\frac{di}{dt} + ri$

في النظام الدائم فإن $\frac{di}{dt} = 0$ و منه: $u_{PN} = r.i_0 \to i_0 = \frac{u_{PN}}{r} = \frac{12}{30} = 0.40A$

a – عند غلق الدارة الصمام موصول في الاتجاه المباشر فيمرر التيار الكهربائي

-عند اللحظة $t = \tau$ شدة التيار يمثل 37 % من الشدة العكسية و منه

$i(\tau) = \frac{0.4\times37}{100} = 0.1$

$\tau = \frac{L}{R+r} \to \tau = \frac{0.5}{130} = 3.8\times10^{-3}s$

– الشكل العام للبيان $i = f(t)$

ين8

ة كهربائية تضم على التسلسل وشيعة

L) وناقل أومي مقاومته $R = 35\Omega$ ومولد

مستمر مقاومته الداخلية مهملة وقوته

حركة الكهربائية $E = 12V$ وقاطعة.

القاطعة عند اللحظة $t = 0$ ونتابع

رات شدة التيار المار بالدارة خلال الزمن

صل على البيان التالي:

مثل مخطط الدارة.

أكتب العبارة الحرفية لشدة التيار المار في

ارة في النظام الدائم واحسب قيمته العددية

ثم أحسب r .

3/ أوجد من البيان قيمة ثابت الزمن τ واستنتج قيمة ذاتية الوشيعة L .

4/ من أجل عدة قيم مختلفة لذاتية الوشيعة نحصل على قيم موافقة لثابت الزمن ممثلة في البيان التالي:

a- أكتب العبارة البيانية.

b-من الدراسة النظرية عبر عن τ بدلالة (L,R,r).

c-هل نتائج هذه التجربة تتفق مع المعطيات ؟

ل

تمثيل مخطط الدارة: لدينا:

العبارة الحرفية لشدة التيار : لدينا:

$\frac{di}{dt} + \frac{(r+R)i}{L} = \frac{E}{L}$ في النظام الدائم $\frac{di}{dt} = 0$

نه: $(R+r)I_0 = E \to I_0 = E/(R+r)$

مته العددية : من البيان: $I_0 = 0.06\times4 = 0.24A$

ساب r: $(R+r) = E/I_0 \to r = (E/I_0) - R = 12/0.24 - 35 = 15\Omega$

/ قيمة ثابت الزمن τ : من البيان $\tau = 20ms$

مة ذاتية الوشيعة L : لدينا : $\tau = L/(R+r)$ ومنه:

$L = (R+r)\tau = (35+15)20.10^{-3} = 0.6H$

/ a- العبارة البيانية: البيان خط مستقيم معادلته: $L = k.\tau$ ومنه: $\to \tau = L/k$ .....(1)

b- كتابة العبارة انظرية: $\tau = L/(R+r)$.......(2)

c- من (1) و (2) فإن : $k = (R+r) = \frac{\Delta L}{\Delta \tau} = \frac{0.2\times 3}{2\times 6\times 10^{-3}} = 50\Omega$ وهو مايتفق مع المعط

تمرين 9

نحقق الدارة المبينة بالشكل المقابل .
في البداية القاطعة K مفتوحة ثم نغلقها بعد ذلك

1 ــ ماذا نشاهد على المدخلين Y_1 و Y_2؟

2 ــ ما هيأة البيان الموافق للمدخل Y_1؟

3 ــ a ــ برهن أن البيان المقابل يوافق المدخل Y_2.

b - هذا البيان يؤول إلى خط مقارب ما معادلته؟

4 ــ a ــ ماذا يميز ثابت الزمن لهذه الدارة ؟

b ــ مدة المسح لراسم الاهتزاز المهبطي هو $1ms/2div$.حدد قيمة ثابت الزمن.

5 ــ أعد رسم تسجيل المدخل Y_2 ثم أرسم منحنى بيانيا آخر يوافق الذاتية : $L' > L$.

الحل:

1 ــ نشاهد على المدخل Y_1 التوتر بين قطبي المولد، وعلى المدخل Y_2 نشاهد التوتر u_R بين قطبي المقاومة وبالتالي شدة التيار لأن $u_R = R.i$

2 ــ نلاحظ على المدخل Y_1 تدرج للتوتر.

3 ــ a ــ تولد التيار في الوشيعة غير لحظي الشدة لانعاني الانقطاع .

b ــ الخط المقارب يوافق النظام الدائم ، والتوتر بين طرفي الوشيعة عندئذ يساوي $u = r.i$ لأن شدة التيار ثابتة لأن $Ldi/dt = 0$ ومنه: $E = (R+r)i \to i = E/(R+r)$ ومنه:

والتوتر بين طرفي الناقل الأومي : $E = R.i = R\frac{E}{R+r}$

4 ــ a ــ ثابت الزمن لهذه الدارة يعطي رتبة مقدار مدة الزمن في النظام المؤقت.

b ــ تحديد τ :

نرسم المماس للبيان عند $t = 0s$ هذا المماس يقطع الخط المقارب في النقطة M فاصلتها $\tau = 1ms$

5 ــ لدينا: $\tau = L/(R+r)$ عندما تزداد L تزداد τ والبيان يصل ببطء الى خطه المقارب.

تمرين 10

a ــ نحقق التركيبة المقابلة ، نضع القاطعة K في الوضع 1 ما هو النظام الدائم لشدة التيار i_0 في الدارة؟ واحسبه.

b ــ عند اللحظة $t = 0$ ننقل القاطعة K فجأة من الوضع 1 إلى الوضع 2 بفرض انه لا تحدث أية شرارة كهربائية بين قطبيها ، أكتب المعادلة التفاضلية التي تخضع لها شدة التيار i في الدارة. أثبت أن حل هذه المعادلة هو من الشكل: $i = i_0.e^{-t/\tau}$ حيث ثابت الزمن للتركيبة هو: $\tau = L/(R+r)$.

2 ــ ليكن u_R التوتر بين طرفي ثنائي القطب BC ، ولتكن t_1 الزمن الذي تصل فيه u_R 90% من قيمتها العظمى، ولتكن t_2 الزمن الذي تصل فيه u_R 10% من قيمتها العظمى.

a ــ عبر عن $t_d = t_2 - t_1$ بدلالة τ .

b ــ من البيان $u_R = f(t)$ الممثل بالشكل المقابل حدد t_d واستنتج قيمة τ .

c ــ نعرف الزمن $t_{1/2}$ بحيث $u_R(t_{1/2}) = \frac{u_{Rmax}}{2}$. ما هي العلاقة بين τ و $t_{1/2}$ ؟ حدد بيانيا $t_{1/2}$ واستنتج τ .

d ــ أحسب قيمة الذاتية L .

الحل:

1 ــ a ــ النظام الدائم لشدة التيار هو i_0 لأن في النظام الدائم الوشيعة تلعب دور ناقل أومي ومنه: $i_0 = E/(R+r) = 9/18 = 0.5A$

b ــ نوجه الدارة من A إلى B فإن : $u_{AB} = L\frac{di}{dt} + r.i$ و $u_{BC} = R.i$

أي : $u_{AB} + u_{BC} = 0$ ومنه: $L\frac{di}{dt} + (r+R).i = 0 ...(1)$

لنتأكد من أن العلاقة $i = i_0.e^{\frac{-t}{\tau}}$ هي حل لهذه المعادلة، باشتقاقها بالنسبة للزمن وتعويضها في(1)

ومنه: $\frac{di}{dt} = \frac{-i_0}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}$: $\left(\frac{-Li_0}{\tau}\right)e^{\frac{-t}{\tau}} + (R+r)i_0e^{\frac{-t}{\tau}} = 0 \to \left(\frac{-L}{\tau} + r + R\right).i_0e^{\frac{-t}{\tau}} = 0$

هذه العلاقة محققة من أجل كل الزمن t حيث : $\tau = L/(R+r)$

2 ــ a ــ تحديد $t_d = t_2 - t_1$ بدلالة τ : لدينا:

$u_R = Ri = u_0e^{\frac{-t}{\tau}}$ حيث: $u_0 = R.i_0$ و $0.9u_0 = u_0e^{\frac{-t1}{\tau}} \to \frac{t_1}{\tau} = \ln\left(\frac{1}{0.9}\right)$

وبالمثل $0.1u_0 = u_0e^{\frac{-t2}{\tau}} \to \frac{t_2}{\tau} = \ln\left(\frac{1}{0.1}\right)$ ومنه: $t_d = t_2 - t_1 \to \tau\ln\left(\frac{1}{0.1}\right) - \tau\ln\left(\frac{1}{0.9}\right)$

$t_d = t_2 - t_1 = \tau\ln 9 \Rightarrow t_d = 2.2\tau$

b ــ تحديد t_d بيانيا: من البيان:

$90\%u_R \to t_1 = 0.1ms$, $10\%u_R \to t_2 = 1.7ms$

ومنه: $t_d = 1.7 - 0.1 = 1.6ms$ ولدينا: $t_d = 2.2\tau$ ومنه: $\tau = 0.7ms$

c ــ العلاقة بين τ و $t_{1/2}$: من أجل

$t = t_{1/2}.0.5u_0 = u_0e^{\frac{-t1/2}{\tau}}$ ومنه: $t_{1/2} = \tau\ln 2$ بيانيا نجد: $t_{1/2} = 0.5ms$

ومنه: $\tau = 0.7ms$

d ــ حساب قيمة الذاتية L : $\tau = L/(r+r)$

ومنه: $L = \tau(R+r) = 0.7.10^{-3}(10+8) = 1.3.10^{3}H$

تمرين11

تحتوي دارة على التسلسل مولد ذو توتر مستمر ق،م،ك $E = 6v$. وقاطعة k ووشيعة ذاتيتها L ومقاومتها $r = 10\Omega$, وناقل أومي مقاومته $R = 200\Omega$
نوصل التركيب بحاسوب يسمح بمشاهدة قيم التوترات U_{AB} ،U_{BC}
، تركيب الدارة التالي يوضح توجيه الدارة والتوترات المدروسة
نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$
ونقوم بمتابعة التسجيل فنتحصل على المنحنيين التاليين منحنى 1 ،ومنحنى 2

I دراسة التركيبية :

1. ماهو الجهاز الذي يمكن استعماله لمشاهدة الظاهرة في غياب الحاسوب ؟
2- أعط عبارة U_{AB} بدلالة i و $\frac{di}{dt}$.
3- أعط عبارة U_{BC} بدلالة i .
4- أرفق المنحنيين بالتوترين U_{AB} و U_{BC}،علل.

II – تحديد شدة التيار في النظام الدائم

1. طبق قانون جمع التوترات من أجل تحديد عبارة i_0لشدة التيار الذي يمر في الدارة عند يتم بلوغ النظام الدائم. أحسب قيمة i_0 .
2. استغل أحد البيانين من أجل إيجاد هذه القيمة لـــ i_0 .

III– حساب ذاتية الوشيعة L .

1. حدد بالاستعانة بأحد البيانين ثابت الزمن τللتركيبة ، فسر الطريقة المستعملة .
2. ذكر معيار ثابت الزمن τبدلالة المقادير المميزة للدارة ،بين أن هذه العبارة متجانسة مع الزمن
3. أحسب إنطلاقا من القيمة τ المقاسة ذاتية الوشيعة L

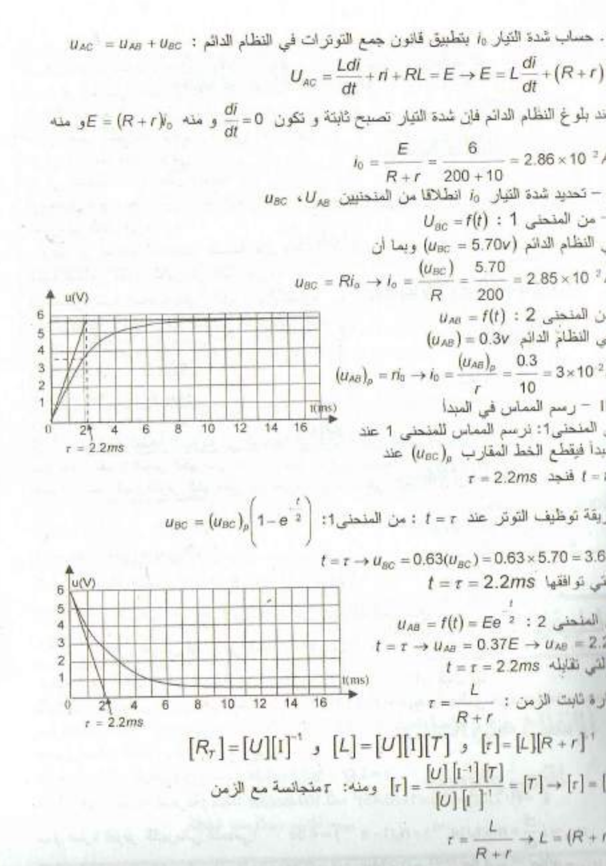
بكالوريا2005الهند

الحل:

I– دراسة التركيبية :

1. المنحنيين 1و2 يبينان أن هذه الظاهرة المدروسة مدتها قصيرة جدا $(20ms)$ ،ففي غياب الحاسوب نستعمل جهاز راسم الاهتزاز المهبطي .
2. عبارة التوتر U_{AB} بين قطبي الوشيعة : $U_{AB} = L\frac{di}{dt} + ri$
3. عبارة التوتر بين قطبي الناقل الأومي : $u_{BC} = Ri$
4. إرفاق التوترين u_{AB} ، u_{BC} بالمنحنيين : في اللحظة $t = 0$ نغلق الدارة وعندها شدة التيار $i = 0$ بالتالي $u_{BC} = 0$ ثم تتزايد شدة التيار بعد ذلك فتبلغ قيمة عظمى عند بلوغ النظام الدائم فالمنحنى الموافق u_{BC}هو المنحنى 1 ، والمنحنى2 يمثل توتر بين قطبي الوشيعة u_{AB} .
$(u_{AB} = 6v)$من أجل $t > 15ms$فإن $i = cte$ ومنه $\frac{di}{dt} = 0$ و $U_{AB} = ri = 0.3v$

II– تحديد شدة التيار في النظام الدائم :



. حساب شدة التيار i_0 بتطبيق قانون جمع التوترات في النظام الدائم : $u_{AC} = u_{AB} + u_{BC}$

$$U_{AC} = \frac{Ldi}{dt} + ri + RL = E \rightarrow E = L\frac{di}{dt} + (R+r)$$

عند بلوغ النظام الدائم فان شدة التيار تصبح ثابتة و تكون $\frac{di}{dt} = 0$ و منه $E = (R+r)i_0$ و منه

$$i_0 = \frac{E}{R+r} = \frac{6}{200+10} = 2.86 \times 10^{-2} A$$

– تحديد شدة التيار i_0 انطلاقا من المنحنيين U_{AB} ، u_{BC}

– من المنحنى 1 : $U_{BC} = f(t)$

في النظام الدائم $(u_{BC} = 5.70v)$ وبما أن

$$u_{BC} = Ri_0 \rightarrow i_0 = \frac{(u_{BC})}{R} = \frac{5.70}{200} = 2.85 \times 10^{-2} A$$

من المنحنى 2 : $u_{AB} = f(t)$

في النظام الدائم $(u_{AB}) = 0.3v$

$$(u_{AB})_p = ri_0 \rightarrow i_0 = \frac{(u_{AB})_p}{r} = \frac{0.3}{10} = 3 \times 10^{-2} A$$

III – رسم المماس في المبدأ

في المنحنى1: نرسم المماس للمنحنى 1 عند المبدأ فيقطع الخط المقارب $(u_{BC})_p$ عند $t = \tau$ فنجد $\tau = 2.2ms$

طريقة توظيف التوتر عند $t = \tau$: من المنحنى1: $u_{BC} = (u_{BC})_p\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

$$t = \tau \rightarrow u_{BC} = 0.63(u_{BC}) = 0.63 \times 5.70 = 3.6$$

التي توافقها $t = \tau = 2.2ms$

من المنحنى 2 : $u_{AB} = f(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

$$t = \tau \rightarrow u_{AB} = 0.37E \rightarrow u_{AB} = 2.2$$

التي تقابله $t = \tau = 2.2ms$

عبارة ثابت الزمن : $\tau = \frac{L}{R+r}$

$$[R_T] = [U][I]^{-1} \text{ و } [L] = [U][I][T] \text{ و } [\tau] = [L][R+r]^{-1}$$

ومنه: τمتجانسة مع الزمن $[\tau] = \frac{[U][I^{-1}][T]}{[U][I]^{-1}} = [T] \rightarrow [\tau] = [T]$

$$\tau = \frac{L}{R+r} \rightarrow L = (R+r)\tau$$

– قيمة الذاتية : $\tau = \frac{L}{R+r} \rightarrow L = (R+r)\tau = (200+10)2.2 \times 10^{-3} = 0.46H$

ين 12 /

ض معرفة سلوك ومميزات وشيعة مقاومتها (r) وذاتيتها (L)، نربط على التسلسل بمولد
توتر كهربائي ثابت $E = 4.5V$ وقاطعة K (الشكل1)
انقل مخطط الدارة على ورقة الاجابة وبين عليه جهة
ور التيار الكهربائي وجهتي سهمي التوتر بين
رفي الوشيعة وبين طرفي المولد.
في اللحظة $t = 0$ تغلق القاطعة K.
بتطبيق قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي الشدة اللحظية $i(t)$ للتيار
هربائي المار في الدارة.
/ بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلا من الشكل $i(t) = I_0(1-e^{-rt/L})$ حيث I_0 هي
دة العظمى للتيار الكهربائي المار في الدارة.
تعطى الشدة اللحظية للتيار الكهربائي بالعبارة : $i(t) = 0.45(1-e^{-10t})$ حيث t بالثانية و
) بالأمبير . أحسب قيم المقادير الكهربائية التالية:
الشدة العظمى I_0 للتيار الكهربائي المار في الدارة.
/ المقاومة (r) للوشيعة.
ـ / الذاتية (L) للوشيعة.
ثابت الزمن (τ) المميز للدارة.
أ / ما قيمة الطاقة المخزنة في الوشيعة في حالة النظام الدائم ؟
/ أكتب عبارة التوتر الكهربائي اللحظي بين طرفي الوشيعة.
ـ / أحسب قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة في اللحظة $(t = 0.3s)$

بكالوريا رياضيات2008

ل

ـ جهة التيار وسهمي التوتر:

ـ أ/المعادلة التفاضلية: لدينا: $u_{AB} = L\frac{di}{dt} + ri = E$

/ إثبات أن المعادلة $i(t) = I_0(1-e^{-rt/L})$ حل للمعادلة التفاضلية:

$\frac{di}{dt} = I_0\frac{r}{L}e^{-rt/L}$ نعوض قيمتها في المعادلة التفاضلية: $L(I_0\frac{r}{L}e^{-rt/L}) + r[I_0(1-e^{-rt/L})] = rI_0 = E$

منه المعادلة التتفاضلية السابقة تقبل العبارة $i(t) = I_0(1-e^{-rt/L})$ كحل لها.

أ/ الشدة العظمى للتيار : في النظام الدائم $di/dt = 0$ ومنه $i = I_0$ أعظمى أي: $I_0 = 0.45A$

/ حساب مقاومة الوشيعة: لدينا: $I_0 = E/r \rightarrow r = E/I_0 = 4.5/0.45 = 10\Omega$

ـ / حساب الذاتية (L) للوشيعة: لدينا: $\tau = L/r \rightarrow L = \tau \times r =$

حساب ثابت الزمن (τ): لدينا: $\tau = L/r = 1/10 = 0.1s$

أ / قيمة الطاقة المخزنة: لدينا: $E = (1/2)LI_0^2 = 0.5 \times 1 \times (0.45)^2 = 0.101 Joules$

/ عبارة التوتر الكهربائي اللحظي: $u_{AB} = L\frac{di}{dt} + ri = I_0r(e^{-10t}) + rI_0(1-e^{-10t}) = 4.5e^{-10t}$

ـ / قيمة التوتر الكهربائي في اللحظة $(t = 0.3s)$: $u_{AB} = 4.5e^{-10t} = 4.5e^{-10 \times 0.3} = 0.224V$

تطور الجمل الميكانيكية

القوانين الثلاثة لنيوتن

1 ـ التذكير بالقانونين الأول والثالث
2 ـ شعاع السرعة و التسارع
3 ـ القانون الثاني لنيوتن

تمارين

حركة الكواكب والأقمار الاصطناعية

1 - القوانين الثلاث لكبلر
2 ـ الحركة الدائرية المنتظمة
3 ـ الحركة على المدارات و قوة التجاذب
4 ـ الأقمار الأرضية الأصطناعية

القوانين الثلاثة لكبلر Kepler

تمارين

السقوط الشاقولي للجسم في الهواء

1 ـ السقوط الشاقولي لجسم في الهواء
2. السقود الحر الشاقولي لجسم

تمارين

تطبيقات حول الميكانيك

ـ حركة قذيفة
ـ حركة مركز عطالة جسم

تمارين

الإنفتاح على العالمين الكمي والنسبي

1ـ الأفعال التجاذبية والكهربائية
2 ـ حدود ميكانيك نيوتن
3 ـ تكميم طاقة الذرة(تكميم تبادلات الطاقة)
ـ تكميم تبادلات الطاقة
ـ تكميم مستويات الطاقة

تمارين

القوانين الثلاثة لنيوتن

1.1. التذكير بالقانونين الأول والثالث:

القانون الأول لنيوتن:(مبدأ العطالة)

في معلم غاليلي ، إذا كان المجموع الشعاعي للقوى الخارجية المطبقة على الجملة معدوما $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$ فإن سرعة مركز عطالتها $\overrightarrow{v_G}$ لايتغير والعكس صحيح .

إذا كان الجسم ساكنا يبقى ساكنا $\overrightarrow{v_G} = \vec{0}$ وإذا كان متحركا فمركز عطالته يتحرك بحركة مستقيمة منتظمة $v_G = Cte$.

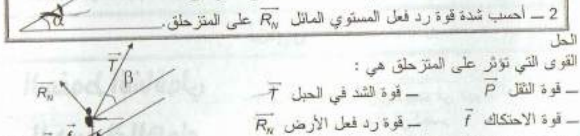
تطبيق

متزحلق كتلته $m = 70kg$ يجر على خط مستقيم يميل على الأفقي بزاوية $\alpha = 30°$ بسرعة ثابتة $10kmh^{-1}$ بواسطة حبل يصنع زاوية $\beta = 40°$ مع المستوي المائل، قوى الاحتكاك $\vec{f}$ والمعاكسة لاتجاه الحركة قيمتها $140N$ بإهمال قوى الاحتكاك مع الهواء وبأخذ $g = 10ms^{-2}$.

1 ـــ أحسب شدة التوتر $\vec{T}$ الذي يؤثر به الحبل على المتزحلق.

2 ـــ أحسب شدة قوة رد فعل المستوي المائل $\overrightarrow{R_N}$ على المتزحلق.

الحل



القوى التي تؤثر على المتزحلق هي :

ـــ قوة الثقل $\vec{P}$ ـــ قوة الشد في الحبل $\vec{T}$

ـــ قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ـــ قوة رد فعل الأرض $\overrightarrow{R_N}$

بتطبيق مبدأ العطالة: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$

$\vec{P} + \vec{T} + \vec{f} + \vec{R} = \vec{0}$ بالاسقاط على المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ نحصل على:

$$\vec{P}\begin{cases} P_x = -mg\sin\alpha \\ P_y = -mg\cos\alpha \end{cases} , \quad \vec{T}\begin{cases} T_x = T\sin\beta \\ T_y = T\cos\beta \end{cases} , \quad \vec{f}\begin{cases} f_x = -f \\ f_y = 0 \end{cases} , \quad \overrightarrow{R_N}\begin{cases} R_{Nx} = 0 \\ R_{Ny} = +R_N \end{cases}$$

ومنه :

$$\begin{cases} -mg\sin\alpha + T\cos\beta - f + 0 = 0 ......(1) \\ -mg\cos\alpha + T\sin\beta - 0 + R_N = 0 ...(2) \end{cases}$$

من العلاقة (1)

$$T = \frac{mg\sin\alpha + f}{\cos\beta} = \frac{70 \times 10 \times \sin 30 + 40}{\cos 40} = 509N$$

2 ـــ من العلاقة (2) فإن:

$$R_N = mg\cos\alpha - T\sin\beta = 70 \times 10\cos 30 - 509\sin 40 = 279N$$

2.1. القانون الثالث لنيوتن (مبدأ الأفعال المتبادلة) : إذا أثر جسم A على جسم B بقوة $\overrightarrow{F_{A/B}}$ فإن الجسم B يؤثر على الجسم A في نفس الوقت بقوة $\overrightarrow{F_{B/A}}$ وسواء كان الجسمين في حالة سكون أو حركة فإن للقوتين :

ـــ نفس الحامل

ـــ لهما نفس القيمة $\|\overrightarrow{F_{A/B}}\| = \|\overrightarrow{F_{B/A}}\|$

ـــ متعاكستان في الاتجاه $\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}}$ ،هاتان القوتان تؤثران عن بعد أو بتلامس الجسمين

2.شعاعا السرعة والتسارع

1.2 شعاع السرعة

عندما يكون المجموع الشعاعي للقوى الخارجية المطبقة على الجملة غير معدوم $(\sum \overrightarrow{F_{ext}} \neq \vec{0})$ فإن شعاع سرعة مركز عطالة الجملة يتغير أي $\overrightarrow{\Delta v_G} \neq 0$

التحديد التجريبي لشعاع السرعة اللحظية :

لحساب وتمثيل شعاع سرعة مركز عطالة متحرك في نقطة G_1 انطلاقا من تسجيل لحركة مركز عطالة الجسم خلال فواصل زمنية صغيرة متساوية و متتالية كل منها τ نتبع الخطوات التالية:

ـــ نرسم المستقيم(الوتر) (G_0G_2) من أجل الحصول على منحى شعاع السرعة المماسي للمسار في النقطة G_1:

ـــ نقيس المسافة المقطوعة G_0G_2 آخذين بعين الاعتبار سلم الرسم

ـــ نكتب عبارة شعاع السرعة اللحظية التقريبية في الموضع G_1

بالعلاقة: $\vec{v} = \frac{\overrightarrow{G_0G_2}}{t_2 - t_0} = \frac{\overrightarrow{OG_2} - \overrightarrow{OG_0}}{t_2 - t_0} = \frac{\Delta\overrightarrow{OG}}{\Delta t}$ ومنه: $v = \frac{\Delta G_0G_2}{2\tau}$

ـــ نرسم شعاع السرعة في الموضع G_1 في جهة الحركة موازيا للوتر $\overrightarrow{G_0G_2}$.

شعاع السرعة اللحظية: إذا كان Δt صغير جدا $(\Delta t \to 0)$ فإنه يعبر عن شعاع السرعة اللحظية لمركز عطالة جسم رياضيا بمشتق شعاع الموضع بالنسبة للزمن بالعلاقة: $\overrightarrow{V_G} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$

يكون شعاع السرعة اللحظية مماسيا للمسار في كل لحظة.

ـــ الاحداثيات الكارتيزية لشعاع السرعة:

لتحديد احداثيات شعاع السرعة اللحظية لمركز عطالة الجسم المتحرك في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ الذي شعاع موضعه في كل لحظة: $\overrightarrow{OG}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ حيث: $x(t),\ y(t),\ z(t)$ احداثيات المتحرك في اللحظة t نشتق شعاع الموضع بالنسبة للزمن فنجد :

$$\overrightarrow{v_G}(t) = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}\vec{i} + \frac{dy(t)}{dt}\vec{j} + \frac{dz(t)}{dt}\vec{k}$$
$$\overrightarrow{v_G}(t) = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

أي أن:

$$\overrightarrow{V_G}\begin{cases} v_x(t) = dx(t)/dt = \dot{x}(t) \\ v_y(t) = dy(t)/dt = \dot{y}(t) \\ v_z(t) = dz(t)/dt = \dot{z}(t) \end{cases}$$

طويلة شعاع السرعة: $v_G(t) = \sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2}$ **وحدتها المتر /الثانية** (ms^{-1})

تطبيق

نقوم بتصوير قطرة ماء خلال سقوطها الشاقولي، الفاصل الزمني بين صورتين متتاليتين هو $\tau = 20ms$. المسافات التي قطعتها القطرة منذ بداية السقوط مدونة في الجدول التالي:

$t(ms)$	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ	7τ	8τ
$d(cm)$	0	0.2	0.8	1.8	3.1	4.9	7.1	9.6	12.5

1. حدد السرعة في اللحظات $t_4 = 4\tau$ و اللحظة $t_6 = 6\tau$.
2. ما هي طبيعة الحركة؟

...سرعة اللحظية في اللحظة $t_2=2\tau$: تساوي السرعة المتوسطة بين اللحظتين t_1 ، t_3

$v_2 = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{d_3 - d_1}{2\tau} = \frac{(1.8-0.2)10^{-2}}{0.04} = 0.$ وبنفس الطريقة

$$v_4 = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{d_5 - d_3}{2\tau} = \frac{(4.9-1.8)10^{-2}}{0.04} = 0.77$$

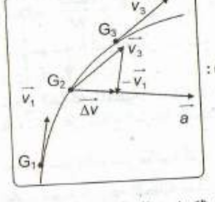
$$v_6 = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{d_7 - d_5}{2\tau} = \frac{(9.6-4.6)10^{-2}}{0.04} = 1.17$$

...سار شاقولي إذن الحركة مستقيمة والسرعة اللحظية متزايدة فالحركة متسارعة.

2 ـ 2 شعاع التسارع

...عاع التسارع اللحظي تجريبيا

...اع تسارع مركز عطالة جسم متحرك وحساب قيمته في الموضع G_2 انطلاقا من ...لال فواصل زمنية صغيرة متساوية ومتتالية كل منها τ نتبع الخطوات التالية:



...عاعي السرعة في الوضعين G_1 وG_3 والتكن $\vec{v_1}$ و $\vec{v_3}$

...ند G_2 التغير في شعاع السرعة $\vec{\Delta v} = \vec{v_3} - \vec{v_1}$

...قيمته باستعمال سلم الرسم

...بارة شعاع التسارع اللحظي التقريبي في الموضع G_2:

$$\vec{a} = \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v_3} - \vec{v_1}}{2\tau}$$ قيمته : $a = \frac{\Delta v}{2\tau}$

...عاع التسارع محمولا على حامل $\vec{\Delta v}$ وفي جهته.

... دوما داخل تقعر المسار.

...ع اللحظي: إذا كان Δt **صغير جدا** $(\Delta t \to 0)$ **فإن التسارع اللحظي لمركز عطالة**

...رك يعبر عنه رياضيا بالعلاقة :

$$\vec{a_G}(t) = \frac{d\vec{v_G}(t)}{dt} = \frac{d^2\vec{OG}(t)}{dt^2}$$

...ع هي المتر /الثانية مربع (ms^{-2})

...ت الكارتيزية لشعاع التسارع:

$(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ والذي نحدد فيه شعاع الموضع في كل لحظة بالعلاقة:

$\vec{OG}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$ ... فيكون شعاع سرعة مركز عطالة المتحرك في كل

$\vec{v_G}(t) = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j} + v_z(t)\vec{k} = \dot{x}(t)\vec{i} + \dot{y}(t)\vec{j} + \dot{z}(t)\vec{k}$ وشعاع تسارعه في

...هو : $\vec{a_G}(t) = \frac{d\vec{v_G}}{dt} = \frac{d^2\vec{OG}}{dt^2} = \frac{dv_x(t)}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y(t)}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z(t)}{dt}\vec{k}$

...هي : $\vec{a_G}$ $\begin{cases} a_x(t) = dv_x(t)/dt = \ddot{x}(t) \\ v_y(t) = dv_y(t)/dt = \ddot{y}(t) \\ v_z(t) = dv_z(t)/dt = \ddot{z}(t) \end{cases}$

طويلة شعاع التسارع:

$$\ldots = \sqrt{\ddot{x}(t)^2 + \ddot{y}(t)^2 + \ddot{z}(t)^2}$$

الحل

1 ـ التسارع اللحظي في اللحظة $t_3=3\tau$: يساوي السرعة المتوسطة بين اللحظتين t_4 ، t_2

$a_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_4 - v_2}{2\tau} = \frac{(0.775-0.4)}{0.04} = 9.375ms^{-2}$ **وبالمثل**

$$a_5 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_6 - d_4}{2\tau} = \frac{(1.175-0.775)}{0.04} = 10ms^{-2}$$

2 ـ 3 ـ منحى وجهة $\vec{a_G}$

من أجل تبيان منحى وجهة الشعاع $\vec{a_G}$ كثيرا مايعبر عنه بأنه مجموع مركبتين

$$\vec{a_G}(t) = \vec{a_T}(t) + \vec{a_N}(t)$$

$\vec{a_T}(t)$: ألمركبة المماسية : محمولة على المماس للمسار في الوضع G لها نفس منحى $\vec{v_G}(t)$.

$\vec{a_N}(t)$: المركبة الناظمية عمودية على المماس في الوضع G تتجه داخل المسار المنحني وتنعدم عندما يكون المسار مستقيما.

ـ الحركة المتسارعة والحركة المتباطئة.

تكون الحركة متسارعة إذا كان $\vec{a_T} \times \vec{v_G} > 0$

(قيمة $\vec{v_G}(t)$ تزداد) و $\vec{v_G}$ و $\vec{a_T}$ لهما نفس الاتجاه

تكون الحركة متباطئة إذا كان $\vec{a_T} \times \vec{v_G} < 0$

(قيمة $\vec{v_G}(t)$ تتناقص) و $\vec{v_G}$ و $\vec{a_T}$ لهما اتجاهين متعاكسين

2 ـ 4 حالة الحركة المستقيمة:

تتم الحركة وفق المحور $(O,\vec{i})$ ويكون $\vec{OG}(t) = x(t)\vec{i}$

شعاع السرعة $\vec{v_G}(t) = \dot{x}(t).\vec{i}$ **وشعاع تسارع مركز عطالته** : $\vec{a_G}(t) = \ddot{x}(t).\vec{i}$

إذا كان التسارع ثابتا فالحركة مستقيمة متغيرة بانتظام $a_G(t) = Cte$

إذا كان التسارع معدوما فالحركة مستقيمة منتظمة $a_G(t) = 0$

3 ـ القانون الثاني لنيوتن:

3 ـ 1 ـ تأثير الكتلة m و Δt:

بينا في السنة الأولى أن المجموع الشعاعي للقوى الخارجية المؤثرة على الجسم $\sum\vec{F}_{ext}$ لها نفس منحى وجهة التغير في شعاع السرعة $\Delta\vec{v_G}$ لمركز عطالة الجسم في معلم غاليلي .

وتبين التجربة أن $\sum\vec{F}_{ext}$ يتناسب طرديا مع كتلة الجسم m وأيضا مع $\vec{\Delta v}$ وعكسيا مع الفاصل الزمني Δt الذي يؤثر خلاله الشعاع $\sum\vec{F}_{ext}$ ويكون :

$\sum\vec{F}_{ext} = m\frac{\Delta\vec{v_G}}{\Delta t}$ وعندما يؤول Δt إلى الصفر فإن : $\vec{a_G} = \frac{d\vec{v_G}}{dt}$

3-2 نص القانون الثاني لنيوتن :

في مرجع غاليلي فإن المجموع الشعاعي للقوى الخارجية المؤثرة في الجسم $\sum\vec{F}_{ext}$ خلال فاصل زمني صغيرا جدا يساوي جداء كتلة الجسم في شعاع تسارع مركز عطالته : $\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a_G}$

يق

رك جسم كتلته $m = 650g$ بدون احتكاك على طاولة هوائية تميل على الأفقي بزاوية α
ـ الجسم نحو الأعلى في اللحظة $t = 0$ على مستوي الطاولة من النقطة O و تتم الحركة في
لم $(O,\vec{x},\vec{y})$ حيث $\overrightarrow{Ox}$ أفقي و $\overrightarrow{Oy}$ يوازي خط الميل الأعظم. بواسطة تجهيز مناسب حصلنا
الأوضاع المتتالية لحركة مركز عطالة الجسم G خلال فترات زمنية متتالية
ساوي $\tau = 60ms$.

ـ a حدد بيانيا قيمة السرعة
في الأوضاع G_3,G_5 و G_9,G_{11}
ـ مثل أشعة السرعة في
ط السابقة .
ـ مثل الأشعة:
$\overrightarrow{\Delta v_4} = \overrightarrow{v_5} -$ و
$\overrightarrow{\Delta v_{10}} = \overrightarrow{v_{11}} -$
الوضعين G_4,G_{10}
ـ استنتج قيمة
رع $\vec{a}$ في
ضعين G_4,G_{10} .

a ـ ماهي القوى المؤثرة على الجملة؟
ماهي العلاقة الشعاعية التي نكتبها بتطبيق القانون الثاني لنيوتن؟
مثل على الشكل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم و الشعاع $m\vec{a}$
نتج قيمة رد الفعل.

a ـ قيمة السرعة $\vec{v}$ في الأوضاع G_3,G_5 : في الوضع G_3 نقيس المسافة G_2G_4 مع
بعين الاعتبار السلم $v_3 = \frac{G_2G_4}{2\tau} = \frac{(1.8)6.10^{-2}}{0.120} = 0.9ms^{-1}$

ل $v_3 = \frac{G_4G_6}{2\tau} = \frac{(1.3)6.10^{-2}}{0.120} = 0.65ms^{-1}$

$v_9 = \frac{G_8G_{10}}{2\tau} = 0.5$

$v_{11} = \frac{G_{10}G_{12}}{2\tau} = 0.64m$

مثيل أشعة السرعة:
مثيل الأشعة:
$\overrightarrow{\Delta v_{10}} = \overrightarrow{v_{11}} - \overrightarrow{v_9}$ و $\overrightarrow{\Delta v_4} = \overrightarrow{v_5}$

السلم : $1cm \to 0.4ms^{-1}$

d ـ استنتاج قيمة التسارع $\vec{a}$ في الوضعين G_4,G_{10}

$a_4 = a_{...} = \frac{\Delta v_4}{...} = \frac{0.8 \times 0.4}{...} = 2.5...$

2 ـ a ـ القوى المؤثرة على الجملة؟

ـ قوة الثقل $\vec{P}$ ـ قوة رد فعل الأرض $\vec{R}$

b ـ العلاقة الشعاعية التي نكتبها بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

c ـ تمثيل القوى الخارجية واستنتج قيمة رد الفعل:

من الشكل : القوى الثلاثة تشكل مثلثا قائما ومنه: $R^2 + (ma)^2 = P^2$

ومنه: $R = \sqrt{P^2 - (ma)^2} = \sqrt{(0.65.10)^2 - (0.65 \times 2.55)^2} = 6.2N$

تمارين

تمرين1

أتأكد من معلوماتي : صحيح أو خطأ.

1 ـ شعاع السرعة مماسي للمسار في النقطة المعتبرة.
2 ـ أثناء الحركة الدائرية المنتظمة شعاع السرعة ثابت .
3 ـ شعاع التسارع في الحركة المنحنية يمكن أن يكون مماسيا .
4 ـ شعاع التسارع في الحركة المنحنية يتجه نحو تقعر المسار.
5 ـ إذا كان شعاع السرعة معدوما في اللحظة t فإن شعاع التسارع أيضا معدوم.
6 ـ يطبق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة جملة في معلم غاليلي وفق العلاقة $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\overrightarrow{a_G}$.
7 ـ عندما يكون الجسم الصلب النقطي في معلم غاليلي خاضعا لمجموعة من القوى حيث $\sum \overrightarrow{Fext} = \vec{0}$ فهو با التأكيد في حالة سكون .
8 ـ إذا كان الجسم السابق يخضع لتأثير قوى بحيث $\sum \overrightarrow{F_{ext}} \neq \vec{0}$ فإنه يمر من حالة سكون إلى حالة حركة .

الحل

1 ← صحيح ، 2 ← خطأ (ثابت في الشدة متغير في الاتجاه) ، 3 ← خطأ ، 4 ← صحيح ،
5 ← خطأ ، 6 ← صحيح ، 7 ← خطأ ، 8 ← صحيح

تمرين2

الشكل المقابل يمثل تغيرات سرعة متحرك ينتقل على مسار مستقيم بدلالة الزمن.

1 ـ صنف كيفيا حركة المتحرك خلال مختلف أطوار الحركة
2 ـ حدد من أجل كل طور a ـ قيمة التسارع b ـ المسافة المقطوعة.

v(m/s) ، 30 ، t(s) ، 10 ، 20 ، 30

الحل

1. وصف الحركة: يزداد شعاع السرعة في المجال من 0 إلى 10 ثانية فالحركة متسارعة .
وشعاع السرعة ثابت في المجال 10 إلى 25 ثانية فالحركة منتظمة .
يتناقص شعاع السرعة في المجال من 25 إلى 30 ثانية فالحركة متباطئة.

2 ـ a ـ تحديد قيمة التسارع من أجل كل طور:

الطور الأول: $a_1 = \Delta v / \Delta t = 30/10 = 3ms^{-2}$

الطور الثاني: $a_2 = 0 \leftarrow v = cte$

الطور الثالث: $\Delta v / \Delta t = -30/5 = -6ms^{-2}$

b – تحديد المسافة المقطوعة من أجل كل طور:

الطور الأول: $d_1 = (30\times10)/2 = 150m$

الطور الثاني: $d_2 = (30\times15) = 450m$

الطور الأول: $d_2 = (30\times5)/2 = 75m$

المسافة الكلية : $d = d_1 + d_2 + d_3 = 150 + 450 + 75 = 675m$

تمرين 3

يعطى مخطط سرعة متحرك على مسار مستقيم بالشكل (3) حيث كتلة المتحرك $m = 100g$

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة لمحصلة القوى المؤثرة في الجسم وفق المحور ($x'x$) خلال الأطوار الأربعة للحركة .

a) 0.2N ,0N,0.4N ,0.1N b) 0.2N ,1N ,0.4N ,0.1N c) 20N ,2N ,40N ,10N

الحل:

لدينا : $F = ma$ ومنه: الجواب الصحيح هو: (a .

تمرين 4

ندرسه حركة حامل ذاتي على طاولة مجهزة بجهاز يسمح بتسجيل أوضاع مركز عطالة المتحرك خلال كل $40ms$. في البداية المتحرك مقيد بواسطة خيط في نقطة ثابتة، والذي انفصل عنها بعد ذلك والتسجيل التالي يمثل هذه المواضع.

السلم : 1cm يمثل في الحقيقة 5cm

1 – في أي موضع انفصل الخيط ؟

2 – حدد عدد أطوار الحركة و صف الحركة في كل طور

3 – في أي طور تحقق مبدأ العطالة ؟ ماذا يمكن استنتاجه بالنسبة للقوى المؤثرة على الحامل الذاتي ؟

M_0 M_1 M_2 M_3 M_4 M_5 M_6 M_7 M_8 M_9 M_{10} M_{11} M_{12}

الحل

1 – الموضع الذي انفصل فيه الخيط:

نلاحظ من الشكل أن النقاط من M_0 الى M_6 تقع على محيط دائرة ، ومنه الموضع الذي انفصل فيه الخيط هو M_6 .

2 – تحديد عدد أطوار الحركة :

الطور الأول: من $t = 0$ إلى $t = 6\tau$

$$v_1 = \frac{M_0M_2}{2\tau} = v_3 = v_5 = \frac{1.8\times5.10^{-2}}{2\times60.10^{-3}} = 0.75ms^{-1}$$

و $a_N = \frac{\|\Delta \vec{v}_2\|}{2\tau} = \frac{0.9}{0.12} = 7.5ms^{-2}$ و $a_t = 0$ لأن قيمة السرعة ثابتة

شعاع السرعة ثابت في الشدة ومتغير في الاتجاه أي الحركة دائرية منتظمة.

الطور الثاني: $t > 6\tau$: الأوضاع M_7، M_8 ... M_{12} على استقامة واحدة و

$$v_7 = v_9 = v_{11} = \frac{1.8\times5.10^{-2}}{2\times60.10^{-3}} = 0.75ms^{-1}$$ والحركة مستقيمة منتظمة

3 – يتحقق مبدأ العطالة في الطور الثاني لأن $v = cte \leftarrow a = 0 \leftarrow \sum\vec{F} = \vec{0}$

القوى المؤثرة على الحامل الذاتي هي قوى محصلتها جاذبة مركزية شدتها $F = ma_N$ في حالة الحركة الدائرية المنتظمة ومعدومة في حالة الحركة المستقيمة المنتظمة.

تمرين 5

كرة معدنية معلقة بخيط كما هو موضح في الشكل

a – حدد القوى الخارجية المؤثرة في الجملة التالية مع الرسم :

الكرة ، الكرة و الخيط ، الخيط

b – ما هي القوى المعاكسة لثقل الكرة ؟

الحل

a ـ جملة الكرة	جملة الخيط	جملة كرة ــ خيط
تؤثر على الكرة: القوتان: $\vec{T}$: قوة الشد في الخيط $\vec{P}$: قوة الثقل	تؤثر على الخيط: قوتان: $\vec{T_1}$: قوة الشد في نقطة التعليق $\vec{T_2}$: قوة الشد في نقطة تثبيت الخيط	تخضع الى قوتين $\vec{T_1}$ قوة الشد في الخيط $\vec{P}$ قوة الثقل

b – القوى المعاكسة لثقل الكرة هي :

جملة الكرة : $\vec{T} = -\vec{P}$ **جملة الخيط :** $\vec{T_1} = -\vec{P}$ **جملة كرة ــ خيط :** $\vec{T_1} = -\vec{P}$

تمرين 6 :

تتحرك سيارة حركة مستقيمة بسرعة ثابتة $v = 25ms^{-1}$ يكبح السائق السيارة فتتوقف بعد مدة زمنية $\Delta t = 10s$ تكتسب السيارة تسارعا ثابتا خلال مدة الكبح

a – مثل القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة السيارة خلال مدة الكبح .

b – أحسب القيمة الجبرية لشعاع التسارع وفق المحور $(O,\vec{i})$ الموجه في جهة الحركة.

c – أحسب شدة قوة الكبح إذا كانت كتلة السيارة $m = 1200kg$.

الحل

a – القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة السيارة

b – $a = \frac{\Delta v}{dt} = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{-25}{10} = -2.5ms^{-2}$

c –بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $m\vec{a} = \vec{f} + \vec{P} + \vec{R}$

بالاسقاط على $(O,\vec{i})$ $-f = ma \rightarrow f = -ma = -1200(-2.5) = 3000N$

تمرين 7 :

أجب بصحيح أو خطأ :

a – أحد الشكلين يوافق حالة ممكنة .

b – متحرك شعاع تسارعه ثابت فهو يتحرك بالضرورة بحركة مستقيمة

c – ينزلق متحرك بدون احتكاك على مستو يميل على الأفقي بزاوية α شعاع تسارعه شاقولي

d – ينزلق متحرك بدون احتكاك على مستوي مائل يميل على الأفقي بزاوية α لا يخضع لأي قوة احتكاك

نقوم بتصوير سقوط قطرة ماء وفق الشاقول $z'z$ الفاصل الزمني بين صورتين متتاليتين هو $\tau = 20ms$ المسافة التي تقطعها القطرة من بداية سقوطها مسجلة في الجدول التالي:

$t(ms)$	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ	7τ	8τ
$d(cm)$	0	0.2	0.8	1.8	3.1	4.9	7.1	9.6	12.5

1/ احسب سرعة ا
لقطرة في في كل لحظة.
2/ ارسم بيان تغيرات السرعة v بدلالة الزمن t. $v = f(t)$.
3/ استنتج من البيان تسارع الحركة وطبيعتها.

الحل

1/ حساب سرعة القطرة : لدينا :
$$v_n = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{d_{n+1} - d_{n-1}}{t_{n+1} - t_{n-1}} = \frac{d_{n+1} - d_{n-1}}{2\tau}$$
$$v_1 = \frac{d_2 - d_0}{2\tau} = \frac{(0.8-0)10^{-2}}{2 \times 20.10^{-3}} = 0.2ms^{-1}$$
وبالمثل نحسب $v_2 ...... v_6 , v_7$
نحصل على
الجدول التالي:

$t(ms)$	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ	7τ	8τ
$d(cm)$	0	0.2	0.8	1.8	3.1	4.9	7.1	9.6	12.5
$v(ms^{-1})$	-	0.2	0.45	0.575	0.775	1.0	1.17	1.35	-

/ رسم البيان $v = f(t)$:
يان خط مستقيم معادلته : $v = k.t$ حيث $k = a$
تسارع الحركة وطبيعتها :
البيان فإن :
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{38 \times 0.25}{1.9 \times 40.10^{-3}} \approx 10ms$$
تاج كبيعة الحركة:
ركة مستقيمة متغيرة بانتظام متسارعة

: 9

جسم صلب على مسار مستقيم و يمثل
ط التالي سرعته بدلالة الزمن
حدد من اجل كل طور القيمة الجبرية
ع على المعلم $(o \cdot \vec{v})$
سب المساحة المحصـ ـرة بين مخطط
و محور الزمن ماذا تمثل ؟

الحل

a – القيمة الجبرية للتسارع : $a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$

- الطور الأول : $0 \le t \le 20s$ يقبل التسارع a_1 معامل التوجيه للمستقيم
$a_1 = \frac{\Delta w}{\Delta t} = \frac{20}{20} = 1ms^{-2}$ الحركة متسارعة

الطور الثاني : $205 \le t \le 405$ السرعة ثابتة $v = 20ms^{-1}$ و التسارع $a_2 = 0$

الطور الثالث : $405 \le t \le 505$ و $a_3 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{-20}{10} = -2ms^{-2}$ و الحركة متباطئة

الطور الرابع : $505 \le t \le 605$ ، $v = 0$ و الجسم ساكن $a_4 = 0$

b– حساب المساحة $S = \frac{(20+50)}{2} 20 = 700m$

هذه المساحة تمثل المسافة المقطوعة بين $t = 0$ ، $t = 50s$

تمرين 10 :

يثبت جسم كتلته $m = 650g$ بواسطة خيط مهمل الكتلة يمكنه الدوران حول محمر شاقولي ، تتم الحركة بدون احتكاك وسرعته ثابتة على مستو أفقي ، نصف قطر مساره الدائري $R_0 = 20cm$ نسجل بواسطة تجهيز مناسب الأوضاع المتتالية لمركز عطالة الجسم خلال الفواصل الأزمنة المتساوية والمتشابهة $z = 60ms$ تقابل المسافة التي يقطعها الجم بين وضع متتالية زاوية $\theta = 20°$

1 – مثل شعاعي السرعة في النقطتين G_3 ، G_5
2 – $\Delta\vec{v} = \vec{v_5} - \vec{v_3}$ عند النقطة G_4
3 – استنتج قيمة شعاع التسارع $\vec{a}$ في النقطة G_4
4 – ما قيمة القوة المطبقة من طرف الخيط على الجسم ؟
5 – ينقطع الخيط في لحظة ما، ما طبيعة حركة مركز عطالة الجسم ؟

الحل

1 – تمثيل و حساب قيمة شعاع السرعة

- تقطع النقطة G مسافة $d = R\theta$ حيث $\theta = 20° = 0.35rad$
خلال زمن τ و قيمة السرعة هي :
$$v = \frac{R\theta}{\tau} = \frac{0.20 \times 0.35}{60 \times 10^{-3}} = 1.17ms^{-1}$$

2 – تمثيل الشعاع $\Delta\vec{v_4}$: لدينا: $\Delta\vec{v_4} = \vec{v_5} - \vec{v_3}$

3 – قيمة $\vec{a_4}$ عند G_4 :
$$a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\tau} = \frac{0.9}{2.60 \times 10^{-3}} = 7.5ms^{-2}$$

4 – القوى المطبقة على الجسم هي: قوة الثقل $\vec{P}$ ، رد الفعل $\vec{R}$ ، و قوة التوتر $\vec{T}$
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$ بالاسقاط
$T = ma = 0.650 \times 7.5 = 4.7N$

5 – عندما ينقطع الخيط فإن $\vec{T}=\vec{0}$ و منه يخضع فقط لـ $\vec{P}$ ، $\vec{R}$ و يكون $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$ ومنه $\vec{a}=\vec{0}$ و تصبح حركة مركز عطالة الجسم مستقيمة منتظمة .

تمرين 11

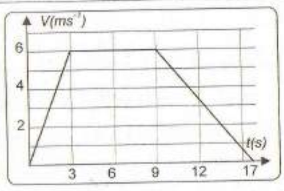
ينطلق مصعد من الطابق الأرض ليتوقف عند الطابق الأخير بعد مدة زمنية $\Delta t=17s$ ، كتلة المصعد $m=800kg$ يمكن تقسيم حركة المستقيمة للمصعد إلى ثلاثة أطوار

– مدة طور الأول $\Delta t_1=3.0s$ تسارعها $\vec{a_1}$

– مدة الطور الثاني $\Delta t_2=9.0s$ تسارعها $\vec{a_2}$

– مدة الطور الثالث $\Delta t_3=5.0s$ تسارعها $\vec{a_3}$

يمثل المنحنى الثاني تغيرات شعاع السرعة لمركز عطالة المصعد بدلالة الزمن



1. حدد القيم الجبرية لـ $\vec{a_1}$ ، $\vec{a_2}$ ، $\vec{a_3}$ على المحور الشاقولي $(o.z)$ المتجه نحو الأعلى.
2. أحسب شدة القوة المطبقة من طرف حبل الجر خلال كل مرحلة من مراحل الحركة.

$g=9.8ms^{-2}$

الحل

1. قيم التسارع

الحركة مستقيمة متسارعة $a_1=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{6}{3}=2ms^{-2}$

الحركة مستقيمة منتظمة لأن $v=6ms$ ثابتة و $a_2=\frac{\Delta v}{\Delta t}=0$

الحركة مستقيمة متباطئة $a_3=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-6}{17-9}=-0.75ms^{-2}$

2– القوة التي يؤثر بها حبل الجر على مقصورة المصعد

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\vec{P}+\vec{T}=m\vec{a}$ بالإسقاط على $(\overline{oz})$

ومنه: $T-P=ma \rightarrow T=m(g+a)$ الطور الأول $T_1=800(2+9.8)=9440N$

الطور الثاني $T_2=mg=800\times 9.8=7840N$

الطور الثالث $T_3=800(9.8-0.75)=7240N$

تمرين 12

سيارة كتلتها $m=1.3t$ تتنقل على طريق مستقيم وأفقي تكافؤ القوى المقاومة لحركتها قوة ثابتة معاكسة لجهة الحركة قيمتها $f=500N$

1. تتنقل سيارة بسرعة ثابتة $v_0=72kmh^{-1}$ ماهي قيمة القوة المحركة؟
2. يكبح السائق السيارة التي تسلك سرعة $\vec{v_0}$ بقوة ثابتة $\vec{F_2}$ ،

إذا كانت قيمة التسارع $a=2.0ms^{-2}$ مثل على شكل أشعة $\vec{v}$ ، $\vec{a}$ ، $\vec{f}$ ، $\vec{F_2}$ ما قيمة $\vec{F_2}$ ؟

الحل

1– ايجاد قيمة القوة المحركة $\vec{F_1}$: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

$\vec{f}+\vec{F_1}+\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}=\vec{0}$ لأن $v=cte$ ، $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$

ومنه $\vec{f}+\vec{F_1}=\vec{0}$ أي $F=f_1=500N$

2–تمثيل الأشعة $\vec{V}$ ، $\vec{a}$ ، $\vec{f}$ ، $\vec{F_2}$

حساب قيمة $\vec{F_2}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{F_2}+\vec{f}+\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$

ومنه ؛ $(a=2ms^{-2}\omega)-F_2-f=ma \rightarrow F_2=-(f+ma)$

$F_2=-(500+1300\times -2)=2100N$

تمرين 13

تسحب عربة متزحلق كتلتها $m=120kg$ على ارض أفقية بواسطة حبل، فتتحرك بحركة مستقيمة ،قوى الاحتكاك المطبقة عليها تكافئ قوة ثابتة $\vec{f}$ تعاكس جهة الحركة قيمتها $f=300N$ حبل الجر مشدود بقوة أفقية

1. ماهي القوى المطبقة على المتزحلق مع تمثيلها؟
2. أحسب قيمة قوة الجر $\vec{F}$ عندما:

a –تكون سرعة المتزحلق ثابتة .

b –تعطي للمتزحلق تسارع ثابت قيمته $0.5ms^{-2}$.

3–ماهي مميزات محصلة القوى المطبقة على مركز عطالة المتزحلق وعلى الأرضية الثلجية في الحالتين السابقتين ؟

الحل

1. القوى المطبقة على العربة :

قوة الثقل $\vec{P}$ شاقولي قيمته نحو الأسفل

قوة الاحتكاك $\vec{f}$ معاكسة للحركة

قوة $\vec{R}$ المطبقة من طرف الأرض على العربة شاقولي لعربة نحو الأعلى

قوة جر الحبل للعربة $\vec{F}$ افقية في جهة الحركة

2–حساب قيمة $\vec{F}$

a– السرعة ثابتة $v=Cte \rightarrow a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=0$ وحسب القانون الأول لنيوتن

$\sum\vec{F}ext=\vec{0} \rightarrow \vec{F}+\vec{f}+\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$

بالإسقاط على $(\overline{Ox})$: $F-f=0 \rightarrow F=f=500N$

b – حسب القانون الثاني لنيوتن:

$\sum\vec{F}ext=m\vec{a} \rightarrow \vec{F}+\vec{f}+\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$

بالإسقاط على فإن: $F-f=ma \rightarrow F=f+ma=300+120\times 0.5=360N$

3– مميزات القوى المؤثرة على العربة والأرض في الحالتين حسب القانون الثالث لنيوتن : القوة التي تؤثر بها العربة على الأرض هي $\vec{F}_{C/T}$ تعاكس القوة التي تؤثر بها العربة $\vec{F}_{T/C}$ حيث $\vec{F}_{C/T}=\vec{F}_{T/C}$ و $\vec{F}_{T/C}=\vec{f}+\vec{R}$ ومنه:

$F=\sqrt{f^2+R^2}=\sqrt{300^2+(120\times 9.8)^2}=1.21\times 10^3N$

وتكون $\vec{F}_{T/C} = -\vec{F}_{C/T}$ في حالة الحركة أو السكون

تمرين14

إن آلة أتود تسمح بالتحقق المباشر من القانون الثاني لنيوتن.وتستعمل أيضا لقياس تسارع الجاذبية g ، نعلق في نهايتي خيط يمر على محز بكرة جسمان متماثلان B, A كتلة كل واحد منهما M . توضع كتلة صغيرة مجنحة m على الجسم A (أنظر الشكل). تحرر الجملة $(A+m)$ من ارتفاع H من حلقة تسمح بمرور الجسم A وتمنع مرور الكتلة المجنحة m فتتسارع الجملة على مسافة H بعدها تتحرك الجملة بسرعة ثابتة يمكن قياسها بحساب مدة السقوط t على المسافة D .

بين أن : $g = \frac{(2M+m)D^2}{2mHt^2}$ حيث t مدة الانتقال بسرعة ثابتة.



الحل

الحركة تحتوي على مرحلتين: المرحلة الأولى حركة متسارعة والمرحلة الثانية حركة منتظمة.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في مرجع أرضي نعتبره غاليليا: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

بالنسبة للجملة $(A+m)$ فإن : $(M+m)\vec{g} + \vec{T} = (M+m)\vec{a}$

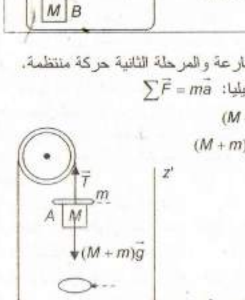
بالاسقاط على المحور $\vec{oz}$: $(M+m)g - T = (M+m)a$ .....(1)

بالنسبة للجسم (B): $M\vec{g} + \vec{T'} = M\vec{a}$

بالاسقاط على المحور $\vec{oz}$: $-Mg + T = Ma$ .....(2)

البكرة والخيط مهملي الكتلة فإن : $T = T'$

بجمع المعادلتين (1) و (2) نجد : $a = \frac{mg}{2M+m}$



بما أن التسارع ثابت فالحركة مستقيمة متسارعة بانتظام

تكون سرعتها v هي : $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta z$ حيث $\Delta z = H$ و $v_0 = 0$

ومنه: $v = \sqrt{2aH} = \sqrt{\frac{2mg}{2M+m}H}$

تحتفظ الجملة بهذه السرعة خلال المرحلة الثانية والتي مسافتها D

أي أن : $v = \frac{D}{t} = \sqrt{\frac{2mg}{2M+m}H}$ بتربيع الطرفين نجد :

$\frac{D^2}{t^2} = \frac{2mg}{2M+m}H$ ومنه : $g = \frac{(2M+m)D^2}{2mHt^2}$



إسحاق نيوتن

حركة الكواكب والأقمار الاصطناعية

1. القوانين الثلاثة لكبلر Kepler

1 ـ المعلم الهليومركزي

المعلم الهليومركزي : هو معلم $(S, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ مرتبط بالمرجع الهليومركزي مبدؤه مركز الشمس ومحاوره الثلاث موجهة نحو ثلاث نجوم E_1 ، E_2 ، E_3 تبدوا ثابته خلال مدة زمنية طويلة ودراسة حركة الكواكب في هذا المرجع تؤكد ميزته الغاليلية (العطالية).

2 ـ القوانين الثلاث لكبلر :

القانون الأول لكبلر (مسارات الكواكب):

إن مدارات الكواكب في المرجع الهليومركزي قطوعا ناقصة يشكل مركز الشمس أحد محاورها .

القانون الثاني لكبلر (قانون المساحات) :

إن المساحات الممسوحة من طرف الشعاع الذي يصل مركز الشمس بمركز الكواكب متساوية خلال فواصل زمنية متساوية .

القانون الثالث لكبلر:

يتناسب مربع دور الكواكب T طرديا مع مكعب نصف طول المحور الكبير a للقطع الناقص .

$\frac{T^2}{a^3} = K_s$ ، $T : (s)$ ، $a : (m)$ ، $K_s : (s^2 m^{-3})$

ثابت لا يتعلق بالكوكب المعتبر

دور الكوكب T هو الزمن الذي يفصل بين مرورين متتاليين للكوكب من نفس الموضع على مساره حول الشمس وفي نفس الاتجاه .

تطبيق :

يساوي نصف طول المحور الكبير لمدار الأرض $1.00UA$ (1وحدة فلكية UA) و دورها $T_{Terre} = 1.00an$ ودور كوكب المريخ $T_{mars} = 1an321J$

أحسب بـ UA ثم km قيمة a_{mars} نصف طول المحور الكبير للمريخ .

$1UA = 150 \times 10^6 km$, $1an = 365j$

الحل :

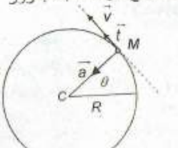
$\frac{T^2}{a^3} = K_s = \frac{T_{terre}^2}{a_{terre}^3} = \frac{T_{mars}^2}{a_{mars}^3}$ و منه $a_{mars}^3 = \frac{a_{terre}^3 T_{mars}^2}{T_{terre}^2} \rightarrow a_{mars} = \sqrt[3]{\frac{a_{terre}^3 \cdot T_{mars}^2}{T_{terre}^2}}$

ومنه: $a_{mars} = a_{terre}\left(\frac{T_{terre}}{T_{mars}}\right)$ ... $T_{terre} = 1an, T_{mars} = \frac{365+321}{365} = 1.879an$

$a_{mars} = 1\cdot(1.879)^{\frac{2}{3}} = 1.52UA) = 228 \times 10^6 km$

الحركة الدائرية المنتظمة

.1 تعاريف : يتحرك جسم حركة دائرية منتظمة إذا كانت قيمة شعاع سرعته ثابتة بمرور
زمن على مسار دائري نصف قطره R.



سرعة الزاوية $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ ثابتة .

لاقة بين السرعة الزاوية والسرعة الخطية $v = R\omega$

: شعاع السرعة محمول على المماس للمسار في M

ر الحركة الدائرية T هو الزمن الذي يكمل فيه المتحرك
رة كاملة $T = \frac{2\pi}{\omega}$ أو $T = \frac{2\pi R}{v}$ $T:(s)\ ,R:(m)\ ,v:m/s$

اع التسارع

ولدينا: $\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_n} = \frac{dv}{dt}\vec{t} + \frac{V^2}{R}$ ... $V = cte \rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$ ومنه : $\vec{a} = \vec{a_n} = \frac{V^2}{R}\vec{n}$

سارع في الحركة الدائرية المنتظمة يتجه دوما نحو مركز المسار الدائري فهو تسارع مركزي
ه ثابتة $a_n = \frac{v^2}{R}$

2 تطبيق القانون الثاني لنيوتن

كانت لدينا جملة كتلتها m ومركز عطالتها G تتحرك
ة دائرية منتظمة في معلم غاليلي فإن محصلة القوى
رجية المؤثرة عليها $\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{v^2}{R}\vec{n}$

قوة تتجه نحو مركز المسار الدائري فهي قوة مركزية.

حركة على المدارات و قوة التجاذب :

قانون الجذب العام

سان A-B يؤثران على بعضهما البعض
التي يؤثر بها A على B و B على A هي :

$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G\frac{M_A M_B}{r^2}$ ...

$(m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2})G$ و $\overrightarrow{F_{A/B}} = G\frac{m_A m}{AB}$ ...

لجذب العام، $m_A, m_B (kg^2)$ كتلتا الجسمين

زيع كتلي ذو تناظر كروي و $G = 6.67\times10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$

مدار الدائري لكوكب : نعتبر كوكبا p كتلته m يدور
ار دائري حول الشمس التي كتلتها m_s في المعلم الهليومركزي .
غاليليا ومنه: $\overrightarrow{F_{s/p}} = \frac{m_s m}{R^2}\vec{n}$ R البعد بين مركز
ومركز الكوكب.
القانون الثاني لنيوتن على مركز الكوكب p فإن:

ومنه: $\overrightarrow{F_{s/p}} = m\vec{a}$ ومنه: $G\frac{m_s m}{R^2}\vec{n} = m\vec{a} \rightarrow G\frac{m_s}{R^2}\vec{n} = \vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{n}$ ومنه: $v^2 = G\frac{m_s}{R}$

وهي سرعة مركز عطالة الكوكب p على المسار الدائري في المعلم الهليومركزي

لدينا $T = \frac{2\pi R}{V} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{V^2}, V^2 = G\frac{m_s}{R} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 R^2 R}{Gm_s} \rightarrow \frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_s}$

ومنه القانون الثالث لكبلر : $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_s}$

3.4 المدار قطع ناقص

إذا كان مسار الكوكب P قطعا ناقصا فقانون كبلر له نفس العبارة كما في الحركة الدائرية المنتظمة
باستبدال نصف قطر الدائرة R بنصف طول المحور الكبير a للقطع الناقص ومنه: $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{Gm_s}$

4.4 أقمار كوكب:

ـ يبقى قانون كبلر صالحا في حالة قمر يدور في مسار دائري أو في مسار ذو شكل قطع ناقص باستبدال m_s في قانون كبر الثالث بكتلة الكواكب في مرجع يتحرك بحركة السحابية بالنسبة للمرجع الجيومركزي .

ـ بالنسبة لكوكب الأرض تتم الدراسة في المعلم الجيو مركزي الذي نعتبره غاليليا و المعلم المرفق به مبدؤه مركز الأرض و محاوره موازية لمحاور المعلم الهليو مركزي .
دور الأرض هو 24 ساعة .

5- الأقمار الأرضية الاصطناعية :

5 -1 وضع قمر اصطناعي في مداره :

- يتطلب وضع قمر اصطناعي في مداره:
نقل القمر الاصطناعي الى ارتفاع يهمل فيه تأثير احتكاك الغلاف الجوي (أعلى من $200km$) حيث يخضع القمر الاصطناعي لقوة جذب الأرض فقط ويسقط القمر حينئذ سقوطا حرا في المعلم الجيو مركزي .

ـ تزويده بسرعة كافية حتى يبقى على مداره حول الأرض

- **المسار دائري**

حتى يكون المسار دائريا يجب أن يحقق شعاع السرعة الشرطين:

ـ شعاع السرعة $\vec{v}$ عمودي على الشعاع : $\overrightarrow{OM}$ في اللحظة $t = 0$

ـ قيمته شعاع السرعة تحقق القانون الثاني لنيوتن $\frac{Gm_T m_m}{R^2} = \frac{mv_0^2}{R}\vec{n} \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{Gm_T}{R}}$

m كتلة القمر الاصطناعي، m_T كتلة الأرض، R البعد بين مركز الأرض O و القمر الاصطناعي.

- **المسار قطع ناقص :**

إذا لم يتحقق أحد الشرطين السابقين على السرعة الابتدائية يصبح مسار القمر الصناعي قطعا ناقصا فيمر القمر من موضعين خاصين

A appogé النقطة الأبعد من الأرض و

P périgée النقطة الأقرب من الأرض

4 - 2 القمر الاصطناعي الجيو مستقر

يوم (24 ساعة) أي أن $T = 24h$.

مدار القمر الصناعي الجيو مستقر:

يكون القمر الصناعي جيو مستقرا ثابتا بالنسبة للأرض ويوجد مقابلا لنفس المنطقة الجغرافية.

ويجب أن يحقق الشروط التالية:

– دور القمر في المعلم الجيومركزي يساوي دور الأرض $T = 24h$.

– مساره دائري يقع في مستوى خط الاستواء.

– يدور في جهة دوران الأرض وبنفس السرعة الزاوية.

تخضع كل الأقمار الصناعية في مداراتها الدائرية إلى القانون الثالث لكبلر:

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{gM_T} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM_T}}$$

تطبيق

يتم الاعتماد على القمر الاصطناعي الجيو مستقر لتغطيه منطقة معينة من الأرض باستمرار احسب نصف قطر مدار القمر المستقر R وارتفاعه z بالنسبة لسطح الأرض ، يعطى :

$G = 6.67\times10^{-11} m^3 kg$ ، $M_T = 5.976\times10^{24} kg$ ، (نصف قطر الأرض) $R_T = 6400km$

الحل :

يدور القمر الاصطناعي حول الأرض بحركة دائرية منتظمة خلال $T = 24h$ في المعلم الجيو مركزي .القمر الاصطناعي يخضع للقوة

$$\overrightarrow{F_{T/S}} = G\frac{m_s M_T}{R^2}\vec{n}$$

و بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\overrightarrow{F_{T/S}} = m_s a\vec{n} = m_s\omega^2 R\vec{n}$

و منه :

$$G\frac{m_s M_T}{R^2} = m_s\omega^2 R = m_s\frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

$$\frac{GM_T}{R^3} = \frac{4\pi^2}{T^2} \to R = \left(\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{6.67\cdot10^{-11}\cdot5.976\cdot10^{24}\cdot(86400)^2}{4\pi^2}\right]^{\frac{1}{3}} = 42.2\cdot10^3 km$$

ومنه :

$$Z = R - R_T = 42.2\cdot10^3 - 6.4\cdot10^3 = 35800km$$



تمارين

تمرين 1

اجب بصحيح أو خطأ

a- يسمح قانون كبلر الثالث بحساب كتل الكواكب

b- تدرس حركة الكواكب في المعلم الجيو مركزي

c- يكون التسارع في الحركة الدائرية المنتظمة معدوما .

d- مسار كوكب في المعلم الهليو مركزي قطع ناقص تشكل الشمس أحد محارقه .

e- تزداد سرعة القمر الاصطناعي الجيو مستقر في مداره .

f- دور القمر الاصطناعي مستقل عن كتلته .

h- يكون الارتفاع عن سطح الأرض هو نفسه بالنسبة لجميع الأقمار الاصطناعية.

الحل

a- ← صحيح ، b- ← خطأ ، c- ← خطأ ، d - ← صحيح ، e- ← خطأ

f- ← صحيح ، h- ← خطأ .

تمرين 2 :

البعدان الأعظمي والأصغري لكوكب المريخ بالنسبة لمركز الشمس (S) هما على الترتيب 249 ، 206 مليون كلم .

1 – ما طبيعة مسار المريخ؟ ماذا تمثل (S) بالنسبة لهذا المسار؟

2- احسب طول نصف المحور الكبير لهذا المسار.

3 – في اية نقطة تكون سرعة المريخ أعظميه ؟ أصغريه ؟ يعطى : $Ms = 2\times10^{30} kg$ ، $G = 6.67\times10^{-11} m^3 kgs^{-2}$ و $T = 1.88an$

الحل

1. مسار المريخ قطع ناقص ، تمثل (S) أحد محارق القطع الناقص.

2. حساب طول نصف القطر الكبير: بتطبيق قانون كبلر الثالث في المعلم الهليو مركزي .

$$\frac{T^2}{\alpha^3} = \frac{4\pi^2}{gms} \to a = \left(\frac{GM_s T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} = \left(\frac{6.67.10^{-11}\times2.10^{30}(5.93.10^7)}{4\pi^2}\right)^{1/3} = 2.3\times10^{11} km$$

تكون سرعة المريخ أعظمية عندما يكون أقرب ما يمكن من الشمس على المحور الكبير.

وتكون سرعة المريخ أصغر ما يمكن عندما يكون أبعد ما يمكن في الأوج.

تمرين3

نعتبر كوكبا S_1 مداره قطعا ناقصا يدور حول نجم A

1- a أعط القانون الأول كبلر .

b- ماذا تمثل A بالنسبة للقطع الناقص .

2- a أذكر نص القانون الثاني لكيلر.

b- وضحه بالشكل.

c- قارن سرعتي كوكب S_1 في الموضعين 1 و 2

d - ما نتائج القانون الثاني لكبلر عندما يكون المسار دائريا

3 - a - أذكر نص القانون الثالث لكبلر.

b - يبعد كوكب آخر S_2 تابع للنجم A بمسافة أكبر من S_1 و مداره قطع ناقص قارن بين دورهما T_1 ، T_2.

الحل

- a نص القانون الأول لكبلر: تكون مدارات الكواكب في المرجع الهليو مركزي قطوعا
قصة يشكل مركز النجم A أحد محارقها.
- تمثل A أحد محارق القطع الناقص
- a نص القانون الثاني لكبلر :
المساحات الممسوحة من طرف الشعاع الذي يصل مركز النجم A بمركز الكوكب S_1
تشكل مساحات متساوية خلال فترات زمنية متساوية .
- توضيح القانون الثاني لكبلر بالشكل
- تكون سرعة S_1 في الوضع 1 أكبر
سرعة S_1 في الوضع 2 لقربه من النجم A
- عندما يكون المسار دائريا تكون :
سرعة الكوكب ثابتة .
مركز A هو مركز المسار الدائري
شكل المساحات الممسوحة يكون متماثلا خلال فترات زمنية متساوية.
- a - نص القانون الثالث لكبلر

اسب مربع الدور T طرديا مع مكعب نصف طول المحور الكبير a للقطع الناقص $\frac{T^2}{a_1^3} = K$

- المقارنة بين الدورين T_1 ، T_2 للكوكبين S_1 ، S_2 $\frac{T_2^2}{a_2^3} = K$ و $\frac{T_1^2}{a_1^3} = K \leftarrow \frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{T_2^3}$.

رين4

سم القمر في معلم جيومركزي مسارا يمكن
تباره دائريا نصف قطره $r = 3.8.10^5 km$
تلة الأرض $M_T=6.0.10^{24}kg$ ونصف
رها $R = 6.410^3 km$
- a- عرف المعلم الجيو مركزي.
b - ما هي القوى المؤثرة على القمر؟
2. أحسب في هذا المرجع سرعة ودور القمر.
a.3 .استنتج قانون كبلر الثالث.
b. استنتج دور التلسكوب هابل الذي يدور على ارتفاع 600km من سطح الأض.

ل

- a- المرجع الجيو مركزي مبدؤه مركز الأرض ومحاوره تتجه نحو ثلاث نحو م بعيدة نعتبرها ثابتة

- تؤثر الأرض على القمر بقوة تجاذب $F_{T/L} = G\frac{M_L M_T}{r^2}$

- حساب سرعة ودور القمر : بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$G\frac{M_L M_T}{r^2}\vec{n} = M_L a\vec{n} \rightarrow G\frac{M_T}{r^2} = \frac{v^2}{r^2} \rightarrow v^2 = G\frac{M_T}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{6.67.10^{-11} \times 6.10^{24}}{3.8 \times 10^8}} = 10^3 ms$$

ور T: $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi.3.8.10^8}{10^3} 2.4.10^6 s \approx 276j$

a لدينا: $G\frac{M_T M}{r^2} = M\frac{v^2}{r} \rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}r\right)^2\frac{1}{r} = \frac{GM_T}{r^2}$ ومنه: $\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{GM_T}{r^3} \rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$

دور التلسكوب هابل:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{\ldots}} = \sqrt{\frac{4\pi^2(7 \times 10^6)^3}{\ldots}} = 5.9 \times 10^3 S \approx 1.63$$

تمرين5

وضع المسبار الفضائي *MarsOdyssey* في مدار حول المريخ في جانفي 2002 على ارتفاع ثابت $Z = 400km$.
1. عبر عن سرعة المسبار v في معلم مركزه المريخ بدلالة Z والكتلة M_N للمريخ ونصف قطر المريخ R_M .
2. استنتج علاقة الدور T .
3. يدور القمر الصناعي حول الأرض في مدار منخفض (يهمل ارتفاعه أمام نصف قطر الأرض) دوره $T_T = 1h24mn$ وإذا كانت النسبة بين كتلتي المريخ والأرض هي
$M_M / M_T = 0.107$ و
$R_m = 3.4.10^3 km$, $R_T = 6.4.10^3 km$
a - عبر عن النسبة $\frac{T}{T_T}$ بدلالة $\frac{M_M}{M_T}$ ، R_M ، R_T ، Z
b - احسب الدور T .

الحل

1-سرعة المسبار في معلم مركزه المريخ : يؤثر المريخ على المسبار بقوة .

$$\overline{F_{M/S}} = \frac{GM_M M_S}{(R_M+Z)^2}\vec{n} = M_S\frac{V^2}{R_M+Z}\vec{n} \rightarrow V^2 = \frac{GM_M}{R_M+Z} \rightarrow V = \sqrt{\frac{GM_M}{R_M+Z}}$$

2-استنتاج علاقة الدور : $T = \frac{2\pi}{\omega} \rightarrow T = \frac{2\pi}{V}(R_M+Z) \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+Z)^3}{GM_M}} \cdots (1)$

3 - a - التعبير عن النسبة $\frac{T}{T_T}$ لدينا $(2) \cdots T_T = 2\pi\sqrt{\frac{R_T^3}{GM_T}}$ بقسمة 1 على 2 نجد:

$$\frac{T}{T_T} = \sqrt{\frac{(R_M+Z)^3}{GM_M}} \times \sqrt{\frac{GM_T}{R_T^3}} = \sqrt{\frac{(R_M+Z)^3 M_T}{R_T^3 M_M}} \rightarrow T = T_T\sqrt{\left(\frac{(R_M+Z)}{R_T}\right)^3 \cdot \frac{M_T}{M_M}}$$

b-حساب الدور T: $T = T_T\sqrt{\left(\frac{(R_M+Z)}{R_T}\right)^3 \cdot \frac{M_T}{M_M}} = 1.4\sqrt{\left(\frac{3.8 \times 10^3}{6.4.10^3}\right)^3 \frac{1}{0.107}} = 1.96h$

تمرين6

يملك كوكب المريخ قمري فوتوس (*Photos*) و دايموس (*Daimos*) لوحظا لأول مرة عام1877 من طرف الفلكي الأمريكي أساف هال (*Asaph Hall*) برسمان في الاتجاه المباشر مسارين دائريين نصف قطر مسار دايموس $R_D=23490\ km$ ودوره $T_D=30h,\ 18mn$ نصف قطر مسار فوتوس $R_p=9354\ km$.
1 ــ ماهي العلاقة الحرفية لتسارع الجاذبية على الارتفاع R من مركز المريخ بدلالة كتلته M_M و R وثابت الجذب العام G.
2 ــ عبر حرفيا عن الدور T لقمر يقع على ارتفاع R من مركز المريخ .
3 ــ أحسب كتلة المريخ M_M.
4 ــ أحسب دور القمر فوتوس بطريقتين مختلفتين. $G = 6.67 \times 10^{11} SI$

الحل

1 ــ العلاقة الحرفية لتسارع الجاذبية على ارتفاع R: $g(R) = G.\frac{M_M}{R^2}$

2 ــ التعبير عن الدور T : مسار القمر دائري وحركته دائرية منتظمة فتسارعه:

$$a_N = \frac{V^2}{R} = g \rightarrow V^2 = R.g = G.\frac{M_M}{R} \rightarrow V = \sqrt{G.\frac{M_M}{R}}$$

...نه: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\frac{R}{V} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{G.M_M}}$

ـــ تعيين كتلة المريخ M_M : من العلاقة السابقة ; $M_M = \frac{4\pi^2}{T^2}.\frac{R^3}{G}$

ع : من أجل قمر دايموس $T_D = 2.349.10^7 m$ و T_D=30h, 18mn=1.09x10^5 s

...ه : $M_M = \frac{4\pi^2}{T^2}.\frac{R^3}{G} = \frac{4\pi^2(2.349.10^7)^3}{(1.09.10^5)^2.6.67\times10^{11}} = 6.45\times10^{23} kg$

ـــ حساب دور القمر فوتوس :

... : من القانون الثالث لكبلر: $T_p = 2\pi\sqrt{\frac{R_p^3}{GM_M}}$ و $T_D = 2\pi\sqrt{\frac{R_D^3}{GM_M}}$ بقسمة العلاقتين:

$$T_p^2 = T_D^2\left(\frac{R_p}{R_D}\right)^3 \rightarrow T_P = 27410s = 7h.36mn.50$$

...: من علاقة الدور:

$$T_p = 2\pi\sqrt{\frac{R_p^3}{GM_M}} = 6.28\sqrt{\frac{(9.354.10^6)^3}{6.67.10^{11}\times6.45.10^{23}}} = 27405s = 7h.36mn.4$$

...ين 7

... قمر صناعي حول الأرض على ارتفاع $h = 800$... مساره يمر من الشاقول المقام ... القطب الشمالي .
... حد طبيعة حركة القمر الصناعي.مع التعليل.
... أكتب العلاقة الحرفية لتسارع الجاذبية ... الارتفاع $h = 800km$.
... دلالة كتلة الأرض M_T ونصف قطر الأرض R_T ،وثابت الجذب العام G .
b- بدلالة كتلة تسارع الجاذبية الأرضية g_0 عند الارتفاع $h_0 = 0$.
3 ـ أحسب g من أجل $h = 800km$.
4 ــ عين سرعة هذا القمر ودوره.
5 ـ هل هذا القمر يتواجد دوما مقابلا لمنطقة واحدة من سطح الأرض؟ برر إجابتك.

... ندرس حركة مركز عطالة القمر الصناعي في معلم مركزي أرضي مركزه الأرض وتكون ...ة القمر الصناعي دائرية منتظمة ، مركز الأرض هو مركز مسار هذه الحركة لأن القمر ...اعي يخضع لقوة ثقله فقط ومنه : $a_N = g(h) = Cte$

ومنه: $a_n = \frac{v^2}{R} = g$... $v^2 = R.g(h) = Cte$ فالحركة دائرية منتظمة.

... كتابة العلاقة الحرفية لتسارع الجاذبية:

...لاقة g بلالة M_T و R_T و G :1... $F = mg = G.\frac{m.M_T}{(R_T+h)^2} \rightarrow g(h) = G.\frac{M_T}{(R_T+h)^2}$

...لاقة g بلالة g_0 والارتفاع h :2... $g_0 = G.\frac{M_T}{R_T^2}$ من (1) ، (2) : $g(h) = g_0\left(\frac{R_T}{R_T+h}\right)^2$

3 ــ حساب قيمة g : $g = 9.80\times\left(\frac{6400}{6400+800}\right)^2 = 7.47 m.s^{-2}$

4 ــ حساب سرعة هذا القمر ودوره.

لدينا : $v^2 = R.g(h)$ ومنه : $v^2 = \sqrt{R.g(h)} = \sqrt{7.2.10^6\times7.47.} = 7.33.10^3 ms^{-1}$

ودوره : $T = 2\pi.\frac{R}{v} = \frac{2\times\pi\times7200}{7.47} = 6060s = 1h41mn$

5 ــ هذا القمر لا يتواجد على نفس المنطقة لأن الأرض تدور حول المحور المار من القطب الشمالي بينما القمر الصناعي يمر من القطب الشمالي للأرض .

تمرين 8

نعتبر قمرا صناعيا يدور في مدار دائري حول الأرض مركزه مركز الأرض.
1 – لماذا لا تدرس حركة القمر في مرجع أرضي ؟
2 – هل سرعة القمر ثابتة ؟
3 – بين أن حركة القمر منتظمة ؟
4 – أعط عبارة دور القمر الاصطناعي بدلالة الارتفاع.

الحل :

1 – يدور القمر الصناعي حول الأرض التي بدورها في حالة حركة و بالتالي لا يمكن دراسة حركته في مرجع أرضي ، فالمرجع المناسب لدراسة حركة القمر الصناعي هو المرجع الجيومركزي المرتبط بمركز الأرض والمعلم المرفق به محاوره تتجه نحو ثلاث نجوم ثابتة و الذي نعتبره غاليليا.

2 – سرعة القمر الاصطناعي ثابتة لأن:

$$F = \frac{mv^2}{r}, F = \frac{mM_tG}{r^2} \rightarrow \frac{mv^2}{r} = \frac{mM_tG}{r^2}$$

$$\rightarrow v^2 = G\frac{M_T}{r} \rightarrow v = \sqrt{G\frac{M_t}{r}}$$

بما أن r ثابت فإن : $v = \sqrt{G\frac{M_t}{r}} = Cte$

3 – بما أن قيمة سرعة القمر الاصطناعي ثابتة فالحركة دائرية منتظمة .

4 – عبارة دور القمر الاصطناعي $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi(R+h)}{v} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_t}} = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM_t}}$

R : نصف قطر الأرض h ارتفاع القمر على سطح الأرض .

تمرين 9

ندرس حركة الأرض في المعلم الهليو مركزي المعتبر غاليليا.
1 – عبر عن حقل الجاذبية الشمسية على بعد r من مركز الشمس .
2 – يمكن تشبيه الأرض بنقطة مادية على بعد r من الشمس .
عبر عن سرعة الأرض بدلالة ثابت التجاذب الكوني و r وكتلة الشمس M_s
3 ــ استنتج كتلة الشمس.المعطيات $r = 1.496\times10^{11}m$ ، $T = 365.25j$ $G = 6.67\times10^{-11}SI$

الحل

1 – حقل جاذبية الشمس على بعد r من مركز الشمس: $g = G\frac{M_s}{r^2}$

2 – لدينا $\frac{mv^2}{r} = G\frac{mM_s}{r^2}$ ومنه $v^2 = G\frac{M_s}{r} \rightarrow v = \sqrt{G\frac{M_s}{r}}$

3 ــ استنتاج كتلة الشمس: لدينا $v^2 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r^2 = G \cdot \frac{M_s}{r}$

ومنه: $M_s = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4 \times 3.14 \times (1.496 \cdot 10^{11})^3}{6.67 \times 10^{-11} \times (365.25 \times 86400)^2} = 1.99 \times 10^{30} kg$

تمرين10

نستعمل بعض خواص الأقمار الاصطناعية الأرضية لإيجاد قيمة تقريبية لكتلة الأرض ، لهذا نفرض أن هذه الأقمار في حركة دائرية تحت تأثير قوة جذب الأرض فقط.

1/ بين أن حركة القمر الاصطناعي دائرية منتظمة.

2/ نرمز بـ H لارتفاع القمر و R لنصف قطر الأرض، و G ثابت الجذب العام، و T دور القمر و M كتلة الأرض.

ــ بين أن $\frac{(R+H)^3}{T^2} = Cte$ ثم أوجد قيمة هذا الثابت بدلالة $G.M$.

3/الجدول التالي يعطي ارتفاعات وأدوار بعض الأقمار الاصطناعية للأرض.

القمر الصناعي	مثيوسات	مركبة مير	كوسموس 1970
T	23h56min	1h35min	11h14min
H	35800km	500km	19100km

يتميز القمر الاصطناعية مثيوسات بخصائص خاصة

أ ــ ما هي هذه الخصائص ؟

ب - كيف يسمى هذا النوع من الأقمار الصناعية ؟

جـ ــ ماذا يمثل الدور $23h56\,min$ ؟

د ــ لماذا لايساوي $24h$ ؟

4/ تاكد من الجدول أن $\frac{(R+H)^3}{T^2} = Cte$.

5/ استنتج قيمة تقريبية لكتلة الأرض.

المعطيات: $R = 6400km,\ G = 6.67 \times 10^{-11} SI$

الحل

1/ طبيعة حركة القمر الصناعي: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم جيومركزي والذي نعتبره غاليليا فإن: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ ومنه:

$$\vec{F} = m\vec{a} = G\frac{m_s M}{(R+H)^2}\vec{n} \rightarrow G\frac{M}{(R+H)^2} = a_n = \frac{v^2}{(R+h)}$$

ومنه: $v = \sqrt{\frac{GM}{(R+H)}} = cte$ وبما أن $\vec{F} \perp \vec{v}$ ومنه فحركة القمر الصناعي دائرية منتظمة.

2/ البرهنة على العلاقة $\frac{(R+H)^3}{T^2} = Cte$ وحساب ثابت التناسب: لدينا : $T = \frac{2\pi(R+H)}{v}$

$$T^2 = \frac{4\pi^2(R+H)^2}{v^2} \rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2(R+H)^2}{T^2} = \frac{GM}{(R+H)} \rightarrow \frac{(R+H)^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} = k = Cte$$

حساب الثابت k بدلالة $G.M$: $k = \frac{GM}{4\pi^2} = \frac{GM}{40} = 0.025GM$

3/أ ــ خصائص القمر الصناعي ميثيوسات:

ــ دور القمر في المعلم الجيومركزي يساوي دور الأرض $T = 24h$.

ــ مداره دائري يقع في مستوى خط الاستواء.

ــ يدور في جهة دوران الأرض وبنفس السرعة الزاوية.

ب ــ يسمى هذا النوع من الأقمار الصناعية بالأقمار الصناعية الجيومستقرة.

جـ ــ يمثل الدور $23h56\,min$ دور القمر الصناعي وهو المدة اللازمة لكي يكمل القمر دورة واحدة حول الأرض.

د ــ الدور لايساوي $24h$ لعدم ثبات نصف قطر الأرض .

4/ التأكد من الجدول أن $\frac{(R+H)^3}{T^2} = Cte$:

ميثيوسات : $k = \frac{(R+H)^3}{T^2} = \frac{[(6400+35800).10^3]^3}{(23 \times 3600 + 56 \times 60)^2} = \frac{75151448 \times 10^{15}}{(82800+3360)^2} = 1.01 \times 10^{13} SI$

مركبة مير:

$$k = \frac{(R+H)^3}{T^2} = \frac{[(6400+19100).10^3]^3}{(3600+35 \times 60)^2} = \frac{328509 \times 10^{15}}{(5700)^2} = 1.01 \times 10^{13} SI$$

كوسموس1970 :

$$k = \frac{(R+H)^3}{T^2} = \frac{[(6400+19100).10^3]^3}{(11 \times 3600 + 14 \times 60)^2} = \frac{16581375 \times 10^{15}}{(40440)^2} = 1.01 \times 10^{13} SI$$

إذن : $\frac{(R+H)^2}{T^2} = Cte$. في حدود أخطاء القياس.

5/ استنتاج قيمة تقريبية لكتلة الأرض: لدينا:

$$k = 0.025GM = 872.32 \times 10^{15} \rightarrow M = \frac{1.01 \times 10^{13}}{0.025.G} = \frac{1.01 \times 10^{13}}{0.025. \times 6.67.10^{-11}} = 6.07.10^{24} kg$$

تمرين11

– نعتبر أن توزع كتلتي الأرض و القمر ذو تناظر كروي .

– ينتقل القمر في مدار دائري حول الأرض.

نسمي r البعد بين مركزي الأرض والقمر.

1 – أرسم شكلا لمدار القمر في مرجع جيو مركزي ومثل قوة التجاذب التي تؤثر بها الأرض على القمر.

2 – يعطى حقل التجاذب الأرض بالعلاقة : $g = G\frac{M}{r^2}$

a – ما ذا يمثل كل حرف في هذه العلاقة ؟

b – حدد عبار g بدلالة g_0 (حقل التجاذب على سطح الأرض) و R نصف قطر الأرض و r

3 – a – طبق نظرية مركز العطالة (القانون الثاني لنيوتن) على حركة القمر في المرجع الجيو مركزي المعتبر غاليليا وعبر عن تسارع مركز عطالة القمر.

b – لتكن v سرعة القمر على مداره اعط مميزات شعاع تسارع مركز القمر المتحرك بحركة دائرية منتظمة.

c – بين أن عبارة g_0 تعطى بـ $g_0 = \frac{v^2 r}{R^2}$.

4 – عُرف منذ القدم أن $r = 60R$ وأن دور القمر $T = 27j$ و $7h$ و $43min$ ؛ أمكن قياس سنة 1670 بطريقة مثلثية من تحديد قيمة R و المساوية $6370km$ ، في سنة 1686 استعمل إسحاق نيوتن هذه النتيجة من أجل تحديد قيمة g_0 ، عبر عن v بدلالة T و r ، ثم أوجد قيمة g_0 المحددة من طرف اسحاق نيوتن.

في الوقت الحالي حوالي 2600 قمر حول الأرض تتدخل في مجالات عديدة : الهاتف ، ...زيون ،الجيوديزيا ، الاستكشاف ، الارصاد الجوي ، الفلك ، التجسس، ...
...ل ملاحظاتها واسع: ضوئي، رادار، تحت الحمراء، فوق بنفسجي، التقاط الاشارات ....
... علما أن طيف الضوء المرئي محدود اعط حدود أطول الموجات في الفراغ لهذا الطيف ...حصور بين التحت الحمراء وفوق البنفسجية .
... سرعة الضوء في الفراغ هي $3\times10^{8}ms^{-1}$ استنتج حدود تواتر الضوء المرئي .
... لماذا نؤكد على (الفراغ) لاعطاء قيم طول الموجة ؟

بكالوريا 2005 فرنسا

...أول قمر اصطناعي :

...التعبير شعاعيا عن القوة التي تؤثر بها الأرض على القمر :
... الأرض على القمر الاصطناعي بقوة تعطى بقانون
...ب العام $\vec{F}_{T/S} = -G\dfrac{M_T.m_S}{(R+h)^2}\vec{u}$

... استنتاج العبارة الشعاعية لتسارع القمر :
... المعلم الجيومركزي غاليلي ، بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر الصناعي النقطي :
$\sum\vec{F}_{ext} = ...$ والقوة الوحيدة المؤثرة على القمر هي $\vec{F}_{T/S}$ ومنه :

$-G\dfrac{M_T.m_S}{(R+h)^2}\vec{u} = ...$ ومنه: $\boxed{\vec{a} = -G\dfrac{M_T}{(R+h)^2}\vec{u}}$ ....(2)

...ارع مركزي لأنه يعاكس شعاع الوحدة $\vec{u}$
... 1 – a – بيان أن حركة هابل دائرية منتظمة.
... كتابة التسارع في معلم فريني بالشكل: $\vec{a} = a_t\vec{\tau} + a_n\vec{n}$
... : $a_t = \dfrac{dv}{dt} = 0$ و $a_n = \dfrac{v^2}{r}$ . . (3) حيث: $r = R+h$
... $v = cte$ ومنه حركة قمر هابل دائرية منتظمة.
... التعبير عن سرعته القمر بدلالة M_T ، R_T ، h و G .
...علاقتين (2)، (3) فإن : $\dfrac{v^2}{(R+h)} = G\dfrac{M_T}{(R+h)^2}$ ومنه: $v = \sqrt{\dfrac{GM_T}{(R+h)}}$
... عبارة الدور T للقمر هابل: $T = \dfrac{2\pi r}{v} = \dfrac{2\pi(R+h)}{\sqrt{\dfrac{GM_T}{(R+h)}}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{(R+h)^3}{GM_T}}$
... الثالث لكبلر : مربع دور دوران القمر يتناسب مع مكعب نصف قطر مساره .
$\dfrac{T^2}{(R+h)^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM_T} \rightarrow T^2 = 4\pi^2\dfrac{(R+h)^3}{GM_T}$ أي: $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM_T}$ ومنه: $\boxed{T^2 = kr^3}$
...حالة القمر الاصطناعي الجيومستقر:
...مقصود بالقمر الجيو مستقر : هو القمر الذي يبدو ثابتا بالنسبة لمراقب أرضي ...

b – المسار الذي يوافق قمر اصطناعيا جيومستقر هو الموافق للشكل1 ، لأن مستوى مسار القمر يشمل خط الاستواء .

III – **الأقمار الصناعية في مدارات ناقصية 1** –

القانون الأول لكيبلر: الأقمار الصناعية ترسم مسارات ناقصة أحد محارقها هو مركز الأرض.

القانون الثالث لكيبلر: مربع دور دوران القمر يتناسب مع مكعب محو نصف القطر الكبير للمسار الناقص.

2 – رسم شكل مدار القمر هيباركوس

A و P نهايتي القطر الكبير للمسار الناقص

A النقطة الأبعد من الأرض و P الأوج النقطة الأقرب من الأرض.

موضحا عليه مركز عطالة الأرض و النقطتين A ، P

3 – على هذا المسار تكون حركة القمر هيباركوس ليست منتظمة

4 – سرعته القمر عند A تكون أصغر ما يمكن و عند P تكون أكبر ما يمكن.

IV – **مهمات الأقمار الصناعية**

1 – حدود أطول الموجات في الفراغ للطيف المحصور بين الأشعة التحت الحمراء وفوق البنفسجية هو : $(UV)800nm \geq \lambda \geq 400nm(IR)$

2 –حدود تواتر الضوء المرئي: $f_R = \dfrac{c}{\lambda_R} = \dfrac{3.10^8}{8.10^{-7}} = 3.75\times10^{14}Hz$.

$f_V = \dfrac{c}{\lambda_V} = \dfrac{3.10^8}{4.10^{-7}} = 7.50\times10^{14}Hz$ ومنه: $7.50\times10^{14}Hz \geq f \geq 3.75\times10^{14}Hz$

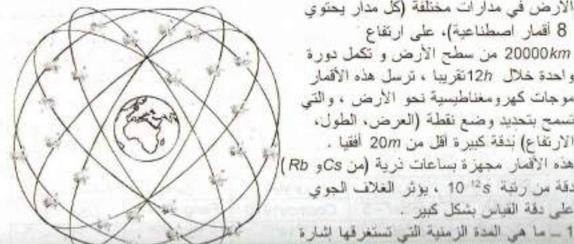
3 – نؤكد على (الفراغ) لاعطاء قيم طول الموجة لأن التواتر في المجال المرئي يتعلق فقط بالمنبع الضوئي والذي يوافق لون محدد ، بينما طول الموجة λ يتعلق في نفس الوقت بالمنبع الضوئي وبوسط الانتشار. $\lambda = v/f$ و v سرعة الانتشار في الوسط و f تواتر المنبع الضوئي.

وسرعة الانتشار تتعلق بالوسط : $v = c/n$ و $\lambda_{vide} = c/f$ ومنه: $\lambda_{milieu} = v/f = c/nf$

ولما كان $n \geq 1$ فإن : $\lambda_{milieu} < \lambda_{vide}$

تمرين13

يتكون النظام GPS (Global Poisitioning System) من 24 قمرا اصطناعيا تدور حول الأرض في مدارات مختلفة (كل مدار يحتوي 8 أقمار اصطناعية)، على ارتفاع 20000km من سطح الأرض و تكمل دورة واحدة خلال 12h تقريبا ، ترسل هذه الأقمار موجات كهرومغناطيسية نحو الأرض ، والتي تسمح بتحديد وضع نقطة (العرض، الطول، الارتفاع) بدقة كبيرة اقل من 20m أفقيا .



هذه الأقمار مجهزة بساعات ذرية (من Cs و Rb) دقة من رتبة $10^{-12}s$ ، يؤثر الغلاف الجوي على دقة القياس بشكل كبير .

1 – ما هي المدة الزمنية التي تستغرقها إشارة صادرة من القمر الصناعي الى مستقبل ...

2ـ حول الدقة الأفقية إلى دقة على زمن انتشار الإشارة .
3ـ قدر خطأ المسافة التي ترتكبه هذه الساعات الذرية. هل هذه الأخطاء معتبرة؟
4ـ كيف يمكنك تفسير أن الغلاف الجوي للأرض يؤثر على القياسات ؟
5ـ أبحث عن استعمالات أخرى للـ GPS .

الحل

1 ـ لكي تنتقل إشارة من القمر الصناعي إلى جهاز استقبال على الأرض:

$$t = \frac{d}{c} = \frac{2.10^7}{3.10^8} = 6.7\times10^{-2}s = 67ms$$

2 ـ تحويل الدقة الأفقية إلى دقة على زمن انتشار الإشارة:

$$\Delta t = \frac{\Delta d}{c} = \frac{20}{3.10^8} = 6.67\times10^{-8}s = 67ns$$

3 ـ تقدير خطأ المسافة الذي ينتج عن هذه الساعات الذرية:

$\Delta x = c\Delta t = 3\times10^8\times10^{-12} = 3\times10^{-4}m = 0{,}3mm$ وهو مقدار صغير يمكن إهماله.

4 ـ تفسير أن الغلاف الجوي للأرض يؤثر على القياسات: تتأثر الأمواج الكهرومغناطيسية المرسلة من طرف الأقمار الاصطناعية بطبقات الجو المشحونة.

5 ـ استعمالات الـ GPS : استعمالات عسكرية (قصف هدف بدقة، التجسس)، الاتصالات: هاتف تلفزيون، أبحاث علمية التنقيب على البترول، المياه الجوفية ، الزلازل ، البراكين، الملاحة والصيد البحري....... .

تمـــرين14

معطيات عددية: ثابت الجذب العام $G=6{,}67\times10^{-11}SI$ ، نصف قطر الأرض $R_T = 6400Km$ شدة حقل الجاذبية على سطح الأرض $g_0 = 9{,}8ms^{-2}$

1- نعتبر أن الأرض كرة متجانسة مركزها O .

a) أعط عبارة شدة حقل الجاذبية g الذي ينتج عن الأرض على ارتفاع h بدلالة G, R_T, h, M_T حيث M_T كتلة الأرض.

b) استنتج العبارة الحرفية لـ M_T بدلالة g_0, G, R_T .

c) أحسب قيمة M_T .

2. نعتبر قمرا أرضيا، يشبه نقطة مادية كتلته m يخضع فقط لقوة جذب الأرض $\vec{F}$ يرسم مسارا دائريا مركزه O في المعلم الجيو مركزي.

a) بين أن حركة القمر دائرية منتظمة.

b) عبر عن سرعة القمر ودوره T بدلالة M_T, G, R_T, h .

c) نضع $r = h + R_T$ ، بين أن النسبة T^2/r^3 تساوي ثابتا والذي يعبر عنه بدلالة M_T, G .

3ـ يحتوي الجدول التالي القيم العددية للدور T والارتفاعات h لمدارات الأقمار الاصطناعية الأرضية

قاعدة الإطلاق	الولايات المتحدة	الصين	بايكونور	كورو
القمر	$USA-35$	$Feng\text{-}Yun\text{-}1$	$Cosmos1970$	$Intelsat-5$
الدور T	12^h	102.8^{min}	11^h14^{min}	23^h56^{min}
h	$2.02.10^4$	9.10^2	$1.91.10^4$	$3.85.10^4$

b) استنتج القيمة العددية لكتلة الأرض M_T .

الحل

1- a) عبارة شدة حقل الجاذبية g :

تؤثر الأرض على نقطة موجودة على ارتفاع h من سطح الأرض بقوة: $F = mg$......(1)

وبتطبيق قانون الجذب العام فإن : $F = G\frac{mM_T}{(R_T+h)^2}$.....(2)

من العلاقتين (1) و (2) فإن : $g = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}$

b) العبارة الحرفية لـ M_T بدلالة g_0, G, R_T : إذا كان $h=0$ فإن : $g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2} \rightarrow M_T = \frac{g_0R_T^2}{G}$

c) أحسب قيمة M_T : $M_T = \frac{g_0R_T^2}{G} = \frac{9.8(6400\times10^3)^2}{6.67\times10^{-11}} = 6.01\times10^{24}kg$

2- a) إثبات أن حركة القمر دائرية منتظمة :

لدينا في كل لحظة $\vec{F}\perp\vec{v}$ و $v = cte$ فالحركة دائرية منتظمة

b) التعبير عن سرعة القمر ودوره T بدلالة M_T, G, R_T, h :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في مرجع جيو مركزي نعتبره غاليليا : $\sum\vec{F} = m\vec{a}$.

القوة الوحيدة المؤثرة في القمر هي الثقل ومنه : $\vec{P} = m\vec{g} = m\vec{a}$. ومنه : $\vec{a_n} = \vec{g}$.

a_n : تسارع ناظمي قيمته: $a_n = \frac{v^2}{(R_T+h)} = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}$ ومنه: $v = \sqrt{G\frac{M_T}{(R_T+h)}}$

c) بوضع $r = h + R_T$ فإن : $v = \sqrt{G\frac{M_T}{r}}$ ولدينا : $T = \frac{2\pi r}{v}$ ومنه $T^2 = \frac{4\pi^2r^2}{v^2}$.

أي أن : $T^2 = \frac{4\pi^2r^2.r}{GM_T}$ ومنه: $\frac{T^2}{r^3} = \frac{GM_T}{4\pi^2} = cte$

3- a) نحسب من أجل كل قمر صناعي النسبة T^2/r^3 فنحصل على النتائج التالية:

	الولايات المتحدة	الصين	بايكونور	كورو
$r(m)$	2.66×10^6	7.3×10^6	2.55×10^7	4.22×10^7
$T(s)$	4.32×10^4	6.188×10^3	4.044×10^4	8.616×10^4
T^2/r^3	1.009×10^{13}	1.023×10^{13}	1.014×10^{13}	1.012×10^{13}

بمقارنة هذه القيم نجد أنها متساوية في حدودالأخطاء المرتكبة.

b) استنتاج القيمة العددية لكتلة الأرض M_T :

من العلاقة : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{GM_T}{4\pi^2} = cte$ فإن :

$$M_T = \frac{4\pi^2r^3}{GT^2} = \frac{4\times(3.14)^2\times1.0145\times10^{13}}{6.67\times10^{-11}} \approx 6\times10^{24}kg$$

وهي توافق القيمة المحصل عليها سابقا.

السقوط الشاقولي لجسم في الهواء

1. فعل الثقالة : حقل الجاذبية

1.1 ثقل الجسم

يخضع كل جسم موجود بجوار الأرض لقوة جذب الأرض له تسمى بقوة الثقل $\vec{p} = m\vec{g}$ باعتبار الأرض مرجع غاليلي

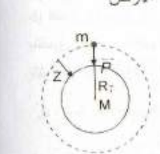
مميزات $\vec{p}$:
- نقطة التأثير : مركز ثقل الجسم .
- الحامل : الشاقول .
- الاتجاه : نحو الأسفل.
- الشدة : $p = mg$ وحدتها النيوتن (N) .

$\vec{g}$ حقل الجاذبية الأرضية في النقطة (M) بجوار الأرض

حيث : $\vec{g} = \frac{\vec{p}}{m}$ حيث $\vec{g}$: يتجه نحو مركز الأرض.

الأرض

2.1 حقل الثقالة



نعتبر بأن الثقل وقوة جذب الأرض للجسم متماثلان $F = P = G\frac{mM_T}{(R+Z)^2}$

$mg = \frac{GmM_T}{(R+Z)^2} \rightarrow g = \frac{GM_T}{(R+Z)^2}$ ، يكون حقل الجاذبية منتظما في منطقة محدودة من الفضاء والمحيطة بالأرض (له نفس القيمة والشدة والمنحى)

3.1 السقوط الشاقولي لجسم في الهواء :يخضع الجسم أثناء سقوطه لتأثير :

- قوة ثقله $\vec{p}$ حيث $p = mg$
- تأثير الهواء المتمثل في قوتين:

a. قوة دافعة أرخميدس : $\vec{\Pi}$

- دافعة أرخميدس:

هي قوة يؤثر بها المائع (الهواء او السائل) على الجسم وتكون عكس جهة قوة الثقل وتساوي ثقل المائع المزاح $\Pi = m_0 g$ حيث: $m_0 = \rho V$ كتلة المائع

ρ :الكتلة الحجمية للمائع، V :حجم المائع المزاح

b- قوة الاحتكاك مع الهواء: يخضع الجسم في المائع لقوة $\vec{f}$ شاقولية وتعاكس الحركة لها نفس منحى $\vec{v}$ ، تزداد قيمتها بزيادة سرعة الجسم .

- تكون $\vec{f}$ دالة خطية في السرعة من أجل السرعات الصغيرة وقيمتها $f = kv$ ، k :معامل الاحتكاك

- تكون دالة في v^n عندما تكون السرعة كبيرة وقيمتها: $f = kv^n$

4.1 المعادلة التفاضلية لحركة السقوط :

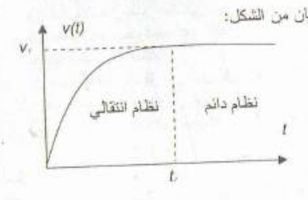
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على جسم يسقط في الهواء بدون سرعة ابتدائية $t = 0$ في مرجع غاليلي مرتبط بالأرض: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\Pi = m_0 g$ دافعة أرخميدس، m_0 كتلة المائع المزاح

$$\frac{dv}{dt} = g\left(\frac{m-m_0}{m}\right) - \frac{1}{m}f(v) \quad .....(1)$$

حلها: $v(t) = \frac{(m-m_0)}{K}g\left(1 - e - \frac{K}{m}t\right)$

وبمتابعة تغيرات v بدلالة الزمن نحصل عل بيان من الشكل:



$f(v) = kv^n$ قوة احتكاك المائع

$$\frac{dv}{dt} = g\left(\frac{m-m_0}{m}\right) - \frac{K}{m}v^N$$

ومنه : $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v^n = g\left(\frac{m-m_0}{m}\right)$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى بمعاملات ثابتة وبطرف ثان : $\frac{dv}{dt} + Bv^n = A$

حيث: $A = g\left(\frac{m-m_0}{m}\right)$ و $B = \frac{K}{m}$

ن المنحنى $v(t) = f(t)$: تؤول قيمة سرعة مركز عطالة الجسم إلى قيمة حدية ثابتة تسمى لسرعة **الحدية** v_l ، تبلغ السرعة الحدية عندما ينعدم التسارع $dv/dt = 0$ ومنه: $Bv_l^n = A$

$v_l = \left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{1}{n}}$ ومن أجل السرعات الصغيرة من رتبة $n = 1$ فإن: $v_l = \frac{A}{B} = \left(\frac{m-m_0}{m}\right)g \times \frac{m}{k}$

ومنه: $v_l = \left(\frac{m-m_0}{k}\right)g$

نظامين الإنتقالي والدائم

ل ترك الكرة تكون محصلة القوى المؤثرة ليها معدومة وبعد تركها في اللحظة $t = 0$ صبح مجموع القوى المؤثرة عليها غير معدوم زداد سرعتها فتسمى هذه المرحلة بالنظام نتقالي ثم تتطور بعد ذلك حركة الكرة إلى ام دائم حيث تصبح محصلة القوى معدومة جديد وبالتالي تثبت سرعة الكرة .

سارع الإبتدائي $\vec{a_0}$:

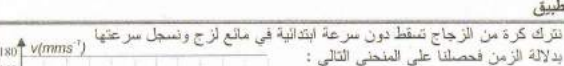
ي اللحظة $t = 0$ و $f(v = 0) = 0$

ن المعادلة التفاضلية (1)

$$\frac{dv}{dt} = \left(\frac{m-m_0}{m}\right)g = a_0$$

ن المميز للحركة: يرسم المماس للمنحى في المبدأ يمثل $v(t)$ ويكتب $v = a_0 t$ يقطع الخط ارب المعرف ب: $v = v_l$ عند نقطة فاصلتها τ تسمى الزمن المميز للحركة ومنه: $v_l = a_0 \tau$

تطبيق



نترك كرة من الزجاج تسقط دون سرعة ابتدائية في مائع لزج ونسجل سرعتها بدلالة الزمن فحصلنا على المنحنى التالي :

1. ماذا يمكن قوله عن تطور السرعة بدلالة الزمن؟
2. بين أنه بالإمكان تمييز نظامين للحركة، سم كل نظام وعين حدودهما على البيان ، استنتج قيمة السرعة الحدية .
3. هل مبدأ العطالة محقق من أجل كل نظام؟
4. عرف واستنتج قيمة الزمن المميز للحركة
5. أحسب التسارع الابتدائي للحركة .

الحل

1- نلاحظ أن السرعة تزداد تدريجيا إلى أن تبلغ القيمة الحدية .

2- نميز على المنحنى نظامين:

نظام انتقالي: من $0 \rightarrow 20s$ تزداد خلالها السرعة

نظام دائم ابتداء من $t = 20s$ والتي تكون خلالها السرعة ثابتة: السرعة الحدية $v_l = 150mms^{-1}$

3- يتحقق مبدأ العطالة عندما تكون الحركة مستقيمة منتظمة وهذا يكون في النظام الدائم حيث $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ أما بالنسبة للنظام الانتقالي $\sum \vec{F}_{ext} \neq \vec{0}$ مبدأ العطالة غير محقق فيه .

4- الزمن المميز :هو الزمن الذي يوافق نقطة تقاطع المماس عند المبدأ مع الخط المقارب الأفقي للمنحنى قيمته من البيان $\tau = 4s$

5. التسارع الابتدائي a_0 لدينا $v_l = a_0\tau$ ومنه: $a_0 = \frac{v_l}{\tau} = \frac{150.10^{-3}}{4} = 37.5.10^{-3}ms^{-2}$

2. السقوط الحر الشاقولي لجسم

1.2. تعريف السقوط الحر

من المعادلة التفاضلية لحركة سقوط جسم في مائع (هواء أوسائل) $m\frac{dv}{dt} = mg - \Pi - f(v)$.

إذا كان المائع هواء وكانت **دافعة أرخميدس وقوة الاحتكاك مهملتين** أمام قوة الثقل تأخذ المعادلة التفاضلية الشكل: $m\frac{dv}{dt} = mg$

أي أن الجسم يخضع لقوة ثقله فقط ندعو هذه الحالة **بالسقوط الحر للجسم.**

2.2. المعادلة التفاضلية للحركة :

نرفق بحركة الجسم الذي يسقط سقوطا حرا معلما غاليليا $(o.\vec{i}.\vec{j}.\vec{k})$ حيث $(o.\vec{k})$ شاقولي موجه نحو الأعلى.

(Z، $\vec{v}_{0z}$، t=0 , Z=Z₀، $\vec{g}$، $\vec{p}$، $\vec{k}$، O، x، y)

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة الجسم : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{g}$

ومنه: $m\vec{a} = m\vec{g} \rightarrow \vec{a} =$ ... ومنه $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$ $\frac{dv_z}{dt} = -g$ معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى.

3. حلول المعادلة التفاضلية

- إحداثيات شعاع السرعة :

...عادلة التفاضلية $\frac{dv_z}{dt} = -g$ حل هو : $v_z(t) = gt + v_{0z}$

...ث v_{0z} السرعة الإبتدائية للجسم

$v_z(t)$ دالة تآلفية في الزمن تمثل بيانيا بخط مستقيم معامل توجيهه (ميله) هو g

$v_{0z} > 0$ قذف شاقولي نحو الأعلى

$v_{0z} < 0$ قذف شاقولي نحو الأسفل

(Vz ، $v_{0z} > 0$ ، t ، $v_{0z} = 0$)

...اثيات شعاع السرعة $\vec{v}_z(t)\begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = 0 \\ v_z = -gt + v_{0z} \end{cases}$

...عادلات الزمنية للحركة :

... $v_z(t) = \frac{dz}{dt}(t)$ ومنه $\frac{dz}{dt} = -gt + v_{0z}$ معادلة تفاضلية تعطي حلا من الشكل:

$$Z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t + Z_0$$

(z(t) ، Z_0 ، t)

...يمثل القيمة الابتدائية لـ Z (الفاصلة الابتدائية)

...ر $Z(t)$ بدلالة الزمن هو جزء من قطع مكافئ

...ـ نحو الأعلى ————

...ـ نحو الأسفل --------

...كان : $Z_0 = 0$ و $v_{0z} = 0$ فإن : $Z = -\frac{1}{2}gt^2$

...ثيات المتحرك في المعلم $(o.\vec{i}.\vec{j}.\vec{k})$: $\overrightarrow{OM}(t)\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ Z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t + Z_0 \end{cases}$

تمارين

...ن 1

... بصحيح أو خطأ.

...تؤثر دافعة أرخميدس على جسم مغمور كليا في نفس المائع نستنتج بأن هذه القوة تساوي ...قل المائع المزاح .

...قيمة شعاع التسارع الأرضي لمركز عطالة كرة حديدية كتلتها $m = 1kg$ هي نفسها لكرة ... من الزجاج كتلتها $m = 30g$.

...جسمان لهما نفس الحجم مغموران كليا في نفس المائع تكون دافعة أرخميدس أكبر بالنسبة ...

d – في حالة السقوط الحر لكرة حديدية في الغليسرين التسارع الابتدائي للكرة معدوم.
e – نقذف جسما شاقوليا نحو الأعلى بسرعة ابتدائية $\vec{v_0}$،في نموذج سقوط الحر الاحداثي الشاقولي على $(O,\vec{K})$ الموجه نحو الأعلى عبارته من الشكل $V_z = gt + V_0$

الحل

a) ← صحيح ، b ← صحيح ، c ← خطأ ، d ← خطأ ، e ← خطأ ،

تمرين2 QCM

يوافق كل سؤال إجابة أو عدة إجابة صحيحة أو لا إجابة صحيحة

1 ــ يكون في النظام الدائم (المقارب) للسقوط الشاقولي لجسم في المائع

a –شعاع السرعة لمركز عطالة الجسم G ثابت

b –شعاع التسارع ثابت وغير معدوم

c –المجموع الشعاعي للقوى الخارجية (المحصلة)المؤثرة على الجسم معدومة

2 ــ يقذف جسم نحو الأعلى وفق المحور $(O,\vec{k})$ الموجه نحو الأعلى v_z إحداثي شعاع سرعة مركز عطالة الجسم G و z إحداثي G لتكن المنحنيات الأربعة التالية:

A- v_z تمثل بالمنحنى d,c,b,a.

B- z تمثل بالمنحنى d,c,b,a.

3 ــ نعتبر السقوط الشاقولي لكرة الطاولة في الهواء ، لتكن v_l السرعة الحدية وقوة احتكاك الهواء بالكرة تساوي kv_l^2 ، بإهمال دافعة أرخميدس فإن الثابت k يساوي
a- m/v_l^2 b- mg/v_l^2 c- g/v_l^2 حيث m كتلة الكرة.

4 ــ كرة الطاولة حجمها V وكتلتها m نبقيها مغمورة في الماء ، كتلتها الحجمية ρ ، نترك الكرة تصعد إلى سطح الماء. عند لحظة ترك الكرة فإن تسارع مركز عطالتها G هو:
a- g b- $\rho Vg/m$ c- $(m-\rho V)/m$. d- $(m-\rho V)g/m$ e- $(\rho V-m)g/m$

الحل

1) a، c ← صحيحين ، 2) v_z تمثل بالمنحنى b ، z تمثل بالمنحنى c
3) b- mg/v_l^2 ، 4) e- $(\rho V-m)g/m$

تمرين3

يقذف جسم نحو الأعلى بسرعة $20ms^{-1}$ عند $t = 0$. بإهمال تأثير الهواء .
1 ــ أحسب سرعة الجسم بعد 1s. 2 ــ أحسب لحظة الوصول إلى أقصى ارتفاع
3 ــ أحسب سرعة الجسم في اللحظة $t = 3s$ الاستنتاج. $g = 10ms^{-2}$

الحل

1 ــ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ بالاسقاط على $(O\vec{k})$ الموجه نحو الأعلى:
$ma = -mg$ ومنه: $a = \frac{dv}{dt} = -g$ معادلة تفاضلية حلها يكون من الشكل:
$v = -gt + v_0$ عند $t = 0$ فإن : $v = v_0 = 20m/s$
ومنه المعادلة الزمنية : $v = -gt + v_0 = -10t + 20$
عند $t = 1s$ فإن : $v(1) = -10(1) + 20 = 10ms^{-1}$

2 ــ لحظة الوصول إلى أقصى ارتفاع : عند أقصى ارتفاع $v = 0$
: $0 = -10t + 20 \rightarrow t = 2s$

3 ــ سرعة الجسم في اللحظة $t = 3s$: $v(3) = -10(3) + 20 = -10ms^{-1}$

الاستنتاج : الإشارة (–) تدل على أن اتجاه حركة الكرة بعكس اتجاه المحور $(O\vec{k})$

تمرين4

... كانت الكتلة الحجمية للزيت $888kgm^{-3}$ ... نصف قطرها $r = 2cm$ مغمورة في ... أحسب قيمة دافعة أرخميدس المؤثرة على ...
2 ــ إذا كانت كتلة الكرة $261g$ أحسب التسارع الابتدائي لمركز عطالة الكرة أثناء سقوطها دون سرعة ابتدائية.

... حساب قيمة دافعة أرخميدس: دافعة أرخميدس تساوي ثقل السائل المزاح:
$$\Pi = \rho Vg = \frac{4}{3}\pi r^3 g\rho = 1.33 \times 3.14 \times (2.10^{-2})^3 \times 888 \times 10 = \ldots$$

... حساب التسارع الابتدائي: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:
$\sum \vec{F}_{ext} = \ldots$ ومنه: $\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\vec{a}$ بالاسقاط على $(O\vec{k})$
$mg - \Pi - f = \ldots$ ومنه: $mg - \rho Vg - f(v) = ma = m\frac{dv}{dt}$
$\frac{dv}{dt} = g - \frac{\rho Vg}{m} - \frac{f(v)}{m}$ معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى
$(t = 0)$ فإن : $v = 0$ ومنه: $f(v) = 0$ وبالتالي
$$\frac{dv}{dt} = a_0 = g - \frac{\rho Vg}{m} = 10 - \frac{0.3}{0.261} = 8.85\ldots$$

تمرين5

... السرعة الحدية لكرة من الفولاذ تسقط في ... القيمة $30cms^{-1}$ وقيمة تسارعها ... $a_0 = 8.97ms^{2}$
1 ــ مثل شكل منحنى تغير السرعة $v(t)$.
2 ــ عرف الزمن المميز للسقوط τ ، ماذا يمثل فيزيائيا ؟
3 ــ أحسب قيمة τ

... تمثيل شكل منحنى تغير السرعة $v(t)$:
... تعريف الزمن المميز للسقوط τ:
... الزمن الموافق لتقاطع المماس للمنحنى في ... مع الخط المقارب
... فيزيائيا : يعطي رتبة مقدار المدة ... للنظام الانتقالي
... حساب قيمة τ: لدينا : $v_l = a_0\tau$ ومنه:
$\tau = v_l / a_0 = 0.3 / 8.97 = 3.34 \times \ldots$

... عبارة حقل الجاذبية $\vec{g}$ الناتج عن الأرض مركزها O نصف قطرها R_T كتلتها M_T في ...

ـــ لحظة الوصول إلى أقصى ارتفاع : عند أقصى ارتفاع $v = 0$

نه: $0 = -10t + 20 \rightarrow t = 2s$

ـــ سرعة الجسم في اللحظة $t = 3s$: $v(3) = -10(3) + 20 = -10ms^{-1}$

ستنتاج : الإشارة (−) تدل على أن اتجاه حركة الكرة بعكس اتجاه المحور $(O\vec{k})$

رين4

كانت الكتلة الحجمية للزيت $888kgm^{-3}$ 2 ـــ إذا كانت كتلة الكرة $261g$ أحسب

ـــ أحسب قيمة دافعة أرخميدس المؤثرة على التسارع الابتدائي لمركز عطالة الكرة اثناء

ة نصف قطرها $r = 2cm$ مغمورة في سقوطها دون سرعة ابتدائية.

يت

ل

ـــ حساب قيمة دافعة أرخميدس: دافعة أرخميدس تساوي ثقل السائل المزاح:

$$\Pi = \rho Vg = \frac{4}{3}\pi r^3 g\rho = 1.33 \times 3.14 \times (2.10^{-2})^3 \times 888 \times 10 = 0.3$$

ـــ حساب التسارع الابتدائي: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

ومنه: $\sum \vec{F}_{ext} = m$ ... $\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\vec{a}$ بالاسقاط على $(O\vec{k})$

$mg - \Pi - f = m$ ... **ومنه:** $mg - \rho Vg - f(v) = ma = m\frac{dv}{dt}$

ه: $\frac{dv}{dt} = g - \frac{\rho Vg}{m} - \frac{f(v)}{m}$ **معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى**

$(t = 0)$ **فإن :** $v = 0$ **ومنه:** $f(v) = 0$ **وبالتالي**

$$\frac{dv}{dt} = a_0 = g - \frac{\rho Vg}{m} = 10 - \frac{0.3}{0.261} = 8.85m$$

ين5

السرعة الحدية لكرة من الفولاذ تسقط في 1 ـــ مثل شكل منحنى تغير السرعة $v(t)$.

ت القيمة $30cms^{-1}$ وقيمة تسارعها 2 ـــ عرف الزمن المميز للسقوط τ ، ماذا

دائي $a_0 = 8.97ms^2$ يمثل فيزيائيا ؟

3 ـــ أحسب قيمة τ

ـ تمثيل شكل منحنى تغير السرعة $v(t)$:

ـ تعريف الزمن المميز للسقوط τ:

الزمن الموافق لتقاطع المماس للمنحنى في

ا مع الخط المقارب

فيزيائيا : يعطي رتبة مقدار المدة

ية للنظام الانتقالي

حساب قيمة τ : لدينا : $v_l = a_0\tau$ ومنه:

$\tau = v_l / a_0 = 0.3 / 8.97 = 3.34 \times 10$

ن6

اعط عبارة حقل الجاذبية $\vec{g}$ الناتج عن الأرض مركزها O نصف قطرها R_T كتلتها M_T في

الحل

1 ـــ تحديد جهة المحور $(O,\vec{k})$: بما أن السرعة تتزايد فإن القذف يكون شاقوليا نحو الأسفل

2 ـــ قيمة السرعة الابتدائية : من البيان الأول فإن : $v = 5.8ms^{-1}$

3 ـــ a - حركة مركز العطالة G متسارعة : لأن بيان السرعة معادلته من الشكل: $v = at + v_0$

حساب قيمة التسارع: $a = \Delta v / \Delta t = (15.8 - 5.8)/(1-0) = 10ms^{-2}$

b- يمكن إعتبار سقوط الكرة حرا لأن $a \approx g = 10m/s^2$

4 ـــ a- المنحنى الذي يوافق الإحداثي z هو المنحنى A لأن المسافة المقطوعة عند اللحظة $t = 1s$ تساوي $10.4m$ وتساوي المساحة المحصور بين مخطط السرعة ومحور الزمن.

b- تم اختيار مبدأ $(O,\vec{k})$ عند $z = 0$.

تمرين8

يمثل الشكل المقابل التصوير الفوتوغرافي لسقوط كرة في الغليسرول حيث الزمن الفاصل بين صورتين متتاليتين $t = 50ms$.

نحدد أوضاع مركز عطالة الكرة انطلاقا من المبدأ O

الوضع	h(cm)
G_1	8.0
G_2	7.7
G_3	7.2
G_4	6.5
G_5	5.8
G_6	5.1
G_7	4.4
G_8	3.7
G_9	3.0
G_{10}	2.3

1 -إذا كانت $\vec{v_G}$ هي سرعة مركز عطالة الكرة على المحور Oz الموجه نحو الأسفل. أكمل الجدول التالي وارسم البيان $v = f(t)$:

الوضع	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6	G_7	G_8	G_9	G_{10}
v(m/s)										

2-حدد النظامين المتتاليين المميزين لهذه الحركة

3-حدد السرعة الحدية v_G للكرة.

الحل

1-إكمال الجدول :بتطبيق العلاقة : $v_n = \frac{h_{n-1} - h_{n+1}}{2\tau}$

مثال : $v_{G5} = \frac{h_4 - h_6}{2\tau} = 0.14ms^{-1}$

الوضع	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5
v(m/s)	0	0.08	0.12	0.14	0.14
الوضع	G_6	G_7	G_8	G_9	G_{10}
v(m/s)	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14

2 ـ من البيان نستنتج :النظام الانتقالي يبدأ من $t = 0$ إلى $t = 4\tau = 200ms$ $t = 0$

النظام الدائم يبدأ من اللحظة : $t \geq 4\tau$. السرعة الحدية $v_{Gl} = 0.14ms^{-1}$.

تمرين9

تسقط كرة معدنية شاقوليا بسرعة ثابتة $v = 0.24ms^{-1}$ في الغليسرول

a-أحسب قيمة دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ المطبقة من طرف السائل عل الكرة.

b-أحسب معامل اللزوجة η للسائل .

المعطيات :قوة الاحتكاك المطبقة من طرف السائل $\vec{F} = 6\pi\eta R\vec{v}$

الكتلة الحجمية للغليسرول $f_g = 1.3.10^3 kgm^{-3}$

كتلة الكرة $m = 4.1g$ ،نصف قطرها $R = 5mn$ وحجمها $V = 5.2.10^{-7}m^3$ ، $g = 9.8ms^{-2}$

الحل

a ــ حساب قيمة دافعة أرخميدس: $\Pi = \rho Vg = 1.3.10^3 \times 5.2.10^{-7} \times 9.8 = 6.8.10^{-3}N$

b - حساب معامل اللزوجة η

بما أن حركة الكرة مستقيمة منتظمة نطبق القانون الأول لنيوتن

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} \rightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{\Pi} + \vec{0}$$

بالإسقاط على (oz) الموجه نحو الأسفل $mg - \Pi - F = 0 \rightarrow mg - 6\pi\eta Rv - \rho V_G = 0$

$$\eta = \frac{mg - \rho Vg}{6\pi Rv} = \frac{4.1\times10^{-3}9.8 - 1.3\times10^3 5.2\times10^{-7}\times9.8}{6\times3.14\times5.10^{-3}\times0.24} = 1.5kgs^{-1}m^{-1}$$

تمرين10

ندرس في الهواء سقوط قطرة ماء ذات شكل كروي.

1 – أحسب كتلة وثقل القطرة

2 – أحسب قيمة دافعة أرخميدس π المطبقة من طرف الهواء على القطرة وقارنها مع ثقل القطرة الاستنتاج.

3 – يؤثر الهواء بقوة احتكاك على القطرة عبارتها $\vec{F} = -k\vec{v}$

أحسب قيمة هذه القوة من أجل $v = 10ms^{-1}$ ، هل يمكن إهمال هذه القوة أمام قوة ثقل القطرة ؟

4 – نسمي القيمة الجبرية لشعاع السرعة $\vec{v}$ وفق المحور الشاقولي (OZ) الموجه نحو الأسفل اكتب المعادلة التفاضلية المحققة لــ v.

5 – استنتج من هذه المعادلة التفاضلية علاقة وقيمة السرعة الحدية v_l للقطرة ، عندما يتم بلوغ النظام المقارب.

6 – كيف تتغير السرعة الحدية عندما يتضاعف قطر القطرة ؟

المعطيات : $\rho_{air} = 1.3kgm^{-3}, \rho_{eau} = 10^3 kgm^{-3}, \eta_{air} = 1.8.10^{-5} kgs^{-1}m^{-1}$

معامل احتكاك القطرة بالهواء : $k = 6\pi\eta R$ ، نصف قطر القطرة: $R = 0.5mm$

و $g = 9.8ms^{-1}$

الحل

1 – حساب كتلة و ثقل القطرة : لدينا:

$$m = \rho V = \rho\frac{4}{3}\pi R^3 = 10^3 \times 1.33 \times 3.14(0.5.10^{-3})^3 = 5.2.10^{-7}kg$$

$$P = mg = 5.2.10^{-7} \times 9.8 = 5.12.10^{-6}N$$

2 ــ حساب دافعة أرخميدس: $\Pi = \rho_{air} \times V g = \frac{4}{3}\pi.R^3\rho_{air} = 6.7\times10^{-9}N$

المقارنة: $P / \Pi = 5.12.10^{-6} / 6.7.10^{-9} = 761$

وبالتالي يمكن إهمال دافعة أرخميدس أمام قوة الثقل.

3 – حساب قوة احتكاك F ومقارنتها بقوة الثقل:

$$F = 6\pi\eta Rv = 6\times3.14\times1.8.10^{-5}\times5.10^{-4}\times10 = 1.7\times10^{-6}N$$

ارنة: $P / F = 5.12.10^{-6} / 1.7.10^{-6} = 3$ وبالتالي لايمكن إهمال F أمام P

ــ كتابة المعادلة التفاضلية المحققة لــ v :

بيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة القطرة:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \rightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{\Pi} = m\vec{a}$$

سقاط على $\overrightarrow{Oz}$ الموجه نحو الأسفل:

$$mg - F = m\frac{dv}{dt} \rightarrow mg - 6\pi\eta Rv = m\frac{dv}{dt}$$

ي المعادلة التفاضلية المحققة لــ v.

ــ عبارة وقيمة السرعة الحدية: عند بلوغ النظام الدائم $dv / dt = 0$

ه: $mg - 6\pi\eta Rv = 0 \leftarrow v_l = mg / 6\pi\eta R = 5.1.10^{-6} / 1.7\times10^{-7} = 30ms^{-1}$

– كيفية تغير السرعة الحدية عندما يتضاعف قطر القطرة : لدينا: $R' = 2R$ ومنه:

$V' = (4/3)\pi(2R)^3 = 8$ ومنه: $m' = 8m$ وتصبح سرعة القطرة:

$$v_l' = m'g / 6\pi\eta R' = 8mg / 6\pi\eta 2R = 4v_l = 120ms$$

رين 11

ك كرة من النقطة O بدون سرعة ابتدائية في اللحظة $t_0 = 0$ ندرس حركتها في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j},$ المحور $(\overrightarrow{Oz})$ موجه نحو الأسفل ، الشكل المقابل يمثل تغيرات سرعة مركز عطالة رة بدلالة الزمن

– أرسم على نفس الشكل البيان الذي نحصل ه إذا كانت الكرة تسقط سقوطا حرا .

– أثبت أن دافعة أرخميدس مهملة أما ثقل الكرة

– علاقة قوة الاحتكاك هي: $F = \frac{C_x f_a S v^2}{2}$

ب المعادلة التفاضلية المحققة لــ v

– استنتج من المعادلة التفاضلية

لاقة ثم قيمة v_l السرعة الحدية للكرة

– كرتان لهما نفس الحجم لكن كتلتاهما مختلفتين هل تبلغان نفس السرعة الحدية ؟

كان الجواب بالنفي ما هي الكرة التي تكون سرعتها الحدية أكبر؟

عطيات : الكتلة الحجمية للهواء $\rho_a = 1.3kgm^{-3}$ ، كتلة الكرة $m = 58g$ ، نصف قطر الكرة $R = 3.4c$ مقطع الكرة $s = \pi R^2$ ، معامل شكل الكرة $C_x = 0.44$ ، $g = 9.8ms^{-2}$,

ل

ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ أي : $m\vec{g} = m\vec{a}$

لاسقاط على $(\overrightarrow{Oz})$: $\frac{dv}{dt} = a = g$

ادلة تفاضلية حلها من الشكل : $v = gt + c$

د اللحظة $t = 0$ فإن: $v = c = 0$

نه: $v = gt$ ويكون البيان خط مستقيم يمر المبدأ ومماس للمنحي الأول.

b – إثبات أن دافعة أرخميدس مهملة أمام ثقل الكرة: لدينا: $P = mg = 0.058 \times 9.8 = 0.57N$

$$\Pi = \rho_a V g = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_a g = 1.33 \times 3.14(3.4.10^{-2})^3 1.3 \times 9.8 = 2.1.10^{-5}N$$

$p >> \Pi$ إذن دافعة أرخميدس مهملة أمام قوة الثقل.

c – كتابة المعادلة التفاضلية المحققة لـ v: بتطبيق المبدأ الثاني لنيوتن :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ أي أن: $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$ بالاسقاط على $(\overrightarrow{Oz})$:

$mg - F = ma \rightarrow mg - \frac{C_x \rho_a S}{2} v^2 = m\frac{dv}{dt}$ ومنه: $g - \frac{C_x \rho_a S}{2m} v^2 = \frac{dv}{dt}$

وهي المعادلة التفاضلية المحققة لـ v .

d - استنتاج علاقة ثم v_l وحساب قيمتها: عند بلوغ النظام الدائم فإن $dv/dt = 0$ ومنه:

$g - \frac{C_x \rho_a S}{2m} v^2 = 0$ ومنه : $\boxed{v_l = \sqrt{\frac{2gm}{C_x \rho_a S}}}$ وقيمتها:

$$v_l = \sqrt{\frac{2gm}{C_x \rho_a S}} = \sqrt{\frac{2 \times 9.8 \times 0.058}{0.44 \times 1.3 \times 3.14(3.4.10^{-2})^2}} \approx 23.4ms^{-1}$$

e - الكرتان المختلفتان في الكتلة لا تبلغان نفس السرعة الحدية v_l لأنها تتناسب طردا مع $\sqrt{m}$ لذا فالكرة التي تكون كتلتها أكبر تكون لها سرعة حدية أكبر.

تمرين 12

يتكون البرد في السحاب المسمى (ركام ــ مكفهر) والذي يقع بين الارتفاعين $1000m$ و$10000m$

حيث درجة الحرارة جد منخفضة ، تصل إلى $-40°C$.

تسقط حبة البرد عندما لاتستطيع البقاء في السحاب. عند وصولها إلى الأرض يمكن لسرعتها أن تصل إلى $160km/h$ ، ندرس حبة برد كتلتها $13g$ والتي تسقط بدون سرعة ابتدائية من نقطة O ارتفاعها $1500m$ يمكن اعتبار قطعة البرد كرة قطرها $3.0cm$.

نأخذ النقطة O كمبدأ للمحور Oz الموجه نحو الأسفل .

نعتبر أن قيمة الجاذبية الأرضية ثابتة وتساوي $g_0 = 9.8ms^{-2}$

المعطيات : عبارة حجم الكرة : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ، الكتلة الحجمية للهواء : $\rho = 1.3kgm^{-3}$

1 ــ السقوط الحر:

نعتبر أن البرد يسقط سقوطا حرا.

a- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حدد المعادلات الزمنية التي تعطي سرعة مركز العطالة G حبة البرد بدلالة مدة السقوط t .

b- أحسب قيمة السرعة عند وصول حبة البرد إلى الأرض . هل يمكن أن تكون هذه النتيجة مقبولة ؟ برر إجابتك.

2 ــ السقوط الحقيقي:

في الحقيقة تخضع حبة البرد لقوتين ، دافعة أرخميدس $\vec{F}$ وقوة احتكاك المائع $\vec{f}$ المتناسبة مع مربع السرعة بحيث : $f = kv^2$.

a- باستعمال تحليل الأبعاد ، حدد وحدة المعامل k في النظام الدولي .

b- أعط عبارة قيمة دافعة أرخميدس، ثم أحسب قيمتها وقارنها مع قيمة الثقل . ماذا تستنتج ؟

3 ــ نهمل دافعة أرخميدس:

a- أوجد المعادلة التفاضلية للحركة . بين أنه يمكن كتابتها على الشكل : $\frac{dv}{dt} = A - Bv^2$

b- أعط العبارة الحرفية للسرعة الحدية التي [تب]لغها قطعة البرد وذلك بدلالة A و B ثم أحسب [قي]متها العددية علما أن : $B = 1.56 \times 10^{-2} SI$

c- يعطى منحنى تغير السرعة بدلالة الزمن [و]فق البيان ، اوجد بيانيا قيمة السرعة التي [ت]م حسابها في الفقرة السابقة

d- حدد الزمن المميز للحركة

[e-] استنتج قيمة التسارع الابتدائي للحركة .

[ال]حل:

[1] / السقوط الحر:

[a]- المعادلات الزمنية : بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ أي : $m\vec{g} = m\vec{a}$

[بالا]سقاط على $(\overrightarrow{Oz})$: $dv/dt = a = g$ معادلة تفاضلية حلها من الشكل : $v = gt + c$

[عن]د اللحظة $t = 0$ فإن: $v = c = 0$ ومنه: $\boxed{v = gt}$ ومعادلة المسافة: $z = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + z_0$

[م]ن الشروط الابتدائية : عند اللحظة $t = 0$ فإن: $z_0 = 0$ ، $v_0 = 0$ ومنه: $\boxed{z = \frac{1}{2}gt^2}$

[b]- من العلاقتين $v = gt$ و$z = \frac{1}{2}gt^2$ فإن: $v^2 = 2gz$

$$v^2 = 2gz \rightarrow v = \sqrt{2gz} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 1500} = 171.4m/s = 617.3km/[h]$$

[ه]ذه النتيجة غير مقبولة لأنها أكبر بكثير من القيمة العطاة في النص وهي $160km/h$ [و]منه فإن نموذج السقوط الحر غير صالح في هذه الحالة.

[2] / السقوط الحقيقي :

[a]- تحديد بعد ووحدة المعامل k : لدينا : $f = kv^2$ ومنه: $k = \frac{f}{v^2}$

$[k] = \frac{[f]}{[v^2]} = \frac{[ma]}{[v]^2} = \frac{[MLT^{-2}]}{[L^2T^{-2}]} = \frac{[M]}{[L]} = ML[^{-1}]$ إذن وحدة k هي : kg/m

[b] - عبارة دافعة أرخميدس: $\Pi = \rho_a V g = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_a g$

[قي]متها: $\Pi = \rho_a V g = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_a g = 1.33 \times 3.14(1.5.10^{-2})^3 1.3 \times 9.8 = 1.8 \times 10^{-4}N$

[ثقل] حبة البرد : $P = mg = 13.10^{-3} \times 9.8 = 0.1274N$

[الم]قارنة $\frac{P}{\Pi}$: $\frac{P}{\Pi} = 0.1274/1.8 \times 10^{-4} = 708$

$P >> \Pi$ نستنتج أن Π مهملة أمام P

[3] - المعادلة التفاضلية للحركة:

تمارين

تمرين 1

اختبر الاجابة أو الاجابات الصحيحة و صحح الخاطئة :

1 – شعاع تسارع مركز عطالة متحرك يسقط سقوطا حرا.

a – لا يتعلق بالشروط بالابتدائية b – يتعلق بكتلة القذيفة c – شاقولي في جميع نقاط المسار.

2 – عندما يقذف جسم نحو الأعلى فعند أقصى ارتفاع :

a – شعاع التسارع g معدوم b – شعاع السرعة معدوم

c – المركبة v_z شعاع السرعة معدومة d – المركبة v_x معدومة .

3– إذا كان $(o \cdot \vec{k})$ شاقولي متجه نحو الأسفل والجسم مقذوف نحو الاعلى فإن مركبة شعاع السرعة v_z

a – $gt + v_0 \sin\alpha$ ، b – $-gt + v_0 \sin\alpha$ ، c – $v_0 \sin\alpha t$ ، d – $gt - v_0 \sin\alpha$

4 – أثناء السقوط الحر للجسم المقذوف نحو الاعلى بسرعة مائلة:

a – شعاع التسارع ثابت ، b – مسقط حركة القذيفة على المحور ox متغيرة بانتظام

c – المعادلة الزمنية للحركة هي $z = f(x)$.

d – المركبة v_x لشعاع السرعة ثابتة و تساوي $v_0 \sin\alpha$

الحل:

1← a – ، c .2 ← c ، 3← a ، 4 ← a

تمرين 2 :

تقذف جسما بسرعة ابتدائية $v_0 = 12.5 ms^{-1}$ بزاوية قذف $\alpha = 33.3°$

1 – احسب مركبتي شعاع السرعة v_x ، v_z في معلم يطلب تحديده .

2. ما هي احداثيات شعاع التسارع في اللحظة $t = 0$ وفي اللحظة t؟

3. أوجد معادلة مسار الجسم يعطى $g = 10 ms^{-2}$

الحل

1. مركبتا شعاع السرعة :

ليكن المعلم $(O, \vec{i}, \vec{k})$ مرتبط بالمرجع الأرضي الذي نعتبره غاليليا حيث الشعاع $\vec{k}$ شاقولي موجه نحو الأعلى.

$$v_x = v_0 \cos\alpha = 12.5 \times 0.74 = 10.44 ms^{-1}$$

$$v_0 \sin\alpha = 12.5 \times 0.55 = 6.86 ms^{-1}$$

2. احداثيات شعاع التسارع في اللحظة $t = 0$:

باعتبار أن الجسم المقذوف يخضع فقط لتأثير قوة ثقله .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن فإن : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a_G} \rightarrow m\vec{g} = m\vec{a_G} \rightarrow \vec{a_G} = \vec{g}$

ومنه: $\vec{a_G} \begin{cases} a_x = \ddot{x} = 0 \\ a_z = \ddot{x} = -g \end{cases}$ مركبتا شعاع التسارع في كل لحظة.

3. إيجاد معادلة المسار: إن الدوال الأصلية لمركبات شعاع التسارع تعطي مركبات شعاع

4. السرعة ومنه: $\vec{v}(t) \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha = 10.44 ms^{-1} \\ v_z = -gt + v_2 \sin\alpha = -10t + 6.86 \end{cases}$

والدوال الأصلية لمركبات شعاع السرعة تعطي مركبات شعاع الموضع أو

عادلات الزمنية للحركة $\vec{OG}(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \cos\alpha t + x_0 = 10.44t ....(1) \\ z(t) = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\alpha t + z_0 = -5t^2 + 6.86t ....(2) \end{cases}$

من (1) ، (2) فإن: $z(x) = -5 \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + x \tan\alpha = -0.046x^2 + 0.66x$

تمرين 3

طى المعادلات الزمنية لحركة قذيفة في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$: $x = 5(\cos 50)t$ و $y = 0$ و

$z = -4.9t^2 + 5(\sin 50)t +$ في جملة الوحدات الدولية يقع $\vec{v_0}$ في المستوي $(\vec{i}, \vec{k})$

_ عبر عن مركبات شعاع السرعة بدلالة الزمن.

_ حدد مركبات شعاع الموضع والسرعة في اللحظة $t = 0$.

_ في أية لحظة يصبح شعاع السرعة أفقيا ؟

_ أحسب قيمة شعاع سرعة القذيفة في اللحظة $t = 0.5s$.

5 _ ما هو أقصى ارتفاع تبلغه مركز عطالة القذيفة ؟

6 _ أحسب فاصلة نقطة سقوط القذيفة على الأرض $z = 0$

الحل :

1 – مركبات شعاع السرعة بدلالة الزمن:

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = dx/dt = 5\cos 50 = 3.2 ms^{-1} \\ v_y = dy/dt = 0 \\ v_z = dz/dt = -9.8t + 5\sin 50 = -9.8t + 3.83 \end{cases}$$

2 – مميزات شعاعي الموضع و شعاع السرعة عند اللحظة $t = 0$

مركبات شعاع الموضع والسرعة

لما $t = 0$ فإن : $\vec{OG_0} \begin{cases} x = x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 3 \end{cases}$ $\vec{v_0} \begin{cases} v_{0x} = 5\cos 50 = 3.2 ms^{-1} \\ v_{0y} = dy/dt = 0 \\ v_{0z} = dz/dt = 5\sin 50 = 3.83 \end{cases}$

3 – اللحظة التي يكون فيها شعاع السرعة أفقيا : لدينا في كل لحظة

$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$ السرعة أفقية يجب أن يكون : $v_z \vec{k} = \vec{0}$

ومنه : $v_z = -9.8t + 3.83 = 0 \rightarrow t = 3.83/9.8 = 0.39s$

4 – حساب قيمة $\vec{v}$ في اللحظة $t = 0.5s$: $\vec{v}(t) = (5\cos 50°)\vec{i} + (-9.8t + 5\sin 50°)\vec{k}$

$$t = 05s \rightarrow v(0.5) = 3.2\vec{i} + (-4.9 + 3.83)\vec{k} = 3.2\vec{i} + 1.07\vec{k}$$

ومنه: $v(05) = \sqrt{(3.2)^2 + (1.07)^2} = \sqrt{10.24 + 1.14} = 3.37 ms^{-1}$

5 – حساب أقصى ارتفاع تصله القذيفة :

لدينا:اللحظة الموافقة لأقصى ارتفاع $t = 0.39s$ و بالتعويض في

$z(t) = -4.9t^2 + 5(\sin 50)t + 3$ (t) فإن: $z = -4.9(0.39)^2 + 5\sin 50°.0.39 + 3 = 3.9m$

6 – حساب فاصلة نقطة سقوط القذيفة على الأرض:

عند ملامسه القذيفة للأرض فإن $z = 0$ ومنه: $-4.9t^2 + 5\sin 50t + 3 = 0$ ومنه:

$t_1 < 0$ مرفوض و $t_2 = 1.3s$ و بالتعويض في عبارة x فإن $x = 5\cos 50.1.3 = 4.1m$

تمرين 4

I– يقذف جسم صلب كتلته $m = 500g$ مركز عطالته G نحو الأعلى على مستو مائل على الأرض بزاوية $\alpha = 30°$ الجسم عند النقطة A يملك طاقة حركية تساوي $26J$ طو ل المستوي المائل

$AB = L = 2m$. يخضع الجسم أثناء حركته لقوة احتكاك معاكسة للحركة قيمتها $f = 10N$.

1 – مثل على الشكل القوى المطبقة على الجسم .

2 – أعط عبارة عمل كل قوة على المسار AB و احسب قيمته.

3 – تأكد من أن الجسم يغادر النقطة B بسرعة $2m/s$.

4 – أحسب قيمة التسارع على طول المسار AB .

5 – أحسب زمن قطع المسافة AB .

شكل1

II – يقوم الجسم بحركة منحنية عندما يغادر المستوي المائل عند النقطة B ، بإهمال قوة احتكاك الهواء، يسمح تجهيز مناسب بالحصول على التسجيلات التالية لمركز عطالة الجسم باعتبار نفس المعلم السابق ، و أيضا على معادلة الحركة $y(t)=-0.5gt^2+v_B\sin\alpha t+L\sin\alpha$

شكل2: $y(m)$ ، $x(m)$ — شكل3: $x(m)$ ، $t(s)$ — شكل4: $v_y(ms^{-1})$ ، $t(s)$

1 – a – ما هي الوثيقة التي تبين أن الحركة تتم على المحور الأفقي بدون تسارع؟

b – أحسب انطلاقا من هذه الوثيقة المركبة v_x لشعاع السرعة وفق (Ox) .

c – أحسب v_x انطلاقا من قيمة السرعة المحسوبة في I – 3 هل النتيجتان متوافقتان ؟

2 – أحسب الارتفاع الذي يصل إليه الجسم عند اللحظة $t = 0.1s$.

ــ حدد النقطة من المسار التي يتواجد فيها المتحرك في هذه اللحظة.

3 ــ كيف تبين أن المستقيم في الشكل (3) يؤكد أن حركة الجسم هي سقوط حر ؟ $g=10ms^{-2}$

الحل :

I – 1 – القوى المؤثرة على الجسم مبينة في الشكل التالي :

2 – عمل القوى المطبقة على الجسم

– عمل قوة الثقل : $W_{A\to B}(\vec{P}) = -mgh = -mgAB\sin\alpha = -5J$

و هو عمل مقاوم

عمل قوة الاحتكاك: $W_{A\to B}(\vec{f}) = -f.AB = -20J$

عمل قوة رد الفعل : $W_{A\to B}(\vec{R_N}) = 0$ لأن : $(\vec{R} \perp \vec{AB})$

3 – التأكد من أن $v_B = 2ms^{-1}$:

بتطبيق العلاقة: الطاقة الابتدائية= العمل + الطاقة النهائية ،

$$E_{cA} + W = E_{cB} \to E_{cB} = E_{cA} + W(\vec{F}) \to$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = E_C + W(\vec{F}) \to v_B^2 = \frac{2E_C}{m} + 2W(\vec{F})/m =$$

$$\to v_B^2 = \frac{2\times 26}{0.5} - \frac{2\times 25}{0.5} = 104 - 100 = 4 \to v_B = 2ms^{-1}$$

4 – حساب قيمة التسارع : بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في مرجع مرتبط بالأرض نعتبره غاليليا.

E_{c1} ، W ، E_{c2}

$$-mg\sin\alpha - f = ma_z \to a_z = -g\sin\alpha - \frac{f}{m} = -10\times 0.5 - 10/0.5 = -25m/$$

– حساب زمن قطع AB : $a_z = -g\sin\alpha - \frac{f}{m} \to \frac{dv_z}{dt} = -g\sin\alpha - \frac{f}{m}$ معادلة تفاضلية حلها

$v_z = (-g\sin\alpha - \frac{f}{m})t + v_0 \to v_z = -25t + v_0$ عند $t = 0$ فإن :

$v_z = v_{0z} = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = \sqrt{\frac{52}{0.5}} = \sqrt{104} = 10.2m$ ومنه: $\boxed{v_z = -25t + 10.2}$

ما يصل الجسم إلى B فإن : $v_{zB} = 2ms^{-1}$ ومنه:

$$2 = -25t + 10.2 \to t_B = 8.2/25 = 0.32$$

ــ 1 – a – الوثيقة التي تبين أن الحركة تتم على المحور الأفقي دون تسارع هي: الشكل3

$x = v_x t$ ومنه: $v_x = cte \leftarrow a_x = 0$.

حساب المركبة v_x : $v_x = \Delta x/\Delta t = 1.05/0.6 = 1.75ms^{-1}$

حساب v_x انطلاقا من قيمة السرعة المحسوبة في I – 3 :

: $v_x = v_B\cos\alpha = 2\cos 30 = 1.73ms^{-1}$ ومنه فالنتيجتان متوافقتان في حدود الأخطاء المرتكبة

– حساب الارتفاع الذي يصل إليه الجسم عند اللحظة $t = 0.1s$: من الشكلين (2) ، (3) فإنه:

$t = 0.1s$ فإن $x = 0.18m$ ومنه: $y = 1.05m$. والنقطة هي $S(0.18,1.05)m$

ــ الشكل (4) يؤكد أن حركة الجسم هي سقوط حر لأن: البيان معادلته: $v_y = a_y t + 1$ حيث a_y

المستقيم : $a_y = \Delta v_y/\Delta t = -1/0.1 = -10ms^{-2} = -g$ فالسقوط حرا.

ين5

ق قذيفة كتلتها $m = 500g$ من سطح الأرض
ون مداها الأعظمي $320m$ نحصل عليه
وية قذف تساوي $45°$ بسرعة ابتدائية v_0 .
a – أستنتج معادلة مسار مركز العطالة G
المعلم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ $\vec{k}$ شاقولي متجه نحو لأعلى.
أحسب v_0 .
ــ القاذف يرغب في وصول قذيفته إلى
ب

يبعد بـــ $150m$ من نقطة القذف.
a – أحسب $\sin 2\alpha$.
b – استنتج زاويتي القذف (α_1, α_2) اللتين تمكنانه من الوصول إلى هذا الهدف..واحسب $\alpha_1 + \alpha_2$.
b – يقع حاجز ارتفاعه $10m$ على بعد $30m$ قبل الهدف ماهي زاوية القذف من بين الزاويتين السابقتين التي تسمح بإصابة الهدف؟

ل

ــ a - استنتاج معادلة المسار :

بيق القانون الثاني لنيوتن: $\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \to m\vec{g} = m\vec{a}_G \to \vec{a}_G = \vec{g}$ بالإسقاط على

$(O;\vec{i},\vec{j},$ فإن: $\vec{a}_G\begin{cases}a_x = 0\\ a_y = 0\\ a_z = -g\end{cases}$ و $\vec{OG}_0\begin{cases}x_0 = 0\\ y_0 = 0\\ z_0 = 0\end{cases}$ وتكون معادلات السرعة

$\vec{v_0}\begin{cases}v_{0x} = v_0\cos\\ v_{0y} = 0\\ v_{0z} = v_0\sin\end{cases}$ ومنه: $\vec{v}(t)\begin{cases}v_x = v_0\cos\alpha\\ v_y = 0\\ v_z = -10t + v_0\sin\alpha\end{cases}$

$\vec a=\vec g$ وبالتالي مركبات التسارع $\vec a\begin{cases}a_x=0\\a_y=0\\a_z=0\end{cases}$ ومنه $\frac{dx}{dt}=0,\ \frac{dv_y}{dt}=0,\ \frac{dv_z}{dt}=-g$ معادلات

تفاضلية حلولها من الشكل $v_x=C_1,\ v_y=C_2,\ v_z=-gt+C_3$.

في اللحظة $t=0$ لدينا $\vec{v_0}=v_0\cos\alpha\,\vec i+v_0\sin\alpha\,\vec k$ ومنه

$$C_1=v_0\cos\alpha,\ C_2=0,\ C_3=v_0\sin\alpha$$

فيكون لدينا $v_x=v_0\cos\alpha,\ v_y=0,\ v_z=-gt+v_0\sin\alpha$ ونكتب عبارة شعاع سرعة G بالعلاقة

$$\vec v=\frac{d\vec{OM}}{dt}=\frac{dx}{dt}\vec i+\frac{dy}{dt}\vec j+\frac{dz}{dt}\vec k \text{ ، } \frac{dx}{dt}=v_0\cos\alpha,\ \frac{dy}{dt}=0,\ \frac{dz}{dt}=-gt+v_0\sin\alpha$$

حلول هذه المعادلات التفاضلية من الشكل:

$x=v_0\cos\alpha t+C'_1,\ y=C'_2,\ z=-\frac{1}{2}gt^2+v_0\sin\alpha t+C'_3$ في اللحظة $t=0$ فإن G كان في

الموضع A ومنه: $x=C'_1=0,\ y=C'_2=0,\ z=C'_3=1{,}80m$ فيكون لدينا

$x=v_0\cos\alpha t,\ y=0,\ z=-\frac{1}{2}gt^2+v_0\sin\alpha t+z_A$ وهي معادلات الحركة.

2. إيجاد معادلة مسار G:

من (1) $t=\frac{x}{v_0\cos\alpha}$ وبالتعويض في (2) فإن $z=-\frac{g}{2\cos\alpha^2v_0^2}x^2+x\tan\alpha+z_A$ ومنه

$z=\frac{-9{,}8x^2}{v_0^2}+x+1{,}80$ معادلة المسار

3. إيجاد قيمة السرعة الابتدائية: عند وصول الكرة إلى الأرض فإن $z=0$ ومنه

$$(x=19{,}8)\quad \frac{-9{,}8\times(19{,}8)^2}{v_0^2}+19{,}8+1{,}80=0\to v_0=\sqrt{\frac{9{,}8\times(19{,}8)^2}{21{,}6}}=13{,}3ms^{-1}$$

تمرين8

يحتوي هذا التمرين 4 إثباتات.

أجب بالنسبة لكل إثبات بصحيح أو خطأ مع تعليل اختيارك بواسطة براهين من الدرس و تعريفات وحساب وأشكال أو تحليل بعدي. كل سؤال غير معلل لاينقط.

نعتبر قذيفة تتحرك في حقل جاذبية منتظم، تنطلق القذيفة التي كتلتها m في اللحظة $t=0$ من نقطة O مبدأ المعلم (O,x,z). يصنع شعاع السرعة الابتدائية $\vec{v_0}$ زاوية α كيفية مع الأفقي، تتم الحركة في المستوي الشاقولي الذي يحتوي المحورين (Ox) و (Oz) حيث $\vec g$ مواز لـ (Oz) نعتبر هذا المعلم غاليليا ونهمل مقاومة الهواء.

1. إثبات: شعاع التسارع $\vec{a_G}$ لمركز العطالة G للقذيفة لا يتعلق بالشروط الابتدائية.
2. إثبات: مسقط مركز العطالة G للقذيفة على المحور $(\overline{Oz})$ مصحوب بحركة مستقيمة منتظمة.
3. إثبات: مسار مركز العطالة G للقذيفة قطع مكافئ مهما كانت الزاوية α.
4. إثبات: في حالة إطلاق القذيفة من ارتفاع H بالنسبة لسطح الأرض بسرعة v_0 أفقية فإن

سلة نقطة السقوط هي $x=v_0\sqrt{\frac{2H}{g}}$. نذكر أنه في اللحظة $t=0$ تكون القذيفة في النقطة O

ذا المعلم

بكالوريا 2004 أمريكا الجنوبية

ل:

ثبات1: صحيح، لأن المقاومات الراجعة للهواء مهملة أي دافعة أرخميدس ومقاومة احتكاك واء فالقذيفة تخضع لقوة الثقل فقط فبتطبيق القانون الثاني لنيوتن فإن:

$\vec a=$ ... $\to m\vec g=m\vec a=\Sigma\vec{F_{ex}}$ ، $a=-g=cte$ مستقل عن الشروط الابتدائية.

ثبات2: خطأ، الحركة ليست منتظمة لأن $a_z\neq0$ ، $\vec a\begin{cases}a_x=0\\a_z=-g\end{cases}$.

ثبات3: خطأ، لأنه عندما تأخذ $\alpha=90^\circ$ يكون المسار مستقيما (OZ).

ثبات4: صحيح لأن $\vec{v_0}$ أفقي، $x=v_0t,\ y=\frac{1}{2}gt^2 \leftarrow y=\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2}$ حيث: $y=H \leftarrow x=v_0\sqrt{\frac{2H}{g}}$.

رين9

لعبة رمي الجلة: تمكن لاعب من تحطيم الرقم القياسي العالمي فها مسافة $D=21{,}69m$ ، ولتسهيل الدراسة نعتبر حركة مركز طالة الكرة فقط ، أراد مدرب لاعب منافس دراسة هذه الرمية ث توفرت لديه المعلومات التالية : تم قذف الكرة من فاع $h=2{,}62m$ بسرعة ابتدائية $v_0=13{,}7ms^{-1}$ انعة مع الأفقي زاوية $\alpha=43^\circ$. تتم الدراسة في معلم (O,x,y) ممثل بالشكل)وبواسطة تجهيز مناسب تمت محاكاة القذف وتم الحصول على المنحنيات الموالية:

منحنى المسار $y=f(x)$ (الشكل2) المنحنيان v_x ، v_y بدلالة الزمن

شكلان 3 ،4) حيث v_x ، v_y مركبتا شعاع السرعة على المحورين (Ox) و (Oz) على الترتيب.

دراسة نتائج المحاكاة:

دراسة الإسقاط الأفقي لحركة مركز عطالة القذيفة: باستخدام الشكل3 حدد:

a. المركبة v_{0x} لسرعة مركز عطالة القذيفة في اللحظة $t=0$.

b. طبيعة حركة مسقط مركز العطالة على المحور (Ox) مع تعليل الإجابة.

c. المركبة v_{sx} لشعاع سرعة مركز العطالة عندما تبلغ القذيفة الذروة S للمسار.

دراسة الشروط الابتدائية للقذف:

a.2 حدد باستعمال الشكل4 المركبة v_{0y} لشعاع السرعة في اللحظة $t=0$.

b.2 تحقق من أن القيم السابقة تتوافق مع زاوية القذف $\alpha=43^\circ$ و $v_0=13{,}7ms^{-1}$ الواردة في

النص

3.1 دراسة شعاع سرعة مركز عطالة القذيفة:

a.3.1 حدد مميزات شعاع سرعة مركز عطالة القذيفة في ذروة المسار.

b.3.1 استنادا إلى نتائج الأسئلة a.1 ، c.1 ، a.2

أرسم شعاعي السرعة $\vec{v_s}$ ، $\vec{v_0}$ لمركز عطالة القذيفة لحظة القذف وعند المرور من ذروة مسار القذيفة على الترتيب. سلم الرسم كيفي.

2 ـ الدراسة النظرية لحركة مركز عطالة القذيفة:

القذيفة كرة حجمها V وكتلتها الحجمية $\rho_b = 7,1\times10^3 kg.m^{-3}$ والكتلة الحجمية للهواء $\rho_a = 1,3 kg.m^{-3}$

1.2 أوجد العبارة الحرفية لدافعة أرخميدس Π التي يؤثر بها الهواء على القذيفة وكذا ثقل القذيفة P وبين أن Π مهملة أمام P.

2.2 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في مرجع أرضي والمعتبر غاليليا حدد تسارع مركز عطالة القذيفة أثناء حركتها (نفرض قوة الاحتكاك مع الهواء مهملة بالنظر للسرعات الضعيفة التي تكتسبها القذيفة).

3.2 في معلم المسافة المعرف في مدخل التمرين بين أن المعادلات الزمنية للحركة يعبر عنها بالشكل: $x(t) = v_0 \cos\alpha t,\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha t + h$

4.2 استنتج معادلة مسار مركز عطالة القذيفة.

3. كيف يمكن تحسين نتيجة اللاعب؟

يريد المدرب أن يعرف العوامل التي يجب أن يعمل عليها لتحسين الرقم القياسي للاعب، هذا الأخير أقصر قامة من بطل العالم حيث الارتفاع الأعظمي لنقطة القذف له هي $h = 2,45m$ ، فقرر المدرب دراسة تأثير السرعة الابتدائية v_0 للقذف وزاوية الرمي α محققا مجموعتين من المحاكاة جمعهما في شبكة من المنحنيات الموافقة للشكلين 5،6.

- في الشكل 5 أبقى زاوية الرمي ثابتة $\alpha = 41$.
- في الشكل 6 أبقى سرعة القذف ثابتة $v_0 = 13.8ms^{-1}$

الشكل5

الشكل6

1.3 انطلاقا من الشكلين 5،6 أطر في الجدول التالي (يعاد مع ورقة الإجابة) الاقتراح الصحيح الذي يعطي مدى القذيفة من أجل: - زاوية α ثابتة - قيمة v_0 ثابتة

الزاوية α ثابتة	السرعة الابتدائية v_0 ثابتة
عندما تزداد v_0 فإن المسافة الأفقية للرمي D:	عندما تزداد α فإن المسافة الأفقية للرمي D:
- تزداد	- تزداد
- تتناقص	- تتناقص
- هي نفسها	- هي نفسها
- تزداد وتمر من قيمة عظمى ثم تتناقص	- تزداد وتمر من قيمة عظمى ثم تتناقص
- تتناقص وتمر من قيمة صغرى ثم تتزايد	- تتناقص وتمر من قيمة صغرى ثم تتزايد

2.3 قارن بين الشكلين 5،6 واستنتج إذا كان من بين الاقتراحات اقتراح مرض لتحطيم الرقم القياسي العالمي. علل إجابتك.

بكالوريا 2004 كاليدونيا الجديدة

الحل :

1 ـ دراسة نتائج المحاكاة :

a.1.1 - من الشكل 3 فإن $V_{0x} = 10m.s^{-1}$

b.1.1 - حركة مسقط مركز عطالة الكرة على (Ox) مستقيمة منتظمة لأن $v_x = v_{0x} = cte = 10m.s^{-1}$

c.1 - سرعة مركز عطالة القذيفة عند ذروة مسار القذيفة هي: $v_s = v_{Sx} = v_{0x} = 10m.s^{-1}$

ن : $v_{sz} = 0$

2 دراسة الشروط الابتدائية للقذف :

a.2 - باستعمال الشكل 4 فإن $v_{0y} = 9.4m.s^{-1}$

b.2 - $v_{0x} = v_0 \cos\alpha = 13.7\times0.73 = 10.02m.s^{-1}$

$v_{0y} = v_0 \sin\alpha = 13.7\times0.68 = 9.34m.s$

$v_0 = \sqrt{v_{0x} + v_{0y}} = \sqrt{10^2 + (9.4)^2} = 13.72m.s$

$\tan\alpha = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{9.4}{10.02} = 0.94 \rightarrow \alpha = 43.2$ هذه النتائج تتوافق مع النتائج الواردة في النص

3 دراسة شعاع السرعة لمركز عطالة الكرة :

a .3 - مميزات شعاع السرعة في ذروة مسار القذيفة (s)

بدأ: النقطة s

نحى (Ox)

هته: جهة (Ox)

ويلته : $v_s = v_{0x} = 10m.s^{-1}$

b.3 - رسم $\vec{v_0}$ ، $\vec{v_s}$ في الشكل المقابل :

- الدراسة النظرية لحركة مركز عطالة الكرة :

1. عبارتا وقيمتا كل من دافعة أرخميدس وقوة الثقل ثم المقارنة بينهما :

فعة أرخميدس =ثقل المائع المزاح $\Pi = \rho_a Vg \leftarrow \Pi = 1.3V.g$

ل الكرة $P = mg \rightarrow m = \rho V \leftarrow P = \rho.V.g = 7.1\times10^3 Vg$

منه : $\frac{\Pi}{P} = \frac{1.3}{7.1\times10^3} = 1.8\times10^{-4}$ وبالتالي فإن : Π صغيرة جدا أمام الثقل يمكن إهمالها .

2. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة الكرة فإن: $\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \rightarrow \vec{p} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\vec{a}$

Π مهملة أمام p ، f :قوى الاحتكاك مع الهواء مهملة ومنه : $\vec{p} = m\vec{a} \rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

3. المعادلات الزمنية للحركة :

ينا $\vec{a} = \vec{g}$ ومنه $\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = g \end{vmatrix}$ و منه : $\vec{v}\begin{vmatrix} a_x = dv_x / dt = 0 \\ a_y = -g = dv_y / dt \end{vmatrix}$

لول هاتين المعادلتين التفاضليتين و باعتبار الشروط الابتدائية فإن : $v_x = cte = v_0 \cos\alpha$

$v_y = -gt + c_2 \rightarrow t = 0 \rightarrow c_2 = v_{0y} = v_0 sin$

$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}\begin{vmatrix} v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \cos \\ v_y = -gt + v_0 \sin \end{vmatrix}$ هاتين المعادلتين التفاضليتين حلهما :

$x = v_0 \cos\alpha t + c_1'$ $\quad y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha t + c_2'$

ي اللحظة $t = 0$ فإن: $x = c_1' = 0$ و $y = c_2' = h$ ومنه : $x = v_0 \cos\alpha t$......(1)

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha t + h$.......(2)

3. معادلة المسار: من (1) $t=\frac{x}{v_0\cos\alpha}$ بالتعويض في (2) فإن:

$$y=-\frac{g}{2\cos^2\alpha v_0^2}x^2+x\tan\alpha+h$$

$$y=-\frac{9.8}{2\cos^2 43\ (13.7)^2}x^2+x\tan 43+2.62$$

ومنه: $y=-0.05x^2+0.93x+2.62$ وهي معادلة المسار.

3- كيف يمكن تحسين الرقم القياسي لــ اللاعب :

1.3 لتحسين الرقم القياسي لــ اللاعبالأقصر قامة من بطل العالم حيث الارتفاع الأعظمي لنقطة قذفه $h=2.45m$ ، لاحظ المدرب بناء على دراسة المنحنيات الواردة في الشكلين5،6 أن أكبر مدى يتوقف على تأثير السرعة الابتدائية v_0 للقذف وزاوية الرمي α فاختار الاقتراحين المؤطرين التاليين:

الزاوية α ثابتة	السرعة الابتدائية v_0 ثابتة
عندما تزداد v_0 فإن المسافة الأفقية للرمي D:	عندما تزداد α فإن المسافة الأفقية للرمي D:
- تزداد	- تزداد
- تتناقص	- تتناقص
- هي نفسها	- هي نفسها
- تزداد وتمر من قيمة عظمى ثم تتناقص	- تزداد وتمر من قيمة عظمى ثم تتناقص
- تتناقص وتمر من قيمة صغرى ثم تتزايد	- تتناقص وتمر من قيمة صغرى ثم تتزايد

بمقارنة الشكلين 6،5 فإن المنحنى الذي يمكن اللاعب من تحطيم الرقم القياسي العالمي هو المنحنى المتقطع في الشكل 5 والذي يوافق السرعة الابتدائية $v_0=14.0ms^{-1}$ وزاوية الرمي $\alpha=41°$.

تمرين 10

ينزلق جسم صلب (S) يمكن اعتباره نقطة مادية كتلته $m=0.05kg$ على مسار ABC يقع في المستوى الشاقولي.

AB قوس من دائرة مركزها (O) ونصف قطرها $R=0.5m$ ، حيث: $\theta=60°$ نعتبر الاحتكاكات مهملة على هذا الجزء.

الجزء BC طريق أفقي طوله $L=BC=1m$ توجد على هذا الجزء قوى احتكاك تكافئ قوة وحيدة معاكسة لجهة حركة (S) نعتبرها ثابتة ونرمز لها بــ $\vec{f}$

ندفع الجسم (S) من النقطة A بسرعة ابتدائية مماسية للمسار عند النقطة A $\|\vec{v_A}\|=12ms^{-1}$.

1/ أحسب القيمة $\|\vec{v_B}\|$ لسرعة الجسم (S) عند النقطة B.

2/ يصل (S) إلى النقطة C بسرعة $\|\vec{v_C}\|=2.5ms^{-1}$ أحسب قيمة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ على المسار BC.

3/ يغادر (S) المسار AB عند النقطة C ليسقط في الهواء ، بإهمال تأثير الهواء على الجسم (S) أكتب معادلة مسار المتحرك في المعلم $(C,\vec{i},\vec{j})$ معتبرا مبدأ الأزمنة لحظة مروره بالنقطة C

4/ في أي لحظة يصل (S) الى الأرض علما أن A ترتفع عن الأرض بــ $H=2m$؟

5/ أحسب المسافة الأفقية $C'D$ حيث D هي النقطة التي يصطدم عندها الجسم (S) بالأرض

يعطى $g=10ms^{-2}$.

الحل:

1/ حساب $\|\vec{v_B}\|$:

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم ــ أرض) :

$E_A+E(\text{مكتسبة})-E(\text{مفقودة})=E_B$

$\frac{1}{2}mv_A^2+mgh)+0-0=\frac{1}{2}mv_B^2$ حيث : $h=R(1-\cos\theta)$

ومنه: $v_B=\sqrt{2gR(1-\cos\theta)+v_A^2}=12.2ms^{-1}$

2/ حساب قوة الاحتكاك $\vec{f}$:

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم - أرض) بين الوضعين B,C

$$\frac{1}{2}mv_B^2+0-f\times L=\frac{1}{2}mv_C^2\rightarrow f=\frac{0.5m(v_B^2-v_C^2)}{L}=\frac{0.5\times0.05\left[(12.2)^2-(2.5)^2\right]}{1}=3.57N$$

3/ كتابة معادلة المسار:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم أرضي نعتبره غاليليا: $\sum\vec{F}=m\vec{a}$ ومنه:

$m\vec{g}=m\vec{a}$ أي أن : $\vec{g}=\vec{a}$

بالاسقاط في $(C,\vec{i},\vec{j})$: $a_x=0$ و $a_y=g$

ومنه المعادلات الزمنية :

$x=v_Ct=2.5t.....(1)$ و $y=\frac{1}{2}gt^2=5t^2.....(2)$

من (1) و (2) نجد : $y=0.8x^2$

وهي معادلة قطع مكافئ.

4/ اللحظة الاتي يصل فيها (S) إلى الأرض: لدينا : $y=5t^2\rightarrow t=\sqrt{\frac{y}{5}}$

حيث : $y=H-h=2-0.25=1.75m$ ومنه: $t=\sqrt{\frac{y}{5}}=\sqrt{\frac{1.75}{5}}\approx0.6s$

5/ حساب المسافة الأفقية $C'D$:

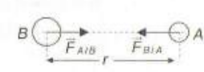
لدينا : $x=2.5t=2.5\times0.6=1.5m$

الإنفتاح على العالمين الكمي والنسبي

1ـ الأفعال التجاذبية والكهربائية

1.1 يستلزم ميكانيك نيوتن وجود الأفعال التجاذبية والكهربائية .

ـ الأفعال التجاذبية(قانون نيوتن):
البعد $m_B . m_A$ يحدث تأثير متبادل بين كتلتين ويكون دوما تجاذبيا ويعطى $AB = r$ بينهما بالعبارة $F_{A/B} = F_{B/A} = G\frac{m_A m_B}{r^2}$: حيث $G = 6.67 \times 10^{-11} N.m^2kg^{-2}$.



ـ الأفعال الكهربائية(قانون كولون):
البعد $q_B . q_A$ يحدث تأثير متبادل بين شحنتين ،يكون تجاذبيا عندما تكون $AB = r$ بينهما الشحنتان مختلفتان وتنافريا إذا كانت لهما نفس الإشارة ويعطى: $F_{A/B} = F_{B/A} = K\frac{|q_A||q_B|}{r^2}$ حيث $K = 9 \times 10^9 N.m^2C^{-2}$.

$\vec{F}_{A/B}$ B تنافر A $\vec{F}_{B/A}$

B $\vec{F}_{A/B}$ تجاذب $\vec{F}_{B/A}$ A

2.1 ـ التشابه بين القانونين :

هاتان القوتان متشابهتان من حيث: ـ خط فعل القوتين يصل بين الجسمين أوبين الشحنتين.
ـ تتناسبان طردا مع $\frac{1}{r^2}$.

ـ اقترح رذرفور سنة 1911، انطلاقا من هذا التشابه نموذجا كوكبيا للذرة على غرار المجموعة الشمسية حيث تلعب النواة دور الشمس والالكترونات دور الكواكب.

2ـ حدود ميكانيك نيوتن:

ـ إن قيم قوى التجاذب ضعيفة جدا أمام القوى الكهربائية على المستوى المجهري(الدقائق العنصرية المشحونة) فالقوى الكهربائية هي التي تسير حركة الدقائق العنصرية المشحونة(حركة الالكترون حول الذرة مثلا).
ـ على المستوى العياني والفلكي فالمادة معتدلة كهربائيا فقوى التجاذب هي التي تسير حركة الأقمار الاصطناعية حول الأرض والكواكب حول الشمس فالجمل المسيرة من طرف القوى التجاذبية كحركة الكواكب ذات تنوع لانهائي، لأن الكواكب لها كتل وأحجام ومسارات مختلفة، والطاقة الميكانيكية لكوكب هي مجموع الطاقتين الحركية والكامنة، تتغير قيمتها بشكل مستمر، فلا وجود لجملتين متماثلتين، وبالمقابل فإن الجمل التي تخضع لقوى كهربائية كلها متشابهة رغم تنوعها فعلى المستوى المجهري جميع الذرات من نفس النوع لها نفس الحجم في هذا الكون و لا يمكن التمييز بينها عند نفس درجة الحرارة تمتلك نفس الطاقة وبالتالي فطاقتها غير مستمرة، وهذا ما عجز عن تفسيره النموذج الكوكبي عند تطبيق قوانين نيوتن في تفسير ثبات نصف قطر ذرات العنصر الواحد، وأيضا بنية الذرات والجزيئات وأنوية الذرات ومن أجل التعرف عليها وتفسير حركتها يتطلب ذلك قوانين وفرضيات جديدة.

3ـ تكميم طاقة الذرة(تكميم تبادلات الطاقة):

1.3ـ الفوتون:

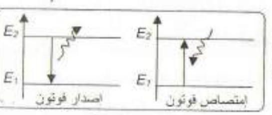
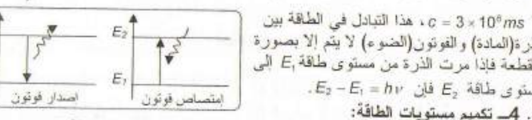
ـ افترض ماكس بلانك سنة 1900 أن الطاقة متقطعة لا يمكن تبادلها إلا على شكل كمات متقطعة(كوانتا) ذات موجة كهرومغناطيسية وحيدة اللون تواترها ν تملك طاقة هي:

... $h = 6.62 \times 10^{-34}$ ... ثابت بلانك، C سرعة الضوء ...

ـ افترض أنشتاين سنة 1905 أن هذه الكمات من الطاقة تحملها دقائق كتلتها معدومة تسمى **فوتونات**، كل فوتون يحمل طاقة. $E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$

3 . 3 تكميم تبادلات الطاقة:

يمكن لذرة أن تمتص أو تصدر فوتونا والذي يتعلق لونه بتواتره ν أو بطول موجته $\lambda = \frac{c}{\nu}$ مع $c = 3 \times 10^8 ms^{-1}$ ، هذا التبادل في الطاقة بين الذرة(المادة) والفوتون(الضوء) لا يتم إلا بصورة متقطعة فإذا مرت الذرة من مستوى طاقة E_1 الى مستوى طاقة E_2 فإن $E_2 - E_1 = h\nu$.

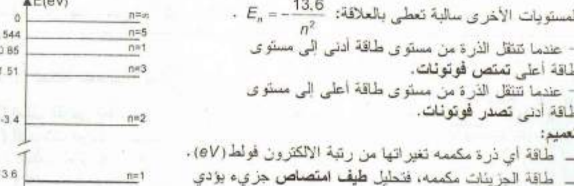
3. 4ـ تكميم مستويات الطاقة:

ـ لا تتواجد الذرة إلا في بعض حالات طاقة معرفة بدقة تتميز **بمستويات طاقة** للذرة.
المستوي الأقل طاقة هو **المستوي الأساسي** والمستويات الأخرى تكون فيها الذرة في **حالة مثارة**.

3. 5 ـ حالة ذرة الهيدروجين:

إن تحليل الضوء الصادر عن مصباح هيدروجين أظهر طيفا ضوئيا متقطعا لا تظهر فيه إلا بعض الخطوط (احادية اللون) أطوال موجاتها محددة بدقة، وكل خط إصدار لذرة هيدروجين تناسبه طاقة فوتون معطاة بالعلاقة $E = h\nu = h\frac{C}{\lambda}$. فطاقة ذرة الهيدروجين لا يمكن أن تأخذ إلا بعض القيم المتقطعة محددة بدقة بخلاف طاقة الجملة(كوكب ـ قمر) فطاقة ذرة الهيدروجين الموافقة لجملة(بروتون ـ إلكترون) لا يمكن أن تتغير بشكل مستمر.

ـ مخطط الطاقة لذرة الهيدروجين:
ذرة الهيدروجين هي أبسط الذرات تتكون نواتها من بروتون يدور حوله إلكترون وتغيرات طاقة ذرة الهيدروجين مكممه، طاقتها معدومة عندما يتواجد الالكترون في اللانهاية (المستوى المرجعي للطاقة) ومنه يمكن استنتاج طاقات المستويات الأخرى.
في مخطط ذرة الهيدروجين يوافق المستوى المرجعي الحالة المثارة العظمى حيث تتشرد الذرة والبعد بين الالكترون والبروتون لا نهائي والذي تكون فيه الطاقة معدومة، هذه الحالة توافق الطاقة العظمى. يتم بلوغ حالة التشرد هذه بتقديم طاقة للذرة، وطاقات المستويات الأخرى سالبة تعطى بالعلاقة: $E_n = -\frac{13.6}{n^2}$.



ـ عندما تنتقل الذرة من مستوى طاقة أدنى إلى مستوى طاقة أعلى **تمتص فوتونات**.
ـ عندما تنتقل الذرة من مستوى طاقة أعلى إلى مستوى طاقة أدنى **تصدر فوتونات**.

تعميم:
ـ طاقة أي ذرة مكممه تغيراتها من رتبة الالكترون فولط (eV) .
ـ طاقة الجزيئات مكممه، فتحليل **طيف امتصاص** جزيء يؤدي إلى التعرف عليه.
ـ طاقة النواة مكممه فالفوتونات المصاحبة للتفاعلات النووية طاقاتها من رتبة الميغا الكترون فولط (MeV)

الميكانيك الكوانتي أو النسبي:
لا يستطيع ميكانيك نيوتن تفسير الطاقة المكممه للذرة والجزيئات والأنوية.

- يرجع تفسير الطاقة المكممه للذرات والجزيئات والأنوية إلى الميكانيك الكوانتي الكوانتي حيث الفوتونات أحد مظاهر الضوء والتي تمثل المظهر الجسيمي، فالضوء ليس موجة ولا مجموعة من الدقائق بل الاثنين معا أي ثنائية **موجة ــ جسيم**.

ــ لا يوجد معنى لمفهوم المسار في الميكانيك الكوانتي فتحديد موضع الالكترون في الفضاء المحيط بنواة الذرة يخضع لحساب الاحتمال **فالميكانيك الكوانتي احتمالي** بعكس ميكانيك نيوتن.

تمارين

تمرين1:

أجب بصحيح أو خطأ:

1) الأفعال التجاذبية مداها لا نهائي.
2) جميع الأجسام المسخنة بشدة تصدر إشعاعات مرئية.
3) تحليل طيف ضوء قادم من نجم يمكننا من معرفة درجة حرارة سطحه وبذلك مكونات غلافه الجوي.
4) الفوتون هو جسيم كتلته $h.v$.
5) الذرة التي تكسب طاقة تصدر فوتون.
6) الذرات لا تتبادل طاقة إلا بشكل كمات.
7) طاقة التشرد هي الطاقة التي تقدمها لذرة لإثارة إلكترونها الخارجي لانتقاله إلى اللانهاية بسرعة معدومة.
8) يمتص الفوتون المرسل إلى ذرة دوما.
9) طاقات انتقال الإلكترونات هي من رتبة MeV

الحل:

1 ← ص، 2 ← ص، 3 ← ص، 4 ← خ، 5 ← خ، 6 ← ص، 7 ← ص، 8 ← ص، 9 ← خ

تمرين2:

A– دقيقتين مشحونتين B،A.

1) أعط العلاقة الشعاعية للقوة التي تؤثر بها الشحنة A على الشحنة B.
2) مثل هذه القوة المؤثرة على الشحنتين B،A علما أنهما تحملان شحنتين مختلفتين.
3) ما هو الاختلاف الذي تلاحظه بين قوة الجذب العام والقوة الكهربائية

B– أحسب قوة الجذب العام والقوة الكهربائية في ذرة الهيدروجين المتكون من(بروتون والكترون).

المعطيات: $m_p = 1,67\times10^{-27}Kg$, $m_e = 9,1\times10^{-31}Kg$

نصف قطر لهيدروجين $r = 5,3\times10^{-11}m$ ، الشحنة العنصرية $|e| = 1,6\times10^{-19}C$

الحل:

A–1) العلاقة الشعاعية: $\vec{F}_{A/B} = k\dfrac{q_A q_B}{AB^2}\vec{u}$

2) تمثيل القوتين المؤثرتين على الشحنتين $q_A = -q_B$

3) الاختلاف بين قوة الجذب العام والقوة الكهربائية:

قوة الجذب العام: هي قوة تجاذب دوما ، مداها غير محدود.

القوة الكهربائية: هي قوة تجاذب أو تنافر، مداها محدود.

B– حساب قوة الجذب بين البروتون والإلكترون:

القوة الكهربائية $F_{e/p} = F_{p/e} = K\dfrac{|q_e||q_p|}{r^2} = 9.10^9\dfrac{(1,6\times10^{-19})^2}{(5,3\times10^{-11})^2} = 8,2\times10^{-8}N$

قوة الجذب العام: $F'_{e/p} = G\dfrac{m_e.m_p}{r^2} = 6,67\times10^{-11}\dfrac{9,1\times10^{-31}\times1,67\times10^{-27}}{(5,3\times10^{-11})^2} = 3,6\times10^{-47}N$

نلاحظ أن: $F_{e/p} \gg F'_{e/p}$ على المستوى المجهري فإن القوة الكهربائية أكبر بكثير من قوة الجذب.

تمرين3:

نواة ذرة البور $^{9}_{4}Be$.

1)-a- ما مكونات ذرة هذا العنصر؟

-b- من وجهة النظر الطاقوية، ما هو توقع ميكانيك نيوتن بالنسبة لهذه الذرة؟

2) إن طيف الإصدار لذرة البريليوم لا يحتوي إلا على بعض الخطوط الموافقة لإشعاعات أطوال موجاتها محددة بدقة. ماذا تستنتج؟

الحل:

1)-a- مكونات ذرة البريليوم: تتكون من4 بروتونات و5 نيوترونات و4 إلكترونات.

-b- يطبق ميكانيك نيوتن على النموذج الكوكبي لهذه الذرة فهو يتوقع أن طاقتها تتغير بشكل مستمر.

2) إن الطيف الذي يحتوي على الخطوط يؤكد أن الطاقة مكممه أي لا تتغير بشكل مستمر، ميكانيك نيوتن عاجز عن تفسير هذه الظاهرة.

تمرين4:

يمثل الشكل التالي مخططا مبسطا لطاقة ذرة الهيدروجين.

1)-a- ماذا يعني المستوى الأساسي؟

-b- ما هو المستوي المختار كمرجع لقياس الطاقة؟

-c- ما هي الطاقة الواجب تقديمها لذرة الهيدروجين لتشردها إذا كانت الذرة في حالتها الأساسية؟

2)-a- أحسب طول موجة الإشعاع الناتج عن انتقال الإلكترون من السوية الثالثة إلى الثانية.

-b- هل هذا الإشعاع تم إصداره أو امتصاصه؟

3) أعد نفس السؤال من أجل الانتقال من السوية1 إلى السوية2.

المعطيات: $h = 6,62\times10^{-34}j.s$, $1eV = 1,6\times10^{-19}j$, $c = 3\times10^{8}mol^{-1}$

الحل:

1)-a- تمثل السوية الأساسية الأقل طاقة.

-b- المستوى المختار كمرجع للطاقة هو المستوى الذي تكون فيه الذرة متشردة طاقتهمعدومة $(E_\infty = 0)$.

-c- الطاقة الواجب تقديمها للذرة حتى تتشرد(تتاين) هي: $E_\infty - E_1 = 13,6eV$

2)-a- حساب طول موجة الإشعاع:

$$E_2 - E_3 = hv = h\frac{c}{\lambda} = -1,88eV$$

$$\lambda = \frac{E_3 - E_2}{hc} = \frac{|-1,88|\times1,6\times10^{-19}}{6,62\times10^{-34}.3\times10^{8}} = 661\times10^{-9}m = 661nm$$

-b- تتناقص طاقة الذرة وبالتالي فالذرة تصدر الإشعاع.

3)-a- حساب طول موجة الإشعاع: $E_2 - E_1 = -3,39 - (-13,6) = +10,21ev$

$$\lambda = \frac{10,21\times1,6\times10^{-19}}{6,62\times10^{-34}.3\times10^{8}} = 122\times10^{-9}m = 122nm$$

اجرى العالم الأمريكي ريتشارد فاينمان أبحاثا على الفوتون توجت بنيله جائزة نوبل(1965) وفي المقال التالي يوضح معارف بداية القرن20 بالنسبة لموضوع الضوء.

«.. في هذا الوقت يعتبر الضوء موجة أيام الاثنين، الاربعاء والجمعة ومجموعة من الدقائق أيام الثلاثاء، الخميس والسبت ويبقى يوم الأحد للتفكر في ماهية الضوء..»

1) ما المقصود بالدقائق في هذا النص؟

2) ما هي المقادير الفيزيائية المشتركة بين الموجة الكهرومغناطيسية والدقائق الواردة في هذا النص؟

الحل:

1ـ يقصد فاينمان بالدقائق: الفوتونات.

2ـ تشترك الفوتونات والأمواج في مفاهيم طول الموجة والتواتر، الدور والسرعة.

تمرين6

طاقة ذرة الهيدروجين مكممة ولاتاخذ غير القيم التالية: $E_n = E_0 / n^2$ حيث: $E_0 = -13.5eV$ و $n = 1,2,3...$ طبيعي موجب، يمكن أن نقوم بالتقريبات التالية على هذا التمرين:

سرعة الضوء في الفراغ: $c = 3.10^8 ms^{-1}$، ثابت بلانك: $h = 6.10^{-34} Js$ الشحنة العنصرية: $e = 1.6.10^{-19}C$.

أجب بصحيح أو خطأ على الاثباتات التالية:

1 - أطوال موجات سلسلة باشن (نزع الاثارة نحو السوية E_3)هي أكبر من $820nm$.

2 - خطوط سلسلة بالمر (نزع الاثارة نحو السوية E_2) تنتمي كلها للمجال المرئي..

3 - توجد ذرة الهيدروجين في الحالة الموافقة لـ $n = 3$ وتتلقى فوتونا طاقته $0.5eV$ يتم امتصاصه.

4 - توجد ذرة الهيدروجين في الحالة الموافقة لـ $n = 3$ وتتلقى فوتونا طاقته $2eV$ فيتم نزع الكترون طاقته الحركية هي: $0.49eV$.

الحل

1→ ص، 2 →خ، 3 → خ، 4 →ص

تمرين7

إن تفكك نواة صوديوم $^{24}_{11}Na$ أعطى نواة $^{24}_{12}Mg$

والشكل المقابل يمثل مستويات الطاقة لذرة المغنزيوم $^{24}_{12}Mg$

1- اكتب معادلة تفكك في الحالة التي تكون فيها نواة

2- مغنزيوم مثارة .

3- أكتب معادلة نزع الإثارة لنواة المغنزيوم .

4- أحسب تغيرات طاقة نواة المغنزيوم عندما تمر من الحالة المثارة إلى الحالة الأساسية .أعط دون حساب مجال الأمواج الكهرومغناطسية الذي تنتمي إليه الإشعاعات الصادرة.

5- ماهو الشكل الأخر الذي تظهر به الطاقة المتحررة من تفاعل التفكك النووي ؟

$E(MeV)$
$E_3 = 5.22MeV$
$E_2 = 4.12MeV$
$E_1 = 1.37MeV$
الحالات المثارة
$E_0 = 0$ الحالة الاساسية

الحل:

1- معادلة التفكك النووي : $^{24}_{11}Na \rightarrow ^{24}_{12}Mg^* + e^{0}_{-1}$

2- معادلة نزع الإثارة $^{24}_{12}Mg^* \rightarrow ^{24}_{12}Mg + \gamma$

3- تغيرات طاقة نواة المغنزيوم :

عند المرور من الحالة E_3 إلى E_0 فإن : $\Delta E_{3,0} = E_3 - E_0 = 5.22Mev$

عند المرور من الحالة E_1 إلى E_0 فإن : $\Delta E_{1,0} = E_1 - E_0 = 1.37Mev$

الأشعة الصادرة تنتمي إلى مجال الأشعة γ

4 ـ تظهر الطاقة المحررة على شكل طاقة حركية للنواة المتولدة وللالكترون المتشكل .

تمرين 8

يمثل المخطط المقابل بعض مستويات الطاقة لذرة الزئبق .

1- ذكر بعبارة القوة الكهربائية التي تؤثر بها النواة ذات الشحنة Ze في الكترون شحنة $(-e)$ يبعد عن النواة بـــ r .

2- ماذا تقصد بتكميم طاقة الذرة ؟

3- احسب تغيرات طاقة ذرة الزئبق عند المرور من المستوى E_3 إلى المستوى E_2 ثم من المستوى E_2 إلى المستوى E_0

4- ما اطوال الموجات في الفراغ للاشعاعات الصادرة؟

المعطيات : $c = 3\times10^8 ms^{-1}$ ، $h = 6.62\times10^{-34} J.s$ ، $1eV = 1.6\times10^{-19} J$

$E(eV)$
$E_3 = -2.72$
$E_2 = -3.75$
$E_1 = -4.99$
$E_0 = -10.45$

الحل :

1- عبارة القوة الكهرو ساكنة : $F = \frac{kZe^2}{r^2}$

2- لا تاخذ طاقة الذرة إلا بعض القيم المتقطعة لذلك نقول أنها مكممة .

3- $E_3 - E_2 = 1.03ev = 1.65\times10^{-19}J$

$E_2 - E_0 = 6.70ev = 1.07\times10^{-18}J$

4- العلاقة التي تربط تواتر الإشعاع الصادر بالتغير في الطاقة هي :

$\Delta E = h\nu ; \nu = \frac{c}{\lambda} \rightarrow \Delta E = h\frac{c}{\lambda}$ ومنه: $\lambda = \frac{hc}{\Delta E}$

$\lambda_{2,0} = \frac{hc}{\Delta E_{2,0}} = 1.86\times10^{-7}M$ ، $\lambda_{3,2} = \frac{hc}{\Delta E_{3,2}} = 1.20\times10^{-6}m$



البرت أينشتاين

التطورات الاهتزازية

1 ــ النواس المرن
ــ حركة مركز عطالة الجسم
ــ المعادلة التفاضلية للحركة .
ــ النظام : الدوري ، شبه دوري ، لادوري

تمارين

الاهتزازات الحرة لجملة ميكانيكية

1 ــ النواس الثقلي (المركب والبسيط).
ــ حركة مركز عطالة النواس البسيط
ــ المعادلة التفاضلية للحركة .
ــ النظام : الدوري ، شبه دوري ، لادوري.
ــ تغذية الاهتزازات الميكانيكية.

تمارين

الاهتزازات الحرة لجملة كهربائية

ــ الاهتزازات الحرة في الدارة $R.L.C$ على التسلسل
ــ المعادلة التفاضلية للدارة.
ــ النظام : الدوري ، شبه دوري ، لادوري.
ــ الاهتزازات الحرة في الدارة $L.C$
ــ المعادلة التفاضلية للدارة.
ــ الدراسة الطاقوية
ــ تغذية الاهتزازات الكهربائية.

تمارين

الاهتزازات القسرية

ــ الاهتزازات القسرية الميكانيكية
ــ الاهتزازات القسرية الكهربائية

تمارين

الاهتزازات الحرة لجملة ميكانيكية

1 ــ تعاريف:

ــ الجملة الميكانيكية المهتزة :هي الجملة التي يقوم مركز عطالتها (G) بحركة دورية متناوبة على جانبي موضع التوازن المستقر وتسمى أيضا هزازا ميكانيكيا.
مثلة :حركة رقاص ساعة حائطية ،حركة ارجوحة.

1. 2 ــ أنواع الاهتزازات :

a – **الاهتزازات الحرة** :هي التي يقوم بها هزاز دون أن يتلقى طاقة من الوسط الخارجي بعد وضعه في حالة حركة وهي نوعان:
ــ اهتزازات حرة غير متخامدة : هي اهتزازات مثالية غير موجودة في الواقع.
ــ اهتزازات حرة متخامدة :هي اهتزازات تتناقص سعتها مع مرور الزمن حتى تتوقف بسبب الاحتكاكات.

b – **الاهتزازات القسرية** : هي اهتزازات تفرض على الجملة المهتزة من الوسط الخارجي.

1 :النواس المرن

1-1 يتكون النواس المرن من جسم صلب كتلته m مثبت نهاية نابض مهمل الكتلة ذو حلقات غير متلاصقة النهاية الاخرى للنابض مثبتة في نقطة، هذه الجملة هي موذج لكثير من الجمل المهتزة.

2-1 تعين موضع مركز عطالة الجسم : نختار موضع وازن الجملة عندما تكون ساكنة $(x = 0)$ كمبدأ لقياس فواصل وتعين موضع مركز عطالة الجسم (G)بالفاصلة $x(t)$.
ريح أو نضغط الجسم ثم نتركه بدون سرعة ابتدائية فيقوم مركز عطالته (G) بحركة اهتزازية بيه دورية ضعيفة التخامد ،فنقول أن الجملة (جسم ــ نابض) تشكل هزازا مرنا.

3-1 حركة مركز عطالة الجسم

رس حركة الجسم المثبت في نهاية النابض في مرجع مرتبط بالأرض نعتبره غاليليا.
جملة :الجسم S كتلته m
قوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الجسم G هي:
ـ قوة الثقل $\vec{p}$
ـ قوة رد فعل الحامل $\vec{R}$ عل الجسم وهي مجموع
تين $\vec{N}$ **ناظمية** على سطح التلامس موجهه نحو الأعلى
$\vec{f}$ **قوة احتكاك** مماسية معاكسة لحركة الجسم.
ـ القوة $\vec{F}$ التي يؤثر بها النابض على الجسم

صائص القوة $\vec{F}$: ــ نقطة التأثير :نقطة تثبيت الجسم بالنابض
ــ المنحى :محور النابض
ــ الاتجاه :عكس إزاحة أو ضغط النابض وهي قوة تسعى دوما لإرجاع الجسم الى وضع توازنه لذلك تدعى **بقوة الإرجاع.**
ــ الشدة: تتناسب طرديا مع مقدار استطالة أوانضغاط النابض x حيث، $F = kx$

بارة الشعاعية لـ $\vec{F}$: $\vec{F} = -kx\vec{i}$ (إذا كان $x(t) > 0$ فإن $F < 0$ ، واذا كان $x(t) < 0$ فإن $F > 0$)

1-4 المعادلة التفاضلية المحققة لـ x .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة الجسم: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$

$\vec{p} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}_G$ بالإسقاط على المعلم $(O,\vec{i})$

$$f - F = ma_G \rightarrow f - kx = m\frac{dx^2}{dt^2} \rightarrow f - kx = m\ddot{x} \rightarrow m\ddot{x} + kx - f = 0$$

$$\boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x - \frac{f}{m} = 0 ....(1)}$$ وهي المعادلة التفاضلية المحققة لـ x .

1- 5 حلول المعادلة التفاضلية

حالة إهمال قوى الاحتكاك : حلول المعادلة التفاضلية في حالة إهمال قوى الاحتكاك الناتجة عن الهواء أو الحامل: $f = 0$ تأخذ المعادلة التفاضلية (1) الشكل : $\boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$ ...(2)

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية خطية بدون طرف ثان تقبل حلا هو المعادلة الزمنية لحركة اهتزازية غير متخامدة من الشكل : $\boxed{x(t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)}$

ـــ الحد $\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi$ يمثل صفحة الاهتزاز عند t تقدر بالراديان (rad) .

ـــ φ : تمثل الصفحة عند اللحظة $t = 0$ و تسمى أيضا الصفحة الابتدائية وحدتها الراديان.

الحركة دورية لأن $x(t) = x(t + T_0)$ فحركة G تتكرر مماثلة لنفسها خلال فترات زمنية كل منها T_0 **تدعى الدور الذاتي للاهتزازات** .

$A = x_m$ يدعى **بسعة الحركة** مقدار موجب دوما وحدته المتر (m)

ـــ الحد $\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ يتغير بين -1 و $+1$

وبالتالي $-A \le x(t) \le +A$ حيث: $x(t)$: فاصلة G في اللحظة t

1- 6 عبارة الدور الذاتي للحركة T_0:

لدينا : $x(t) = x_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0} + \varphi\right)$ بالاشتقاق بالنسبة للزمن يكون :

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = -x_m\frac{2\pi}{T_0}\sin\left(\frac{2\pi}{T_0} + \varphi\right) \quad و \quad \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = -x_m\frac{4\pi^2}{T_0^2}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

و بالتعويض في عبارة المعادلة التفاضلية (2) نجد :

$$-x_m\frac{4\pi^2}{T_0^2}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) + \frac{k}{m}x_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = 0$$ فإن :

ومنه: $\left(-\frac{4\pi^2}{T_0^2} + \frac{K}{m}\right)x_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = 0$ ومنه: $-\frac{4\pi^2}{T_0^2} + \frac{K}{m} = 0$ ومنه: $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$ وحدته s

الدور الذاتي لاعلاقة له بسعة الحركة A ، بينما يتعلق بالكتلة m وثابت المرونة k .

1- 7 تحديد A ، φ

يتوقف تحديد A ، φ على الشروط الابتدائية فإذا اعتبرنا مثلا لحظة ترك الجسم بعد ازاحته

مخطط $x(t)$ في غياب الاحتكاكات

...بدا للأزمنة فان $x(t=0) = x_m > 0$ و أن:

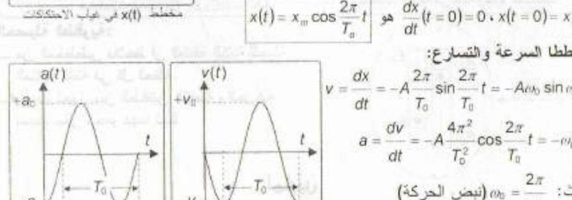
$\frac{dx}{dt}(t=0) = -A\frac{2\pi}{T_0}\sin\varphi = ...$ ومنه: $\sin\varphi = 0 \rightarrow \begin{cases}\varphi = 0\\ \varphi = \pi\end{cases}$

الحل الأبسط يكون لما $\boxed{\varphi = 0}$

$x(t=0) = x_m = A\cos\varphi = ...$ أي أن : $\boxed{x_m = A}$

...ون حل المعادلة التفاضلية (2) باعتبار الشروط الابتدائية :

$x(t=0) = x_m$ ، $\frac{dx}{dt}(t=0) = 0$ هو $\boxed{x(t) = x_m\cos\frac{2\pi}{T_0}t}$



...ططا السرعة والتسارع:

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\frac{2\pi}{T_0}\sin\frac{2\pi}{T_0}t = -A\omega_0\sin ...$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\frac{4\pi^2}{T_0^2}\cos\frac{2\pi}{T_0}t = -\omega_0^2 ...$$

...ث : $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ (نبض الحركة)

... - 8 حالة عدم إهمال قوة الاحتكاك $f \neq 0$

...بح الحركة الاهتزازية للهزاز متخامدة و نلاحظ ...ة أنظمة للحركة حسب شدة قوة الاحتكاك f

... **النظام الشبه الدوري** *Pseudo - Periodique*

...ن فيه شدة قوة الاحتكاك ضعيفة وتتناقص ...ة الاهتزاز تدريجيا بمرور الزمن و يكون شبه ...ور T مساويا تقريبا للدور الذاتي T_0 للهزاز.

... - **النظام اللادوري :**

...ما تكون شدة قوة الاحتكاك معتبرة ...د الجملة إلى وضع التوازن بسرعة ...حركتها لا دورية (غير اهتزازية)

... - **النظام الحرج :**

...ن من أجل شدة قوة احتكاك كبيرة ...عود الهزاز إلى وضع التوازن في ... أصغرية و النظام الحرج هو المستعمل ... أنظمة التخامد في السيارات *Ammortisseurs*

نظام شبه دوري (f ضعيفة)

نظام لا دوري (f معتبرة)

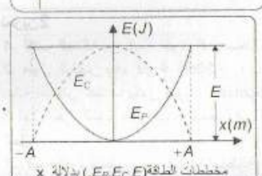
نظام حرج لادوري (f كبيرة)

...حظة : يمكن الحصول على المعادلة التفاضلية (2) ...ساب طاقة الجملة المثالية (دون احتكاك) :

$$E = E_C + E_{PE} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = c...$$

...تقاق بالنسبة للزمن: $\frac{2}{2}mv\frac{dv}{dt} + \frac{2}{2}kx\frac{dx}{dt} = 0$

...ه: $\boxed{m\frac{dv}{dt} + kx = 0 \rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$



مخططات الطاقة (E, E_P, E_C) بدلالة x

مخططات الطاقة (E_P, E_C, E) بدلالة t

مخططات الطاقة في حالة وجود احتكاكات

الحصيلة الطاقوية:

- من المخططين نلاحظ أن الطاقة الكلية للجملة المثالية ثابتة في كل لحظة.
- يحدث تحول بين الطاقتين الكامنة والحركية بحيث يبقى مجموعهما ثابتا .

تمارين

تمرين1

أسئلة حول الدروس : هذه الاقتراحات تتضمن إجابة أو عدة إجابات صحيحة.

1 ــ دور الاهتزاز لنابض يعطى بالعلاقة $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ بتوفر عدة شروط .

a – إهمال قوة الاحتكاك ، b – سعة الاهتزاز ضعيفة

c – يجب أن تكون الاهتزازات حرة ، d – يجب أن يهتز النابض أفقيا .

2 ــ في النظام الحر غير المتخامد لنابض مرن .

a – الزمن الفاصل بين مرور متتاليين للجسم بوضع التوازن هو الدور الذاتي T_0.

b – يستغرق الجسم زمن $T_0/4$ لقطع مسافة X_m

c – تنعدم سرعة الجسم في نهاية المسار ، d – ينعدم تسارع الجسم في نهاية المسار.

3– في حالة النظام الحر غير المتخامد لنواس مرن أفقي المعادلة التفاضلية المحققة لـ x(t) تكتب:

$$a)\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0\ ,\ b)x + \frac{m}{k}\ddot{x} = 0\ ,\ c)\ddot{x} - \frac{k}{m}x = 0\ ,\ d)\ddot{x} + \frac{m}{k}x = 0$$

الحل

1 ← a ، c   2 ← b ، c   2 ← b ، c   3 ← a : $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

تمرين2

1. أكتب العلاقة بين قيمة القوة F واستطالة النابض .
2. طول النابض وهو فارغ $l_0 = 20cm$ ثابت مرونته $k = 50Nm^{-1}$ أحسب القوة المطبقة على نهاية النابض عند ما يكون طوله: $l_1 = 22.5cm$.(a ، $l_2 = 15.0cm$.(b .
3. مثل القوة المؤثرة في نهاية النابض في الحالتين السابقتين.

الحل

1ــ قيمة القوة تتناسب مع مقدار الاستطالة: $F = k\Delta l = K(l - l_0)$

2 – القوة المطبقة على نهاية النابض في الحالتين : لدينا : $F = k(l - l_0)$

a. $F_1 = K(l_1 - l_0)$ ومنه: $F_1 = 50(0.25 - 0.20) = 1.25N$ $F_2 = 50(0.05) = 2.5N$

3 – تمثيل القوة في الحالتين :

تمرين3

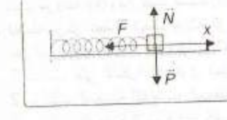
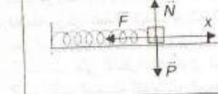
تثبت نهاية نابض أفقي في نقطة والنهاية الأخرى مثبت بها جسم صلب ينتقل الجسم أفقيا على تضد هوائي.

1 – حدد القوى المؤثرة على مركز عطالة الجسم عندما يترك بعد إزاحته عن وضع توازنه وتركه بدون سرعة إبتدائية .

2 – استنتج المعادلة التفاضلية للحركة .

الحل :

1 – – تحديد القوى المؤثرة على مركز عطالة الجسم:

2 – بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \rightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{N} = m\vec{a}_G$

الاسقاط على $(\vec{ox})$ فإن $-F = ma_G$

$-kx = m\frac{dx^2}{dt^2} = m\ddot{x}$ ومنه: $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

تمرين 4:

تعطى المعادلة التفاضلية لحركة هزاز مرن بدون احتكاك بالشكل :

$m\ddot{x} + kx = 0$ تكتب هذه المعادلة على الشكل $\ddot{x} + Ax = 0$

– عبر عن الثابت A بدلالة K ، m

– بين بواسطة التحليلالبعدي أن $\sqrt{\frac{k}{m}}$ هو مقلوب الزمن

– بين أن العلاقة $x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ حل عام للمعادلة التفاضلية شرط أن T_0 محققا

علاقة بين K ، m ، ما هي هذه العلاقة ؟

– ما ذا تعني بالمقادير x_m ، φ .

الحل :

– a. التعبير عن الثابت A بدلالة K ، m : $m\ddot{x} + Kx = 0 \rightarrow \ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$

لدينا : $\ddot{x} + Ax = 0$ بالمطابقة فإن : $A = \frac{K}{m}$

– التحليل البعدي: $\sqrt{\frac{K}{m}} = [K]^{\frac{1}{2}} \cdot [m]^{-\frac{1}{2}} = \left[Kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot m^{-1}\right]^{\frac{1}{2}} \cdot [Kg]^{-\frac{1}{2}} = \left[S^{-2}\right]^{\frac{1}{2}} = \left[S^{-1}\right]$

– تبيان أن $x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ حل للمعادلة التفاضلية

ن بالنسبة للزمن :

$$\ddot{x} = x_m \frac{4\pi^2}{T_0^2}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right) \quad و \quad \dot{x} = -x_m \frac{2\pi}{T_0}\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$$

$\ddot{x} = -\frac{4\pi^2}{T_0^2}x(t) \rightarrow \ddot{x} + \frac{4\pi^2}{T_0^2}x(t) = 0$ و هي من الشكل $\ddot{x} + Ax = 0$

ومنه فإن $x(t)$ هو حل للمعادلة التفاضلية

استنتاج عبارة الدور بتعويض عبارة x في المعادلة التفاضلية

$\frac{-4\pi^2}{T_0^2}x(t) + \frac{K}{m}x(t) = 0$ ومنه: $-\frac{4\pi^2}{T_0^2} + \frac{k}{m} = 0 \rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

3 – x_m : يمثل السعة العظمى و φ : الصفحة في اللحظة الابتدائية .

تمرين5

يتكون نواس مرن من نابض أفقي مهمل الكتلة حلقاته غير متلاصقة ثابت مرونته (k) ومن جسم صلب (S)كتلته يمثل الشكل (2) تغيرات فاصلة مركز عطالة الجسم بدلالة الزمن $x=f(t)$ ويمثل الشكل (3) تغيرات الطاقة الكامنة المرونية بدلالة الزمن $E_{pe}=f(t)$

(S) (1)

x(cm) 2 (2) 1 t(s)

$E_{pe}(10^{-3}J)$ 5 (3) t(s)

1 ــ مثل على الشكل (1) القوى المؤثرة في الجسم عند الفاصلة x .

2 ــ أكتب المعادلة التفاضلية المحققة للفاصلة x .

3 ــ أكتب المعادلة الزمنية للحركة.

4 ــ عبر عن الطاقة الكامنة المرونية بدلالة الزمن.

5 ــ أوجد قيمتي m,k

الحل

1 ــ تمثيل القوى على الشكل(سعة الحركة ثابتة $f = 0$)

2 ــ كتابة المعادلة التفاضلية المحققة للفاصلة x :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \rightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{N} = m\vec{a}_G$

بالاسقاط على $(O\vec{x})$ فإن $-F = ma_G$ ومنه: $-kx = m\frac{dx^2}{dt^2} = m\ddot{x}$ ومنه: $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$

3 ــ المعادلة الزمنية: حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل: $x(t) = x_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

من الشكل(2): $x_m = 2cm = 2.10^{-2}m$ ، $T_0 = 2s$ ، وعند $t = 0$ فإن : $x = x_m$ ومنه:

$x_m\cos\varphi = x_m \rightarrow \cos\varphi = 1$ ومنه: $\varphi = 0$ و المعادلة هي: $x(t) = 2.10^{-2}\cos(\pi t)$

4 ــ عبارة الطاقة الكامنة بدلالة الزمن: لدينا: $E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kx_m^2\cos^2(\pi t)$

5 ــ ايجاد قيمتي m,k : لدينا من الشكل(3): عند $t = 0 \leftarrow$ $E_{pm} = E = \frac{1}{2}kx_m^2 = 5.10^{-3}J$

ومنه: $k = \sqrt{\frac{2E}{x_m^2}} = \sqrt{\frac{2\times5.10^{-3}}{4.10^{-4}}} = 5Nm^{-1}$ ،

حساب m لدينا: $k/m = \omega_0^2 \rightarrow m = k/\omega_0^2 = 5/\pi^2 \approx 0.5kg$.

تمرين 6

ن هزاز مرن أفقي من جسم صلب كتلته m مثبت بنابض ثابت استطالته k يسمح كاشف ني بتحديد سرعة الجسم الصلب عند المرور بوضع التوازن بسرعة $v = 0.5ms^{-1}$ في الاتجاه جب للمطالات ، ثم يصل إلى الوضع الذي فاصلته العظمى $x_m = 0.05m$

- المعادلة الزمنية للحركة من الشكل : $x = x_m\cos(2\pi ft + \varphi_0)$

ور الحركة موجه في جهة استطالة النابض ، مبدأ المحور ينطبق على موضع توازن الجسم

- حدد ثوابت الحركة اخذين مبدأ الأزمنة لحظة مرور الجسم من وضع التوازن .

- اكتب المعادلات الزمنية للمطال و السرعة .

- في أية لحظة يمر الجسم من الفاصلة العظمى بعد مروره بوضع التوازن؟

- نريد تحديد كتلة الجسم ، من أجل ذلك نثبت على الجسم كتلة اضافة $m = 10g$

ح الجسم عن وضع توازنه بمسافة $a = 0.05m$ ثم نتركه بدون سرعة ابتدائية وعندما يمر موضع التوازن تكون سرعته $0.48m/s$.

- ما هو الدور T' للحركة ؟

- استنتج كتلة الجسم الصلب .

- ما قيمة ثابت استطالة النابض ؟

ل :

– a - تحدد ثوابت الحركة : لما $t = 0$ ، $x_0 = 0$ ، $v_0 = v_m$

ومنه: $v = -2\pi fx_m\sin(2\pi ft + \varphi_0)$

$v_m = 2\pi fx_m = 0.5ms^{-1} \rightarrow f = v_m/2\pi x_m = 0.5/2\times3.14\times5.10^{-2} = 1.6H$

جاد φ : من الشروط الابتدائية $x_0 = x_m\cos\varphi_0$ و $v_0 = -2\pi fx_m\sin\varphi_0 > 0$ ومنه: $\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$

- كتابة المعادلات الزمنية للمطال و السرعة : لدينا: $x = x_m\cos(2\pi ft + \varphi_0)$ ومنه:

$x = 5.10^{-2}\cos(2\pi\times1.6t - \pi/2) = 5.10^{-2}\cos(3.2\pi t - \pi/2$

لسرعة: $v = -5.10^{-2}\times3.2\pi\sin(3.2\pi t - \pi/2) = -0.5\sin(3.2\pi t - \pi/2)$

- اللحظة التي يمر فيها الجسم من الفاصلة العظمى بعد مروره بوضع التوازن هي:

$x = 5.10^{-2}\cos(3.2\pi t - \pi/2) = x_m \rightarrow \cos(3.2\pi t - \pi/2) =$ ومنه: $(3.2\pi t - \pi/2) = 2n\pi$

منه: $t = (2n + 0.5)/3.2$ المرور الأول من الفاصلة العظمى يوافق $n = 0$ ومنه: $t = 0.156s$

– a ــ الدور T' للحركة : لدينا : $v_0 = \omega_0 x_m = (2\pi/T')x_m \rightarrow T' = 2\pi x_m/v_0 = 0.65s$

- استنتاج كتلة الجسم الصلب: لدينا :

$\omega_0 = k/m', \omega_0 = k/m \rightarrow \omega_0/\omega_0 = m/m' \rightarrow \omega_0/\omega_0 = m/(m + 0.01$ ومنه:

$m = 0.97/3 = 0.32kg$

- قيمة ثابت استطالة النابض : $\omega_0 = \sqrt{k/m} \rightarrow k = m.\omega_0^2 = 0.32(3.2\pi)^2 \approx 32Nm^{-1}$

تمرين 7

تكون هزاز مرن شاقولي من جسم كتلته m مثبت في نهاية نابض شاقولي والنهاية الأخرى لنابض مثبتة ، يقوم الهزاز باهتزازات وفق محور النابض.

رمز لفاصلة مركز عطالة الجسم بـــ z حسب المحور OZ الشاقولي .

عند ما تكون الجملة في حالة توازن فإن $z = 0$.

ندرس تجريبيا تأثير الكتلة m و ثابت المررونة k السعة x_m على الدور الذاتي للهزاز.

1 – تأثير السعة الابتدائية x_m

نثبت قيمتي K ، m

$K = 20Nm^{-1}$ ، $m = 200g$

من أجل ثلاث قيم لـــ x_m

نحصل على التسجيلات التالية :

a – أحسب القيم الثلاث للسعة.

b – هل يتوقف الدور الذاتي T_0 للهزاز على السعة في مجال الدراسة

2 – تأثير الكتلة m

نثبت قيمة k ($k = 20Nm^{-1}$)

نحصل على التسجيلات الثلاثة التالية من أجل ثلاث قيم مختلفة للكتلة m هل يتوقف T_0 على الكتلة m اذا كان الجواب بنعم كيف يتغير T_0 عندما تزداد الكتلة ؟

3 – تأثير ثابت لمرونة k بتثبيت قيمة m ($m = 200g$)

ومن أجل ثلاثة قيم مختلفة لـــ k

نحصل على التسجيلات التالية:

هل يتوقف الدور الذاتي للهزاز على ثابت المرونة k إذا كانت الاجابة بنعم ، كيف يتغير مع ازدياد ثابت المرونة

4 – نقترح العلاقات التالية للدور T_0:

(1 $T_0 = A\dfrac{m}{k}$ ، (2 – $T_0 = B\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ ، (3 $T_0 = Ckm$ (4 $T_0 = D\dfrac{k}{m}$ ، (5 $T_0 = E\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

حيث E ، D ، C ، B ، A هي ثوابت بدون أبعاد.

a – ما هي العلاقات التي يمكن حذفها آخذين بعين الاعتبار الإجابتين على السؤالين 2 ، 3 ؟

b – ما هي العلاقات التي يمكن حذفها بالتحليل البعدي؟

c – من العلاقات الباقية حدد قيمة الثابت بالاستعانة بالتسجيلات السابقة.

الحل :

1 – a – من الشكل 1 القيم الثلاث للسعة هي : $z_{m1} = 1cm$ ، $z_{m2} = 2cm$ ، $z_{m3} = 3cm$

b – الدور الذاتي للاهتزازات $T_0 \approx 0.64S$ ،

2– يتعلق الدور الذاتي بالكتلة فهو يزداد بزيادة الكتلة .

3– يتعلق الدور الذاتي بثابت المرونة يزداد عندما يقل ثابت المرونة.

4– a – العلاقات التي تستبعد بناء حل السؤالين 2 ، 3

هنا ؛ الدور يزداد بزيادة الكتلة و عليه نستبعد العلاقتين 4 ،5

b – العلاقات التي تستبعد بتطبيق التحليل البعدي هي

العلاقات التي بعدها لا يوافق الزمن و عليه تستبعد لعلاقات 1 ، 3 ، 4 ، 5

c – العلاقة الباقية هي $T_0 = B\sqrt{\dfrac{m}{K}}$ و من تسجيلات الشكل 1 نجد : $T_0 = 0.63s$

ومنه: $B = T_0\sqrt{\dfrac{K}{m}} = 0.63\sqrt{\dfrac{20}{0.2}} \approx 6.3 \approx 2\pi$

ن 8 :

في الشكل التالي نابضان مرنان (R_1 ، R_2) ى الكتلة حلقاتهما غير متلاصقة ، ثابتا نتيهما على الترتيب $K_2 = 60N/m$ ، $K_1 = 40N$ يشدان جسم صلبا (S) كتلته $m = 40$ بإمكانه أن ينزلق دون الاحتكاك مستو افقي. النابضان في وضع الراحة ح الجسم (s) عن وضع توازنه في الاتجاه جب للمحور ($x'ox$) بمقدار $2cm$ ثم كه لحاله دون سرعة ابتدائية .

مثل على الشكل القوى المؤثرة في الجسم (S)

2– أوجد المعادلة التفاضلية المحققة للفاصلة x .

3– أكتب عبارة الدور وأحسب قيمته.

4– عند اللحظة $t_0 = 0$ يمر الجسم (S) من وضع التوازن في الاتجاه الموجب ، أكتب المعادلة الزمنية لحركته $x = f(t)$.

5- أحسب قيمة سرعته عند اللحظة t_0 واستنتج قيمتي سرعته عند اللحظتين $t_1 = \dfrac{T}{4}$ ، $t_2 = \dfrac{T}{2}$

ل :

تمثيل القوى المؤثرة في الجسم (S) :

كتابة المعادلة التفاضلية المحققة للفاصلة x :

بيق القانون الثاني لنيوتن:

$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \leftarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F_1} + \vec{F_2} = m\vec{a}$

سقاط على $(\vec{ox})$ نجد : $-F_1 - F_2 = ma = m\ddot{x}$ ومنه: $-k_1x - k_2x = m\ddot{x}$ و منه

$m\ddot{x} + (k_1 + k_2)x = 0 \rightarrow \ddot{x} + \dfrac{k_1 + k_2}{m}x$ وهي من الشكل: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$

ي المعادلة التفاضلية المحققة لـــ x

عبارة الدور وقيمته: لدينا: $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T_0} \rightarrow T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K_1 + K_2}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{0.4}{100}} \approx 0.45s$

كتابة المعالة الزمنية للحركة : حل المعادلة التفاضلية هو : $x = x_m(\cos\omega_0 t + \varphi)$

$x_m = 2cm = 2\times10$ ، $\omega_0 = \sqrt{250} \approx 5\pi$ ، عند $t = 0 \rightarrow x = 0$ ومنه :

$\varphi = -$ ou $\cos\varphi = 0 \rightarrow \varphi = \dfrac{\pi}{2}$ لكن: $V = -\omega_0 x_m \sin\varphi > 0 \rightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{2}$

و منه $x = 2\times10^{-2}\cos\left(5\pi t - \dfrac{\pi}{2}\right)$

5 – حساب قيمة السرعتين عند $t_0 = 0$ يتم المرور بوضع التوازن بسرعة عظمى ومنه:

$v = \omega_0 x_m = 5\pi \times 2\times10^{-2} = 0.314m/s$

$t = T_0/4 \rightarrow v = 0, t = T_0/2 \rightarrow v = -0.314ms^{-1}$

تمرين 9 :

نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته غير متلاصقة معلق شاقوليا، ثابت مرونته (k)، نعلق به جسما صلبا (S) كتلته (m) فيستطيل بمقدار $\Delta\ell$ عند التوازن. نزيح (S) عن وضع التوازن بسحبه شاقوليا نحو الأسفل ثم نتركه لحاله دون سرعة ابتدائية.

يمثل الشكل(1) التالي تسجيلا لحركة مركز عطالة الجسم (S) يظهر فيه تغيرات فاصلته x بدلالة الزمن t.

1 . عبر عن $\Delta\ell$ عند التوازن بدلالة k ، g ، m .

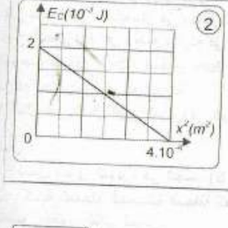
2 . بين أن حركة مركز عطالة الجسم(S)مستقيمة جيبية

3 . اكتب عبارة دور حركته واحسب قيمته.

4 . بين أن الطاقة الحركية للجسم(S) تعطى العلاقة

$$E_c=\frac{1}{2}m\omega_0^2\left(x_m^2-x^2(t)\right)$$

5 . يمثل البيان التالي (الشكل2) تغيرات الطاقة الحركية بدلالة مربع فاصلة مركز عطالة الجسم (S) اثناء حركته. استعن بالبيانين لإيجاد : φ (الصفحة الابتدائية) ، k ، m ، x_m



6. احسب سرعة مركز عطالة الجسم(S) عند المرور بنقطة فاصلتها $1cm$ بالاتجاه الموجب

الحل

1 – التعبير عن $\Delta\ell$ عند التوازن بدلالة K ، g ، m :

بتطبيق القانون الأول لنيوتن : $\Sigma\vec{F}_{ext}=0\rightarrow\vec{P}+\vec{F}_0=\vec{0}$ بالاسقاط على (Ox) :

$P-F_0=0\rightarrow mg=K\Delta\ell$ و منه $\Delta\ell=\frac{mg}{k}$.

2 – كتابة المعادلة التفاضلية المحققة للفاصلة x :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\Sigma\vec{F}_{ext}=m\vec{a}\rightarrow\vec{P}+\vec{F}=m\vec{a}$

بالاسقاط على (Oz) فإن : $P-F=ma$ حيث: $F=k(\Delta\ell+x)$ ومنه

$mg-k(\Delta\ell+x)=ma\rightarrow -kx=m\ddot{x}$ ومنه: $\ddot{x}+\frac{K}{m}x=0$ معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية بدون طرف ثان حلها: $x=x_m\cos(\omega_0t+\varphi)$

فالحركة مستقيمة جيبية نبضها $\omega_0=\sqrt{\frac{K}{m}}$.

3 – عبارة الدور و قيمته : $\omega_0=\frac{2\pi}{T_0}=\sqrt{\frac{K}{m}}\rightarrow T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

قيمته T_0 من البيان : $\frac{3}{4}T_0=0.75\rightarrow T_0=\frac{4\times0.75}{3}=1s$

4 – اثبات أن $E_c=\frac{1}{2}m\omega_0^2(x_m^2-x^2(t))$: لدينا $x(t)=x_m\cos(\omega_0t+\varphi)$ و منه

$v=\frac{dx}{dt}=-x_m\omega_0\sin(\omega_0t+\varphi)$ وبالتعويض في عبارة $E_c=\frac{1}{2}mv^2$ فإن

$E_c=\frac{1}{2}mx_m^2\omega_0^2\sin^2(\omega_0t+\varphi)$ و لدينا : $\sin^2(\omega_0t+\varphi)+\cos^2(\omega_0t+\varphi)=1$ و منه

$$\sin^2(\omega_0t+\varphi)=1-\cos^2(\omega_0t+\varphi)$$

$$E_c=\frac{1}{2}mx_m^2\omega_0^2\left(1-\cos^2(\omega_0t+\varphi)\right)=\frac{1}{2}m\omega_0^2\left(x_m^2-x_m^2\cos^2(\omega_0t+\varphi)\right)$$

ومنه:

$$E_C=\frac{1}{2}m\omega_0^2\left(x_m^2-x^2(t)\right)$$

5 – إيجاد قيم كل من φ ، x_m ، k ، m بالاستعانة بالبيانين: من البيان (2) فانه لما $x=x_m$ فإن $E_c=0$ وعندئذ يكون : $x^2=x_m^2=4\times10^{-2}m\rightarrow x_m=2\times10^{-2}m$

لما $x=0$ فإن E_c عظمى و تساوي الطاقة الكلية للجملة و تساوي الطاقة الكامنة المرونية العظمى : $E=E_{pe}=\frac{1}{2}kx_m^2=2\times10^{-3}$ ومنه: $k=\frac{4\times10^{-3}}{x_m^2}=10Nm^{-1}$

و $\omega_0=\sqrt{\frac{K}{m}}=\frac{2\pi}{T_0}\rightarrow m=\frac{T_0^2k}{4\pi^2}=\frac{1\times10}{6.28}=0.25kg$

ايجاد φ : عند $t=0$ فإن $x=0$ و منه : $x_m\cos\varphi=0\rightarrow\varphi=\frac{\pi}{2}$ ou $\varphi=-\frac{\pi}{2}$

و لدينا $v=-x_m\omega_0\sin\varphi>0$ من الشكل (1) و منه فإن $\varphi=-\frac{\pi}{2}$

6 – حساب سرعة الجسم عند المرور من الفاصلة $x=1cm$: من البيان (2) فانه عند $x=1cm$ فإن $E=\frac{1}{2}mv^2=1.6\times10^{-3}$ ومنه:

$$V^2=\frac{2E}{m}\rightarrow V=\pm\sqrt{\frac{2\times1.6\times10^{-3}}{0.25}}=\pm\sqrt{12.8\times10^{-3}}=\pm0.11m/s$$

2– النواس الثقلي

a - النواس الثقلي المركب: هوكل جسم صلب يهتز حول محور أفقي لايمر من مركز عطالته .

وضع التوازن : يتحقق وضع التوازن لما: $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$

أي أن $\vec{P}$ و $\vec{R}$ لهما نفس الحامل (شاقول مركز عطالة النواس G)

ونميز حالتين : 1 ـ توازن حرج G أعلى محور الدوران إذا أزيح الجسم عنه لايعود إليه.

2 ـ **توازن مستقر** G أسفل محور الدوران إذا أزيح الجسم عنه يعود إليه.

توازن مستقر

اهتزازات النواس الثقلي: ـ في غياب قوى الاحتكاك تكون حركته جيبية دورية دورها الذاتي (T_0)من أجل السعات الصغيرة $\theta_m < 15°$.

ـ بوجود قوى الاحتكاك تكون حركته شبه دورية (شبه الدور T يساوي تقريبا T_0 في حالة التخامدات الضعيفة).

3 ـ النواس الثقلي البسيط

يتكون من جسم نقطي كتلته m معلق بخيط مهمل الكتلة و عديم الامتطاط طوله (ℓ).

3 ـ 1 ـ حركة النواس البسيط :

نزيح النواس عن وضع توازنه المستقر بزاوية θ_m تسمى **السعة الزاوية** ثم نتركه دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ فيقوم باهتزازات على جانبي وضع التوازن فيكون مسار الكتلة m جزء من دائرة مركزها O (نقطة التعليق) ونحدد موضعه في اللحظة t بالزاوية $\theta(t)$ التي ندعوها **بالمطال الزاوي أو الفاصلة الزاوية .**

3 ـ 2 ـ المعادلة التفاضلية المحققة للمطال الزاوي θ:

باعتبار الجملة (أرض+كرة) فإن الحصيلة الطاقوية بين الوضع1 والوضع2 حيث تستقبل الجملة أو تفقد طاقة عن طريق تحويل ميكانيكي W_T (عمل قوة التوتر) الناتج عن قوة تأثير الخيط على الكرة حيث نكتب معادلة انحفاظ الطاقة بالعلاقة: $E_{pp1}+E_{c1}+W_T=E_{pp2}+E_{c2}$.....(1) حيث عمل قوة التوتر معدوم في كل لحظة (لأنه عمودي على الانتقالات العنصرية المستقيمة)

ـ الوضع 1: E_{C1} معدوم ($v = 0$) ، $E_{pp1}=mgh_1=mg\ell(1-\cos\theta_m)$

ـ الوضع 2 : $E_{C2}=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\ell^2\dot\theta^2$ حيث: $\dot\theta = d\theta/dt$ ،

$E_{pp2}=mgh_2=mg\ell(1-\cos\theta)$ والتعويض في العلاقة (1) نجد:

$mg\ell(1-\cos\theta_m)+0=mg\ell(1-\cos\theta)+\frac{1}{2}m\ell^2\dot\theta^2$ ومنه:

$g(1-\cos\theta_m)=g(1-\cos\theta)+\frac{1}{2}\ell\dot\theta^2$ باشتقاق الطرفين بالنسبة للزمن:

$0=g\sin\theta.d\theta/dt+\ell\dot\theta\ddot\theta$ ومنه: $g\sin\theta+\ell\ddot\theta=0$ معادلة تفاضلية لاتقبل حلا جيبيا.

من أجل السعات الصغيرة : $\sin\theta \approx \theta$ بـ (rad) ومنه : $g\theta+\ell\ddot\theta=0$ ومنه: $\ddot\theta+\frac{g}{\ell}\theta=0$

وهي المعادلة التفاضلية المحققة للفاصلة الزاوية والتي تقبل حلا جيبيا من الشكل:

$$\theta(t)=\theta_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$$

3 ـ 3 ـ عبارة الدور الذاتي للحركة T_0:

لدينا : $\theta(t)=\theta_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}+\varphi\right)$ بالاشتقاق بالنسبة للزمن يكون :

$\dot\theta=\frac{d\theta}{dt}=-\theta_m\frac{2\pi}{T_0}\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}+\varphi\right)$ و $\ddot\theta=\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\theta_m\frac{4\pi^2}{T_0^2}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

و بالتعويض في عبارة المعادلة التفاضلية (2) نجد :

$-\theta_m\frac{4\pi^2}{T_0^2}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)+\frac{g}{\ell}\theta_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)=0$ فإن :

$\left(-\frac{4\pi^2}{T_0^2}+\frac{g}{\ell}\right)\theta_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)=0$ ومنه: $-\frac{4\pi^2}{T_0^2}+\frac{g}{\ell}=0$ ومنه: $T_0=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ وحدته s

الدور الذاتي لاعلاقة له بسعة الحركة θ_m ، بينما يتعلق بالطول ℓ وبتسارع الجاذبية g.

3 ـ 4 ـ دور وتواقت الاهتزازات صغيرة السعة:

نعتبر أن حركة النواس البسيط غير متخامدة خلال مدة زمنية صغيرة .

ـ دور النواس الذاتي T_0: هو المدة الزمنية التي تفصل بين مرورين متتاليين لمركز عطالته G من نفس الموضع و في نفس الاتجاه .

ـ تواقت الاهتزازات صغيرة السعة: تكون الاهتزازات صغيرة السعة متواقتة (لها نفس الدور) اذا كان $\theta_m < 10°$ و تكون حركة النواس البسيط دورانية جيبية.

مخطط $\theta(t)$ في غياب الاحتكاكات

- لا يتعلق دور النواس البسيط بكتلته من أجل السعات الصغيرة θ_m.
- يتناسب دور النواس البسيط طرديا مع الجذر التربيعي لطوله ℓ.

علاقة دور النواس البسيط غير المتخامد $T_0=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

السرعة والتسارع الزاويين:

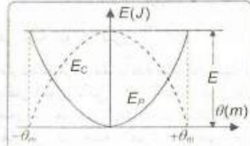
المطال الزاوي : $\theta(t)=\theta_m\cos(\omega_0 t)$

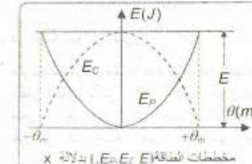
السرعة الزاوية: $\dot\theta=d\theta/dt=-\omega_0\theta_m\sin(\omega_0 t)$

التسارع الزاوي: $\ddot\theta=d^2\theta/dt^2=-\omega_0^2\theta_m\cos(\omega_0 t)=-\omega_0^2\theta$

مخططا $\theta(t),\dot\theta(t)$ في غياب الاحتكاكات

مخططات الطاقة





مخططات الطاقة(E, E_C, E_P) بدلالة x

مخططات الطاقة(E, E_C, E_P) بدلالة t

3 – 5 - الاهتزازات الحرة المتخامدة :

a - **حالة التخامد الضعيف : النظام شبه دوري.**
تتناقص سعة اهتزازات النواس البسيط و تصبح حركته شبه دورية يقترب شبه الدور T بالدور الذاتي T_0 كلما كان التخامد ضعيفا *Pseudo - Periodique* .

b - **حالة التخامد المعتبر : النظام اللادوري.**
عندما تكون الاحتكاكات معتبرة لا تهتز الجملة و تعود الى وضع التوازن بسرعة و حركتها لا دورية .

b - **حالة التخامد القوي : النظام الحرج .**
عندما تكون الاحتكاكات كبيرة لا تهتز الجملة و تعود الى وضع التوازن بسرعة كبيرة وبأقصر مدة وحركتها لا دورية .

نظام شبه دوري (f ضعيفة)

نظام لا دوري (f معتبرة)

نظام لا دوري حرج (f كبيرة)

مخططات الطاقة في حالة وجود احتكاكات

4 . تغذية الاهتزازات الميكانيكية

تغذية الاهتزازات الميكانيكية
تتخامد اهتزازات الهزاز الميكانيكي الحر اذا لم يزود بالطاقة من الوسط الخارجي بعد وضعه في حالة حركة بسبب الاحتكاكات ، فالتخامد هو فقدان طاقة من قبل الهزاز باتجاه الوسط الخارجي ومن أجل الحصول على اهتزازات نقوم بتعويض الطاقة الضائعة للهزاز في كل لحظة
أمثلة :

— اهتزاز رقاص الساعة الحائطية ، يغذى بتقديم طاقة ميكانيكية عن طريق رفع اثقال وزيادة ارتفاعها و أثناء هبوطها تنقص طاقتها الكامنة الثقالية محققة تحويلا تدريجيا للطاقة نحو تجهيز الساعة .

— ساعات اليد الميكانيكية و المنبهات الميكانيكية تحتوي نوابض حلزونية تشكل خزانا للطاقة يكون دور الهزاز المغذي مساويا للدور الذاتي للهزاز الحر غير المتخامد .

في حالة النواس البسيط $T = T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

في حالة النواس المرن $T = T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

تتم تغذية هزاز بتقديم طاقة للجملة المهتزة بنفس الدور الذاتي $T = T_0$ بنفس دون استعمال محرض خارجي *Exitateur exteneur* .
خارجي تتم تغذية الاهتزازات بأجهزة مثل :

— النظام الذي يعتمد أثقالا موازنا كما في الساعات الحائطية .

— النظام الذي يستعمل نابضا حلزونيا كما في بعض الساعات اليدوية.

— المغناطيس الكهربائي الذي يغذي رنانة .

تمارين

تمرين1

1 - في حالة النظام الحر المتخامد الشبه دوري .
a - التخامد ضعيف ، *b* - التخامد معتبر ، *c* - التخامد يرجع للحرارة
d - يساوي شبه الدور في النظام شبه دوري الدور الذاتي .

2 - العلاقة $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ تطبق اذا توفرت عدة شروط

a - يجب ان يكون النواس بسيطا   *b* - يجب أن تكون قوى الاحتكاك مهملة
c - يجب أن تكون سعة الاهتزازات ضعيفة   *d* - يجب أن تكون الاهتزازات حرة

3 - نواسان $P_1 ، P_2$ طولاهما $L_1 ، L_2$ دوراهما الذاتيين $T_{01} ، T_{02}$ اللذان يحققان العلاقة $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ اذا كان النواس الأول يقوم باهتزازتين مقابل اهتزازه واحدة للنواس الثاني فان

$a) T_2 = 2T_1$ ، $b) T_1 = 2T_2$ ، $c) L_2 = 4L_1$ ، $d) L_2 = 2L_1$

الحل

1 ← $a ، d$ 2 ← $a ، b ، c ، d$ 3 ← $a) T_2 = 2T_1$ ، $c) L_2 = 4L_1$

تمرين2

1. عرف دور وتواتر اهتزاز نواس بسيط.
2. خلال اهتزاز نواس بسيط حصلنا على البيان التالي والذي يمثل تغير المطال الزاوي بدلالة الزمن. حدد دور وتواتر هذه الاهتزازات.

الحل

1. الدور T : هو المدة الزمنية لاهتزازة واحدة وتقدر بالثانية s.
التواتر f : هو عدد الاهتزازات في الثانية ويقدر بالهرتز Hz
2. من البيان : لدينا: $2T = 0.5s \rightarrow T = 0.25s$
التواتر: $f = 1/T = 1/0.25 = 4Hz$

تمرين3

لدينا نواس بسيط كتلته $m = 200g$ وطوله $l = 1m$ نزيحه عن وضع توازنه بزاوية θ ثم نتركه دون سرعة ابتدائية .
1. ما هو الشرط الذي يتحقق حتى يكون دور الاهتزاز لايتعلق بسعة الحركة؟
2. a. ما العبارة الحرفية للدور الذاتي لاهتزازات النواس البسيط؟
b. تحقق من تجانس علاقة الدور.
c. احسب قيمة الدور والتواتر علما ان شدة حقل الجاذبية $g = 9.80ms^{-2}$.

الحل

1. يكون دور الاهتزاز غير متعلق بسعة الحركة و لا بكتلة النواس من أجل السعات الصغيرة. $(\theta \leq 10^0)$

2. a. العبارة الحرفية لدور الذاتي للنواس: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$.

b. التحقق من تجانس هذه العلاقة: الطرف الأول : $[T_0] = [s]$

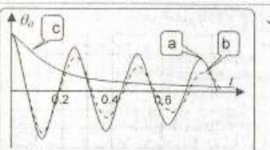
الطرف الثاني: 2π ليس له وحدة .

$$\sqrt{\frac{\ell}{g}} = (\ell)^{1/2}.(g)^{-1/2} \rightarrow [\ell]^{1/2}.[g]^{-1/2} = [m]^{1/2}.[ms^{-2}]^{-1/2}$$

$$= [m]^{1/2}.[m]^{-1/2}.[s^{-2}]^{-1/2} = 1.[s] = [s]$$ ومنه فالعلاقة متجانسة.

c. حساب قيمة الدور والتواتر: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{9.8}} \approx 2s$ التواتر: $f = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2} = 0.5Hz$

تمرين4



نسجل تطور المطال الزاوي لنواس بسيط بدلالة الزمن لثلاثة تجارب مختلفة فنحصل على الشكل المقابل:
1. ما هي الظاهرة التي تبرزها كل حالة ؟
2. ما هي التغيرات التي نفرضها على التجهيز للمرور من حالة إلى أخرى؟
3. ارفق بكل تمثيل بياني نظام اهتزاز موافق له .
4. رتب هذه التسجيلات حسب تزايد تخامدها

الحل
1. الظاهرة التي تبرزها المنحنيات الثلاث هي ظاهرة التخامد.
2. للمرور من حالة إلى أخرى نغير الاحتكاكات مثلا بتثبيت كتلة مجنحة على كتلة النواس.
3. البيانان a, b يمثلان النظام الشبه دوري ، بينما البيان c يمثل النظام اللادوري.
4. كلما كان التخامد معتبر كانت سعة الاهتزازات أصغرية ومنه الترتيب حسب تزايد التخامد :

تزايد التخامد ←

c , b , a

تمرين5

لنواس ميقاتية حركة دورية دورها T ،عندما لانغذي حركة النواس تتخامد اهتزازاته ودور حركة النواس يمكن إعطاؤه بالعلاقة:

$$T = T_0\left(1 - \frac{\delta^2}{2\pi^2}\right)$$

1 ـ لماذا تتخامد هتزازات النواس ؟

2 ـ ما هو الاسم الذي يمكن إعطاؤه للدور T؟

3 ـ عمليا نسمي δ التناقص اللوغارتمي. وهو صغير جدا. كيف نسمي المدة المقاسة بواسطة T_0؟

4 ـ لدينا $\delta = 0.02$ ، نعتبر ميقاتيتين دور نواسيهما T و T_0 ما هو تأخر الميقاتية الأولى بالنسبة للميقاتية الثانية خلال أسبوع؟

5 ـ تتم تغذية الاهتزازات بواسطة جسم صلب معلق بواسطة حبل ملفوف على أسطوانة ، نعيد رفع الجسم (S) على الأقل مرة خلال أسبوع .

علما بأن (S) كتلته $m = 2.0kg$ يهبط ارتفاعا $1.5m$ أحسب الطاقة التي تقدم للميقاتية كل اسبوع.

الحل

1ـ تتخامد هتزازات النواس لوجود احتكاكات.

2 ـ الاسم الذي يمكن إعطاؤه للدور T هو شبه الدور .

3 ـ نسمي المدة المقاسة بواسطة T_0 الدور الذاتي للميقاتية.

4ـ لدينا $T = T_0\left(1 - \frac{\delta^2}{2\pi^2}\right)$ ومنه: $T = T_0 - T_0\frac{\delta^2}{2\pi^2} \leftarrow T - T_0 = -T_0\frac{\delta^2}{2\pi^2}$

الميقاتية تدق الثانية أي دورها $T_0 = 2s$ و $\Delta T = |T - T_0|$ يمثل التأخر الزمني خلال

وروقيمته: $\Delta T = 2\frac{(2\times10^{-2})^2}{2\pi^2} = 4\times10^{-5}s$ ويكون التأخر الزمني خلال

يوم $\Delta t_1 = \frac{4\times10^{-5}}{T_0}j = 1.73s$

ويكون التأخر الزمني خلال أسبوع هو : $\Delta t = 7\Delta t_1 = 1.73\times7 \approx 12s$

5 ــ الطاقةالتي يجب تقديمها للجسم كل أسبوع: $E = mgh = 2\times9.8\times2 = 39.2\,joules$

تمرين6

نواس بسيط يتكون من ثريا *lustre* كتلتها $m = 12kg$ معلقة بواسطة حبل طوله ℓ في مستودع يقوم بحركات اهتزازية ضعيفة في مكان تكون فيه شدة الثقالة $g = 9.8ms^{-2}$.
1. ما هي القيمة العظمى للسعة الزاوية حتى يقوم النواس بحركة اهتزازية دورية ؟
2. ما هي العلاقة الحرفية لدور الاهتزازات ؟
3. قيس زمن 10 اهتزازات فوجد مساويا $69.5s$ أحسب الطول ℓ للنواس عندئذ.

الحل

1. للحصول على اهتزازات صغيرة السعة يجب أن يكون المطال الزاوي الأعظمي $\theta_{max} \leq 10°$

2. العلاقة الحرفية لدور الاهتزازات: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$.

3. حساب طول النواس: الدور الذاتي للنواس : $t = 10T_0 \rightarrow T_0 = t/10 = 69.5/10 = 6.95s$

لدينا : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow T_0^2 = 4\pi^2\frac{\ell}{g} \rightarrow \ell = \frac{gT_0^2}{4\pi^2}$ ومنه: $\ell = \frac{9.8\times(6.95)^2}{4\times3.14} = 11.99s \approx 12s$

تمرين7

لتحديد شدة الثقالة g في مكان ما اقترح باحث استعمال نواس بسيط يتكون من خيط عديم الامتطاط طوله $\ell = 0.49m$ وكرة حديدية قطرها $d = 1cm$.

1.a. لماذا تعتبر هذا النواس بسيطا ؟

b. ما هي المسافة الموافقة لطول النواس البسيط ؟

c. لماذا استعمل الباحث كرة حديدية ؟

2. قرر الباحث قياس زمن 20 اهتزازة .

a. لماذا اختار الباحث قياس زمن 20 اهتزازة ؟

b. ما هو المطال الزاوي الابتدائي الذي يعطيه الباحث للهزاز ؟

3. استعمل الباحث كرونومتر فحصل على النتائج التالية:

28.2	28.4	27.8	29.1	28.5	28.3	29.0	27.6	28.0	28.7
27.6	28.2	28.1	28.3	29.0	27.8	28.0	27.9	28.8	28.0

احسب القيمة المتوسطة $\bar{t}$ للقياسات .

احسب دقة القياس.

حل

a. نعتبر النواس بسيطا لأن قطر الكرة $d = 1cm$ صغيرا أمام طول النواس $\ell = 0.49m$.

طول النواس البسيط = المسافة بين نقطة التعليق ومركز عطالة الكرة

$\ell' = 49 + 0.5 = 49.5cm = 0.495m$

استعمل الباحث كرة حديدية للتقليل من دافعة أرخميدس ومقاومة الهواء.

a. اختار الباحث قياس زمن 20 اهتزازة للتقليل من الأخطاءولتحسين دقة القياس.

المطال الزاوي الابتدائي الذي يعطيه الباحث للهزاز هو : $\theta_m \leq 10°$

a. حساب القيمة المتوسطة $\bar{t}$ للقياسات: $\bar{t} = \frac{\sum t}{n} = 28.265s = 28.30s$

حساب دقة القياس: $\Delta t = t_{max} - t_{min} = 29.1 - 27.6 = 1.5s \rightarrow \Delta t / \bar{t} = 1.5/28.3 = 0.05$

مرين8

I. دراسة نواس بسيط

واس بسيط طوله $\ell = 0.495m$ يقوم بحركات اهتزازية صغيرة السعة في مكان تكون فيه شدة الجاذبية $g = 9.805ms^{-2}$.

1. متى تكون الحركات الاهتزازية صغيرة السعة ؟
2. لماذا نحدد بأنه يقوم باهتزازات صغيرة السعة؟
3. بواسطة التحليل البعدي أوجد علاقة الدور الذاتي T_0 للنواس البسيط بدلالة المقادير المميزة له.
4. أذكر بروتوكولا تجريبيا يسمح بتحديد القيمة العددية لثابت علاقة الدور بدقة كبيرة.
5. أحسب الدور الذاتي لهذا النواس البسيط.

II. تأثير الطول

حقق مجموعة من النواسات بواسطة خيوط مختلفة الطول ℓ وبكرة حديدية قطرها $D = 18mm$.

1. عرف الطول ℓ للنواس.
2. ما الشرط الذي يتحقق لكي تماثل هذه النواسات النواس البسيط ؟
3. ما هو طول الخيط الموافق للنواس البسيط الموصوف في I ؟
4. ما هو الطول الذي يأخذه النواس لكي يصبح دوره ضعف الدور T_0 المحسوب في I ؟

III- تأثيرحقل الجاذبية.

حقق نواسا عن طريق متحرك ذاتي *autoporteur* مثبت بواسطة خيط الى نقطة ثابتة مختارة ونجعله يهتز على طاولة مائلة نختار طول النواس بحيث يكون دور اهتزازاته في المستوي الشاقولي يساوي الدور المحسوب في I.5 . من أجل زوايا مختلفة للطاولة نقيس زمن 10اهتزازات صغيرة السعة فنحصل على النتائج التالية:

زاوية الانحراف α بالدرجة	10	20	30	50	70	90
الزمن بالثانية	33.9	24.1	20.0	16.1	14.6	
الدور T بالثانية						
$T^2.\sin\alpha$						

1. أكمل الجدول.
2. استنتج العلاقة الحرفية للدور T للنواس المهتز على الطاولة المائلة بدلالة دور النواس الشاقولي T_0 وزاوية ميل الطاولة α.

الحل

I.1. تكون الحركات الاهتزازية صغيرة السعة عندما لاتتعدى سعة اهتزازاته $10°$.

2. نحدد بأنه يقوم باهتزازات صغيرة السعة لأن دور الاهتزازات لايتعلق بالسعة في هذه الحالة.

3. لدينا : $[T_0] = [s]$ و $[\ell] = [m]$, $[g] = [m].[s^{-2}] \rightarrow \frac{[\ell]}{[g]} = \frac{[m]}{[m].[s^{-2}]} = [s^2]$

إذن : $\sqrt{\frac{[\ell]}{[g]}} = [s]$ ومنه: $T_0 = k.\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

4. لتحديد القيمة العددية لـ k بدقة كبيرة نحسب زمن 20 اهتزازة لنواسات بسيطة مختلفة ثم نستنتج قيمة T_0 ثم القيمة المتوسطة للنسبة $T_0/(\ell/g)^{1/2}$ فنجد : $k \cong 6.28$

5. حساب الدور الذاتي للنواس : $T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 6.28\sqrt{\frac{0.495}{9.805}} = 1.41s$

II.1. طول النواس البسيط هو المسافة بين نقطة التعليق ومركز الكرة: $L = \ell + D/2 = \ell + R$

2. حتى يكون النواس مماثل لنواس بسيط يجب أن يكون : $R << L$ $(R/L = 2/100)$

3. حساب طول النواس: $L = \ell - R = 0.495 - 0.009 = 0.486m$

4. لدينا : $T'_0 = 2T_0$ ومنه $T_0'2\pi.\sqrt{\frac{\ell'}{g}} = 2(2\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g}}) \rightarrow \ell' = 4\ell = 4 \times 0.495 = 1.980m$

وطول النواس : $L = \ell' - R = 1.980 - 0.009 = 1.971m$

III- 1. إكمال الجدول:

زاوية الانحراف α بالدرجة	10	20	30	50	70	90
الزمن بالثانية	33.9	24.1	20.0	16.1	14.6	14.1
الدور T بالثانية	3.39	2.41	2.00	1.61	1.46	1.41
$T^2.\sin\alpha$	2.00	1.99	2.00	1.99	2.00	1.99

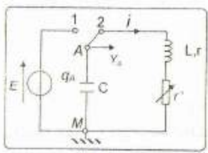
2. من الجدول نلاحظ أن $T^2.\sin\alpha$ مقدار ثابت ويساوي T_0^2 . $(T_0^2 = T^2.\sin\alpha)$

ومنه: $T = \frac{T_0}{\sqrt{\sin\alpha}}$ حيث $T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

3. عبارة الجاذبية: لدينا : $T = 2\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g\sin\alpha}} \rightarrow g' = g\sin\alpha$

الاهتزازات الحرة لجملة كهربائية

ـ الدراسة التجريبية: تفريغ مكثفة في وشيعة



ق الدارة التالية التي تحتوي مكثفة سعتها (C) وناقل أومي
متة (r') ووشيعة ذاتيتها (L) مقاومتها (r) على التسلسل
ون المقاومة الكلية للدارة $R = r + r'$
سل النقطة A بالمدخل Y_A لراسم الاهتزاز المهبطي.
ن المكثفة بوضع القاطعة في الوضع (1) فيكون التوتر بعد
نها $u_C = u_m$.
اللحظة $t = 0$ نورجح القاطعة إلى الوضع (2) (دارة $R.L.C$) فيحدث تفريغ للمكثفة في
شيعة وفي الناقل الأومي.
أجل قيمة صغيرة للمقاومة $R = r + r'$ نشاهد على شاشة
م الاهتزاز اهتزازات متخامدة للتوتر الكهربائي بين
ي المكثفة حيث تتناقص سعته مشكلة اهتزازات حرة
امدة شبه دورية.

اهتزازات كهربائية حرة متخامدة

ـ الأنظمة الثلاثة الحرة للدارة $R.L.C$ على التسلسل:

قف طبيعة النظام الحر المشاهد على قيمة المقاومة $R = r + r'$ وتبعا لذلك نميز 3 أنظمة:

ـ 1 النظام الشبه دوري : نلاحظ هذا النظام عندما
ن مقاومة الدارة ضعيفة حيث تتناقص سعة الاهتزازات
ريجيا ويكون شبه الدور T مستقلا عن $R = r + r'$

ير السعة والذاتية على شبه الدور T :

داد شبه الدور T للدارة $R.L.C$ بزيادة سعة المكثفة C
يضا بزيادة ذاتية الوشيعة L.

$u_C(V)$ — $t(\mu s)$

اهتزازات كهربائية حرة متخامدة

- 2 النظام اللادوري: عندما تكون مقاومة الدارة معتبرة
مكثفة تتفرغ بدون أن يقدم التوتر u_C اهتزازات ويؤول
ريجيا إلى الصفر.

ـ3 النظام الحرج: هو نظام لا دوري ينعدم فيه التوتر u_C
ل أقصر مدة ويدعى أيضا بنظام لادوري حرج،
يمة المقاومة في هذا النظام التي ينتهي عندها النظامين
عى المقاومة الحرجة $R = R_c$.

نظام لادوري — نظام لادوري حرج

ـ المعادلة التفاضلية للدارة $R.L.C$ على التسلسل في النظام الحر:

مذج الدارة $R.L.C$ على التسلسل بـ 3 عناصر كهربائية مثالية:
كثفة سعتها C، ووشيعة ذاتيتها L، وناقل أومي مقاومته R
جه الدارة بتحديد جهة التيار (شدة التيار موجبة إذا كان اتجاهه
افق الاتجاه المختار).
طبيق قانون جمع التوترات فإن: $u_R + u_C + u_L = 0$ ......(1)
يث: $u_R = Ri$ و $u_L = L\frac{di}{dt}$ و $i = \frac{dq}{dt}$ و $u_C = \frac{q}{C} \rightarrow q = u_C.C$

ولدينا $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$: ومنه $u_L = LC\frac{d^2u_C}{dt^2}$ و $u_R = Ri = RC\frac{du_C}{dt}$

وبالتعويض في المعادلة (1) نجد: $LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ بالقسمة على LC نجد:

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0 \quad ...(2)$$

وهي المعادلة التفاضلية للدارة $R.L.C$ في النظام الحر

يدعى الحد $\frac{R}{L}\frac{du_C}{dt}$ بحد التخامد الذي يحدد حسب قيمة R طبيعة النظام المشاهد.

4 ـ دراسة الدارة L,C:

ندرس الدارة $L.C$ المكونة من مكثفة سعتها C ووشيعة ذاتيتها L ،نعتبرها مثالية أي مقاومتها معدومة، هذه الحالة نظرية لايمكن تحقيقها عمليا.
المكثفة مشحونة في البداية والتوتر بين طرفيها $u_C = u_m$
شحنتها: $q_m = Cu_m$ نربطها في اللحظة $t = 0$ بالوشيعة المثالية.

4 - 1 المعادلة التفاضلية المحققة لـ u_C: بتطبيق قانون جمع التوترات فإن: $u_C + u_L = 0$

وبالتالي تأخذ المعادلة (2) الشكل: $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$ ...(3) وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية للتوتر u_C بدلالة الزمن وبدون طرف ثان أهمل فيها التخامد.

4 ـ2 حل المعادلة التفاضلية:

تقبل المعادلة التفاضلية $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$ حلا من الشكل : $u_C = A\cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$

A . T_0 هي ثوابت و $(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ الصفحة في اللحظة t و φ الصفحة في اللحظة $t = 0$

4 ـ 3 تحديد الدور الذاتي T_0 :

نشتق u_C مرتين بالنسبة للزمن ونعوض في العلاقة (3) :

$$\frac{du_C}{dt} = -A\frac{2\pi}{T_0}\sin(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi) \rightarrow \frac{d^2u_C}{dt^2} = -A\frac{4\pi^2}{T_0^2}\cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$$

وبالتعويض في (3):

$$-A\frac{4\pi^2}{T_0^2}\cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi) + \frac{1}{LC}A\cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi) = 0$$

$$\left(-\frac{4\pi^2}{T_0^2} + \frac{1}{LC}\right)A\cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi) = 0 \quad : \text{ومنه} \quad -\frac{4\pi^2}{T_0^2} + \frac{1}{LC} = 0$$

ومنه : $\frac{4\pi^2}{T_0^2} = \frac{1}{LC} \leftarrow$ $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ وهو الدور الذاتي للاهتزازات الحرة غير المتخامدة للدارة $L.C$ ، وهو يتوقف على المقدارين $L.C$.

4 ـ 4 تحديد A . φ :

تحدد A . φ انطلاقا من الشروط الابتدائية: شدة التيار منعدمة قبل غلق الدارة أي: $i(t=0) = 0$

ولدينا: $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$: ومنه $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt} = -A\frac{2\pi C}{T_0}\sin(\varphi) = 0$

ومنه: $\sin(\varphi)=0 \leftarrow \varphi=0$ أو $\varphi=\pi$

ولدينا : $u_C(t=0)=u_m$ ومنه $u_C=A\cos(0)=u_m$ ومنه : $A=u_m$ ويمثل القيمة العظمى للتوتر أو السعة. ويكون التوتر بين طرفي المكثفة للدارة $L.C$ الحرة هو :

$u_C=u_m\cos\frac{2\pi}{T_0}t$ أي أن الاهتزازات الكهربائية للدارة $L.C$ جيبية .

شدة التيار i في الدارة والشحنة q للمكثفة:

لدينا : $q(t)=Cu_c(t)$ ومنه: $q(t)=Cu_m\sin(\frac{2\pi}{T_0}t)$

ولدينا: $i=\frac{dq}{dt}$ ومنه: $i(t)=u_m\sqrt{\frac{C}{L}}\sin(\frac{2\pi}{T_0}t)$

التوتر u_C وشدة التيار i في الدارة $L.C$ دالتين جيبيتين في الزمن

التحليل البعدي للدور الذاتي:

نبرهن أن المقدار $T_0=2\pi\sqrt{LC}$ متجانس مع الزمن

4- الدراسة الطاقوية :

4-1 الحصيلة الطاقوية

نكتب المعادلة التفاضلية المعبرة عن تطور الدارة RLC في النظام الحر: $L\frac{di}{dt}+Ri+\frac{q}{C}=0$

بضرب العلاقة في $i=\frac{dq}{dt}$ نجد : $Li\frac{di}{dt}+Ri^2+\frac{q}{C}\frac{dq}{dt}=0$ والتي يمكن كتابتها بالشكل

$$L\frac{d}{dt}\left(\frac{i^2}{2}\right)+Ri^2+\frac{1}{C}\frac{d}{dt}\left(\frac{q^2}{2}\right)=0 \quad \text{ومنه:} \quad Ri^2+\frac{d}{dt}\left(\frac{Li^2}{2}+\frac{q^2}{2C}\right)=0$$

حيث: $E_{(L)}(t)=\frac{1}{2}Li^2(t)$ الطاقة المخزنة في الوشيعة .

و $E_{(C)}(t)=\frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C}$ الطاقة المخزنة في المكثفة .

نضع: $E(t)=\frac{1}{2}Li^2+\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{1}{2}Li^2+\frac{1}{2}Cu_C^2$ والتي تمثل الطاقة المخزنة في الدارة في اللحظة t

والحصيلة الطاقوية تكتب: $\frac{dE(t)}{dt}+Ri^2(t)=0$.

4-2 التفسير

ـ حالة إهمال التخامد : يهمل التخامد عندما تكون مقاومة الدارة مهملة $(R\to 0)$ وتصبح

الحصيلة الطاقوية $\frac{d\left(\frac{1}{2}Li^2+\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right)}{dt}=0 \rightarrow \frac{dE(t)}{dt}=0$ ومنه : $\frac{1}{2}Li^2+\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=E=cte$

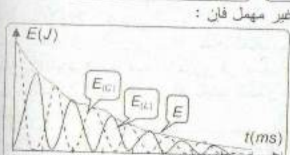
وهي طاقة الدارة $L.C$ ،عندما يكون التخامد مهملا و يحدث تبادل في الطاقة الدورية بين المكثفة و الوشيعة و الطاقة الكلية للدارة تبقى ثابتة خلال الزمن وتساوي الطاقة المخزنة الابتدائية في المكثفة .

مخططات الطاقة $(E_{(L)},E_{(C)},E)$ بدلالة t

مخططات الطاقة $(E_{(L)},E_{(C)},E)$ بدلالة i

***حالة عدم إهمال التخامد** : عندما يكون التخامد غير مهمل فإن :

$\frac{dE(t)}{dt}=-Ri^2(t)$ أي: $\frac{dE(t)}{dt}<0$ والطاقة الكهربائية الكلية المخزنة في الدارة تتناقص خلال الزمن و تضيع بشكل حرارة بفعل جول في الناقل الأومي والنواقل المقاومة في الدارة.



ـ R غير مهملة توافق النظامين شبه الدوري و اللادوري .

ـ R صغيرة تتناقص الطاقة تدريجيا عند كل اهتزازة فنشاهد نظاما شبه دوريا والذي تتناقص سعة اهتزازاته بمرور الزمن.

ـ R تأخذ قيما معتبرة نشاهد نظاما لا دوريا والذي يكون فيه ضياع الطاقة مهما.

تغذية الاهتزازات بتعويض التخامد في الدارة RLC



التمثيل الاصطلاحي للمضخم $A.O$

المبدأ:

يعتمد مبدأ تغذية الاهتزازات الحرة لدارة على تقديم طاقة للدارة المهتزة في كل لحظة مكافئة للطاقة الضائعة بفعل جول في المقاومة وبما أن الضياع في الطاقة يرجع للمقاومة فأول ما نفكر فيه هو جعل المقاومة معدومة، يحدث ذلك لو كان بإمكاننا ربط مقاومة سالبة $(-R)$ على التسلسل مع المقاومة R حتى تصبح مقاومة الدارة معدومة .

لذلك يجب اللجوء الى تركيب مكافئ لمقاومة سالبة ويتحقق بذلك باستعمال تجهيز الكتروني يدعى **المضخم العملي** $(A.O)$ الشكل(2)نرمز له في الدارة بـ: D

شكل2

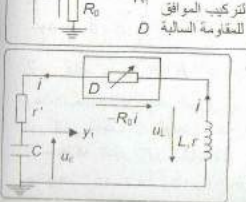
التركيب الموافق للمقاومة السالبة D

نوصل ثنائي القطب D المكافئ لمقاومة سالبة $(-R_0)$ مع (RLC) الذي يعوض الطاقة الضائعة في الدارة.

بإدخال المقاومة $-R_0$ في الدارة تصبح المعادلة التفاضلية:

$$L\frac{dq^2}{dt^2}+(R-R_0)\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0 \qquad R=r+r' \text{ و}$$

$$L\frac{dq^2}{dt^2}+R_{eq}\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0 \rightarrow R_{eq}=R-R_0 \text{ و}$$



$$LC\ddot{u}_C+R_{eq}C\dot{u}+u_C=0\rightarrow \ddot{u}+\frac{R_{eq}}{L}\dot{u}_C+\frac{u_C}{LC}+0$$

المناقشة:

ـ اذا كانت $R_{eq}=R-R_0=0$ فالدارة تكافئ الدارة (L,C) فنحصل على اهتزازات جيبية حرة غير متخامدة لها نفس الدور الذاتي للدارة ، ففي هذه الحالة يعوض D الطاقة الضائعة بفعل جول في المقاومة ،ويقوم بدوره كمغذي للاهتزازات فتتولد في الدارة اهتزازات لها نفس الدور الذاتي للدارة $T_0=2\pi\sqrt{LC}$

ـ اذا كانت $R_{eq}=R-R_0>0$ نشاهد نظاما شبه دوري في حالة R_{eq} صغيرة ، و نظاما لا دوري في حالة R_{eq} معتبرة .

ـ اذا كانت $R_{eq}=R-R_0<0$ نشاهد انطلاق اهتزازات ثم تتضخم حتى التشبع.

تطبيق

دارة تحتوي و شيعة $(L=5.6mH)$ مقاومتها R وسكثفة سعتها $C=4.7\cdot10^{-6}F$ و ثنائي قطب D التوتر بين طرفية يتناسب مع شدة التيار $(R_0>0)\,u_D=-R_0 I$

1 – أكتب المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي المكثفة.

2 – ما ذا يحدث عندما يكون $(R=R_0)$ ؟

ما هو دور ثنائي القطب D ؟

3 – ما هي علاقة الدور في هذه الحالة ؟ أحسب قيمته .

الحل :

1 – كتابة المعادلة التفاضلية : من قانون جمع التوترات : $U_C+U_L+U_D=0$ ومنه:

$$\frac{di}{dt}=\frac{d^2q}{dt^2}=\ddot{q}=C\ddot{u}_C$$

$$\frac{q}{c}+L\frac{di}{dt}+Ri-R_0 i=0$$ ولدينا $\dot{q}=C\dot{u}$ ، $q=Cu_C$ ، $i=\frac{dq}{dt}$ ومنه

$$u_C+LC\ddot{u}_C+(R-R_0)\frac{dq}{dt}=0$$ أي : $\frac{di}{dt}=\frac{d^2q}{dt^2}=\ddot{q}=C\ddot{u}_C$

$$u_C+LC\ddot{u}_C+(R-R_0)C\dot{u}=0$$

$\ddot{u}+\frac{R-R_0}{L}\dot{u}_C+\frac{1}{CL}u_C=0 \quad ......(1)$ وهي المعادلة التفاضلية المحققة لـ u_C .

2 - عندما يكون $R=R_0$ تصبح المعادلة التفاضلية من الشكل: $\ddot{u}_C+\frac{1}{LC}u_C=0 \quad .....(2)$

وهذه المعادلة تسير النظام الدوري للهزاز الكهربائي التوافقي (دون تخامد) دوره الذاتي T_0 .

دور ثنائي القطب D تعويض ضياع الطاقة بفعل جول في المقاومة .

3 – علاقة الدور T_0 : $T_0=2\pi\sqrt{LC}$

$$T_0=2\pi\sqrt{5.6\times10^{-3}\times4.7\times10^{-6}}=10^{-3}s$$

تمارين

ن1

حول الدرس

لكل سؤال ان توافقه اجابة أو عدة اجابات أو لا اجابة صحيحة.

دراسة النظام الحر للدارة RLC على التسلسل الممثلة بالشكل

رجع ظاهرة الاهتزازت الى وجود:

قاومة ووشيعة في الدارة. b) وجود مقاومة ومكثفة.

مكثفة ووشيعة. d) مقاومة فقط.

في حالة اهمال المقاومة الكلية للدارة فإن الشحنة و الشدة، تحققان المعادلات التفاضلية من

ل: a) $q+\frac{L}{C}q=0$, b) $q+\frac{q}{LC}=0$,c) $q+\frac{C}{L}q=0$, d) $i+\frac{i}{LC}=0$

تكون عبارة الدور في الاهتزازات الحرة الجيبية.

a) $T_0=2\pi\sqrt{\frac{C}{L}}$, b) $T_0=2\pi\sqrt{\frac{L}{C}}$, c) $T_0=2\pi\sqrt{\frac{1}{LC}}$, d) $T_0=2\pi\sqrt{LC}$

في حالة عدم إهمال المقاومة R :

الطاقة الكهرومغناطيسية للدارة ثابتة.

اذا كانت مقاومة الدارة R ضعيفة فالنظام شبه دوري.

في النظام شبه الدوري فإن شبه الدور يساوي الدور الذاتي.

في النظام شبه الدوري تنعدم الشدة عندما تكون الشحنة عظمى.

ل

(c ← 2 ، b) $q+\frac{q}{LC}=0$ ← 3 ، d) $T_0=2\pi\sqrt{LC}$ 4 ← (b ، (c ، (d

ين2

ن مكثفة سعتها $C=10\mu F$ تحت توتر $U_0=8V$ ثم توصل في اللحظة $t=0$

بي وشيعة ذاتيتها $L=40mH$ مقاومتها مهملة. يخضع التوتر u_C بين قطبي المكثفة في

ارة (L,C) للمعادلة التفاضلية $\ddot{u}_C+\frac{1}{LC}u_C=0 \quad .....(2)$ حلها العام $u_C=u_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$.

ح جهاز بتحويل قيم u_c باستعمال حاسوب يعطي تمثيله البياني .

اللحظة $t=0$ التوتر u_c معدوم ثم يتطور بعد ذلك بقيم متزايدة.

حدد سعة الاهتزازات.

حدد الصفحة φ_i في اللحظة $t=0$.

احسب الدور T_0 للاهتزازات.

ما شكل المنحنى المتحصل عليه على شاشة الحاسوب؟

ل:

ـ سعة الاهتزازات: $u_m=u_0=8V$

ـ تحديد φ_i : من الشروط الابتدائية $u_c(t=0)=0$

$$U_0=U_m\cos\varphi_i=0,\ U_m\neq0\rightarrow\cos\varphi_i=0\rightarrow\begin{cases}\varphi_i=\pi/2\\ \varphi_i=-\pi/2\end{cases}$$

ان قيم u_c تتزايد بعد $t=0$ فإن $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

حساب الدور الذاتي T_0:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{40\times10^{-3}\cdot10\times10^{-6}} = 40\pi\frac{10^{-4}}{3.16} \quad 4\times10$$

ون المعادلة U_c بدلالة t:

$$u_c = 8\cos\left(\frac{2\pi}{4\times10^{-3}}t + \frac{\pi}{2}\right) = 8\cos\left(500\pi t + \right.$$

شكل المنحنى: بما أن الدارة (L,C) هزازا حر غيرمتخامد فاهتزازاته جيبية.

ين3 :

ب الجدول باستعمال المقادير التالية :
دة التيار i، التوتر بين طرفي المكثفة u_c، سعة المكثفة C، شحنة المكثفة q، الشحنة
دائية q_0، الطاقة الابتدائية المخزنة في المكثفة $E_{(C)0}$ ولتوتر بين طرفي الوشيعة u_L، ذاتية
يعة L، الطاقة الابتدائية المخزنة في الوشيعة $E_{(L)0}$، مقاومة الدارة R لدور الذاتي T_0، شبه
ـ T و هذا بالنسبة للأسطر الأربعة الأولى

	الاهتزازات الحرة لـ L,C	الاهتزازات الحرة المتخامدة لـ R,L,C	زازات لمغذاة R,L,C
المقادير المتعلقة بالزمن			
المقادير المؤثرة في التطور المؤقت للظاهرة			
المقادير المحددة للشروط الابتدائية			
الزمن المميز			
النظام			

	الاهتزازات الحرة لـ L,C	الاهتزازات الحرة المتخامدة لـ R,L,C	زازات المغذاة R,L,C
المقادير المتعلقة بالزمن	التوتر u_C التوتر u_L شدة التيار i الشحنة q	التوتر u_C التوتر u_L شدة التيار i الشحنة q	u_C u_L التيار i q
المقادير المؤثرة في التطور المؤقت الظاهرة	السعة C الذاتية L	السعة C الذاتية L المقاومة R	C L
المقادير المحددة الشروط الابتدائية	الشحنة الابتدائية q_0 الطاقة الابتدائية E_{C0} الطاقة الابتدائية E_{L0}	الشحنة الابتدائية q_0 الطاقة الابتدائية E_{C0} الطاقة الابتدائية E_{L0}	
الزمن المميز	الدور الذاتي T_0	شبه الدور T	الذاتي T_0

تمرين4

مكثفة سعتها $C = 330nF$ مشحونة في البداية تحت توتر $6V$ ،وصلت في اللحظة $t=0$، بقطبي وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r.
1) ما هي الطاقة الابتدائية في الدارة؟
2) بعد اهتزازات مدتها $t = 3T$ (Tشبه الدور لثنائي القطب RLC) فإن الدارة فقدت ربع طاقتها الابتدائية.
a) كيف تفسر الضياع في الطاقة؟
b) ماالتوتر بين قطبي المكثفة؟

الحل:

1ـ الطاقة الابتدائية: $E_{(C)}(0) = \frac{1}{2}Cu_m^2 = \frac{1}{2}\times330\times10^{-9}\times62 = 5.940\times10^{-9} = 6\times10^{-6}J$

2ـa) نفسر الضياع في الطاقة بفعل جول لتخامد الاهتزازت بوجود المقاومة r للوشيعة.
b) حساب التوتر بين قطبي المكثفة: الطاقة المتبقية في المكثفة:

$$E = E_{(0)} - \frac{1}{4}E = (6-1.5).10^{-6} = 4.5\times10^{-6}j$$

$$E = \frac{1}{2}Cu_c^2 \rightarrow u_c = \sqrt{\frac{2E}{C}} = \sqrt{\frac{9\times10^{-6}}{330\times10^{-9}}} = 5.2V$$

تمرين5

منظم ساعات الكوارتز هو بللورة الكوارتز التي تهتز بـ 32768 اهتزازة في الثانية هذه الساعات أكثر دقة من الساعات الميكانيكية . والكوارتز يشبه ثنائي قطب يتكون من ناقل مقاومته Rومكثفة سعتها C ووشيعة ذاتيتها L وتكون الاهتزازات الميكانيكية حرة.
1 ـ ما نوع الاهتزازات التي يمكن ملاحظتها؟ لماذا ؟
2 ـ نريد أن تكون اهتزازات الكوارتز دورية ما هو الدور الرئيسي الذي تلعبه البيل في ساعة الكوارتز
3 ـ ما هو دور اهتزازات الكوارتز مقدرا بـ ميكرو ثانية ؟

الحل

1 ـ نوع الاهتزازات التي يمكن ملاحظتها هي اهتزازات حرة متخامدة نتيجة لوجود مقاومة.
2 ـ الدور الرئيسي للبيل هو تغذية الاهتزازات لتصبح دورية.
3 ـ دور الاهتزازات : لدينا $f = 32768Hz$ ومنه: $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{32768} = 30.10^{-6}s = 30\mu s$

تمرين6

1 ـ نحقق الدارة (L,C)بواسطة مكثفة سعتها $C = 1.0\mu F$ ووشيعة مقاومتها مهملة. وذاتيتها $L = 12mH$ أحسب الدور الذاتي والتواتر الذاتي للاهتزازات.
2 ـ الدارة (L,C) لها تواتر ذاتي $f_0 = 480Hz$ وسعة المكثفة تساوي $C = 220\mu F$ أحسب قيمة الذاتية L.
3 ـ تحتوي الدارة (L,C) على وشيعة ذاتيتها $L = 0.5H$ ونبض إهتزازاتها الذاتية $\omega_0 = 650rad/s$ عين قيمة سعة المكثفة.

الحل:

1 - حساب الدور والتواتر: لدينا:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{12.10^{-3}\times10^{-6}} = 6.9\times10^{-4}s = 0.69ms$$

$$f_0 = 1/T_0 = 1/6.9\times10^{-4} = 1453Hz$$

2 ـ حساب قيمة الذاتية L : لدينا

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \rightarrow L = \frac{1}{4\pi^2Cf_0^2} = \frac{1}{4\pi^2 2.2\cdot10^{-4}\cdot480^2} = 0.5H$$

ساب سعة المكثفة C : لدينا: $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ ومنه: $C = \frac{1}{L\omega_0^2} = \frac{1}{0.5 \times 650^2} = 7.7.10^{-6}F$

7

ثبت انه يمكن كتابة المعادلة التفاضلية
ة الكهربائية المهتزة $(L.C)$
ل $q + Kq = 0$.

2ـ اذا كان شكل معادلة الدارة هو $q + 10^4 q = 0$، أحسب ذاتية الوشيعة علما ان $C = 100\mu F$
3ـ أحسب الدور والتواتر الذاتيين لهذه الدارة.

طبيق قانون جمع التوترات في الدارة الحرة $(L.C)$ فإن:

$u_L + u_c = 0 \rightarrow L\frac{di}{dt} + u_c = 0...$ ولدينا $U_c = \frac{q}{C}, i = \frac{dq}{dt} \rightarrow \frac{dc}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} = \ddot{q}$

بض في المعادلة (1) نجد: $L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0 \rightarrow \ddot{q} + \frac{q}{LC} = 0 \rightarrow \ddot{q} + Kq = 0$

ساب L : بالمطابقة بين المعادلتين $\ddot{q} + 10^4 q = 0$ و $\ddot{q} + Kq = 0$ نجد

$K = 1/LC$ ومنه $L = \frac{1}{10^4 C} = \frac{1}{10^4 . 100.10^{-6}} = 1H$

ساب الدور والتواتر الذاتيين للدارة السابقة:

$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{1 \times 100 \times 10^{-6}} = 2\pi.10^{-2} = 0.063S$

$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{0.063} = 16H_z$

8

مكثفة مشحونة سعتها $8.10^{-6}F$ في وشيعة
ها مهملة وذاتيتها L، نعتبر شدة التيار موجبة
يمر التيار في الوشيعة من قطبها N نحو M.
شحنة A عظمى ونرمز لها بـ Q_m عند $t = 0$.
قطبي المكثفة المشحونة بقطبي وشيعة فيمر في
تيار كهربائي شدته $i(t)$.
جد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة
ج عبارة كل من الدالتين $q(t), i(t)$.
عتمادا على الشكل المقابل، احسب دور T_0 والتواتر f_0.
ا هي العلاقة بين Q_m، I_m، احسب القيمة العظمى u_m للتوتر بين طرفي المكثفة

عادلة التفاضلية:

قانون جمع التوترات $u_L + u_c = 0 \rightarrow L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$ ولدينا $i = \frac{dq}{dt}$

ومنه: $L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$ ؛ $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0$

عند $t = 0$ فإن $q(0) = Q_m$ ومنه $Q_m = Q_m \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1$ إذن $\varphi = 0$ ومنه

$$q(t) = Q_m \cos\frac{2\pi}{T_0}t, \qquad \frac{dq}{dt} = i(t) = -Q_m\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)\sin\frac{2\pi}{T_0}t$$

2) من الشكل $T_0 = 12.56ms$ ، $f_0 = \frac{1}{T_0} = 79.6Hz$

3) العلاقة بين Q_m و I_m : لدينا $I_m = Q_m \frac{2\pi}{T_0}$ ومنه $I_m = Q_m \frac{2\pi}{12.56.10^{-3}} = 500Q_m$

حساب u_m: لدينا من البيان $I_m = 20nA$ ومنه $Q_m = \frac{20 \times 10^{-3}}{500} = 4 \times 10^{-5}C$

ومنه : $u_m = \frac{Q_m}{C} = \frac{4 \times 10^{-5}}{8 \times 10^{-6}} = 5V$

تمرين9

تتكون دارة على التسلسل من مكثفة سعتها $C = 2\mu F$ مشحونة، ووشيعة ذاتيتها $L = 5mH$ بفرض أن مقاومتها معدومة وقاطعة مفتوحة.
التوتر بين قطبي المكثفة $u_m = 6V$ بعد غلق الدارة نشاهد التوتر بين طرفي المكثفة بواسطة راسم اهتزاز مهبطي.
1ـ ما نوع المخطط الذي نحصل عليه؟
2 ـ احسب الدور و التواتر الذاتي للدارة المشكلة.
3 ـ في الواقع مقاومة الوشيعة $R = 27\Omega$، ماذا نشاهد على راسم الاهتزاز؟

الحل:

1) بما أن مقاومة الوشيعة معدومة فالدارة تشكل هزازا كهربائيا حرا غير متخامد (هزاز توافقي) والنظام الموافق دوري ونشاهد منحنى جيبي سعته $u_m = 6V$.

2) حساب الدور والتواتر الذاتيين للدارة:

$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{5 \times 10^{-3} . 2 \times 10^{-6}} = 6.3 \times 10^{-4}$

$f_0 = 1/T_0 = 1600Hz$

3) المقاومة غير مهملة، نشاهد على راسم الاهتزاز المهبطي نظام شبه دوري او لا دوري حرج وذلك حسب قيمة المقاومة:

$R_c = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2\sqrt{\frac{5 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-6}}}$

$R_c = 2\sqrt{2500} = 100\Omega$

$R_c > R$ فالنظام شبه دوري.

تمرين10

تتكون دارة LC من وشيعة ذاتيتها $(L = 5mH)$ ومقاومتها $r = 0$ ومكثفة سعتها $(C = 20\mu F)$ مشحونة في البدء، وتختزن طاقة ابتدائية $E_{(c)}(t = 0) = 0,36mJ$.

1ـ انطلاقا من علاقة الطاقة الكلية للجملة في اللحظة t وباعتبار ان هذه الطاقة ثابتة. اوجد المعادلة التفاضلية التي تسير النظام الدوري للجملة.

1) الطاقة الكلية للهزاز الكهربائي $E = E_{(C)} + E_{(L)} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$ هذه الطاقة ثابتة ومنه:

$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2C}2q\frac{dq}{dt} + \frac{1}{2}L.i\frac{di}{dt} = 0 \rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} = q$ ومنه المعادلة التفاضلية: $q + \frac{1}{LC}q = 0$

2) عبارة التوتر اللحظي: حل المعادلة السابقة من الشكل $q(t) = Q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

ومنه علاقة التوتر: $u_c(t) = \frac{q(t)}{C} \rightarrow u_c(t) = \frac{Q_m}{C}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

الطاقة الابتدائية للجملة هي $E_c = \frac{1}{2}Cu_m^2$ ومنه $u_m = \sqrt{\frac{2E_{(C)}(t=0)}{C}} = \sqrt{\frac{2\times 0.36\times 10^{-3}}{20\times 10^{-6}}} = 6V$

ولدينا $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ ومنه $T_0 = 2\pi\sqrt{50\times 10^{-3}\times 20\times 10^{-6}} = 6.28\times 10^{-3}S$

حساب φ : عند $(t=0)$ فإن $u(t) = u_m$ ومنه $\cos\varphi = 1$ إذن $\varphi = 0$

وعلاقة التوتر هي $u(t) = 6\cos 1000t$

تمرين 11

نشحن مكثفة سعتها $C = 0.8\mu F$ بواسطة الدرة الممثلة بالشكل المقابل ، عندما تكون القاطعة في الوضع1 . ثم نفرغها في وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها مهملة . في اللحظة $t = 0$ نبدل القاطعة في الوضع 2 . يسمح راسم اهتزاز مهبطي بمشاهدة التوتر بين طرفي المكثفة والممثل في الشكل المقابل

حيث المسح الأفقي $0.5ms/div$ والحساسية الشاقولية $2V/div$

1 ــ كيف يمكن وصل راسم الاهتزاز المهبطي لكي نشاهد التوتر u_{AB} .

2 ــ a ــ قس دور الاهتزازات.

b ــ استنتج قيمة L

3 ــ a ــ أحسب التوتر الأعظمي بين طرفي المكثفة.

b ــ استنتج الشحنة العظمى التي يحملها اللوس A .

c ــ ما قيمة الــ ق.م.ك E ؟

4 ــ a ــ احسب الطاقة الكهرومغناطيسية لهذه الدارة.

b ــ استنتج الشدة العظمى للتيار .

الحل:

1 ــ كيفية وصل راسم الاهتزاز: نصل B بالأرض و A بالمدخل Y لراسم الاهتزاز

2 ــ ا ــ قياس دور الاهتزازات: الدور يوافق 8 تدريجات ومنه: $T_0 = 8\times 5.10^{-4} = 4ms$

ب ــ استنتاج قيمة L : لدينا: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ ومنه: $L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C} = \frac{16.10^{-6}}{40.8.10^{-7}} = 0.5H$

3 ــ a- حساب التوتر الأعظمي: من البيان فإن: $u_m = 3.5\times 2 = 7V$

b ــ شحنة لبوس المكثفة: $q_m = C.u_m = 8.10^{-7}\times 7 = 5.6\times 10^{-6}C$

c ــ قيمة الــ ق.م.ك E : $u_m = E = q_m/C$ ومنه: $E = q_m/C = 5.6.10^{-6}/0.8.10^{-6} = 7V$

4 ــ a ــ حساب الطاقة الكهرومغناطيسية: $\frac{1}{2}\frac{q_m^2}{C} = \frac{(5.6\times 10^{-6})^2}{\ldots}$

b ــ $E_{(L)} = \frac{1}{2}Li_m^2 \rightarrow i_m = \sqrt{\frac{2E_{(L)}}{L}} = \sqrt{\frac{2\times 2.10^{-5}}{0.5}} = 8.9mH$

تمرين 12

1ــ تحتوي دارة على التسلسل وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها مهملة، مكثفة سعتها C . بعد شحن المكثفة تحت توتر u_{AB} نفرغها في الوشيعة و نشاهد التوتر $u_{(C)}$ على راسم اهتزاز مهبطي.

a) كيف نسمي هذه الدارة؟

b) ما هو نظام التفريغ؟

c) احسب الدور الذاتي للدارة.

d) مثل بمخطط مظهر البيان الذي نشاهده على راسم الاهتزاز المهبطي.

2-ما هي علاقة الطاقة الكهرومغناطيسية للدارة واستنتج القيمة العظمى للتيار i_m الذي يجتازها.

3- عندما نزيد من قيمة سعة المكثفة ونحافظ على بقية القيم الأخرى دون تغيير. هل يتغير:

a) المظهر العام للبيان؟ b) دور الاهتزازات؟ c) سعة الاهتزازات؟

المعطيات: $u_{AB} = 80V$, $L = 1.0H$, $C = 80\mu F$

الحل:

1ــ a) تسمى هذه الدارة بالدارة المثالية $(r = 0)$

b) نظام التفريغ: هو نظام دوري .

c) الدور الذاتي للدارة: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{1\times 50\times 10^{-6}} = 4.4\times 10^{-2}s$

d) البيان الذي نشاهده جيبي

2ــ الطاقة الكهرومغناطيسية للدارة المثالية

$$E = E_{(C)} + E_{(L)} = \frac{1}{2}Cu_C^2 + \frac{1}{2}Li^2 = cte$$

عندما تكون الطاقة المخزنة في الوشيعة عظمى تكون الطاقة في المكثفة معدومة والعكس صحيح.

حساب شدة التيار:

$$E = E_{(L)} \Rightarrow \frac{1}{2}Cu_{max}^2 = \frac{1}{2}Li_{max}^2 \rightarrow i_{max} = \sqrt{\frac{C.u_{max}^2}{L}} = \sqrt{\frac{50\times 10^{-6}\times 80^2}{1}} = 0.57A$$

3ــ عندما نزيد من قيمة المكثفة:

a) تسمى الدارة مثالية والتفريغ يبقى دوري والمظهر العام للبيان يبقى هو نفسه.

b) يزداد دور الاهتزازات لأن $T_0 = 2\pi\sqrt{C.L}$

c) سعة الاهتزازات لا تتغير $u_m = 80V$

تمرين 13

تتكون دارة $(R.L.C)$ من وشيعة ذاتيتها $L = 6.8mH$ مقاومتها r مجهولة ومكثفة سعتها مجهولة.

في البداية كانت القاطعة في الموضع1 ثم في اللحظة $t = 0$ نؤرجحها الى الموضع2 ونسجل تطور U_c بين قطبي مكثفة فنحصل على البيان:

1ــ حدد قيم المقادير التالية في اللحظة $t = 0$:

a- التوتر u_c بين قطبي المكثفة.

b- شدة التيار i .

2ــ هل مقاومة الوشيعة معدومة؟ علل.

3ــ حدد بيانيا شبه الدور T للاهتزازات.

من الدور الذاتي T_0.

4ـ ما قيمة الطاقة الابتدائية $E_{(c)}(0)$ المخزنة في المكثفة؟ واستنتج قيمة الطاقة الابتدائية للدارة.

5ـ ما قيمة الطاقة $E_{(c)}(3T)$ المخزنة في المكثفة بعد مدة مساوية 3 أضعاف شبه الدور T.

6ـ أحسب الضياع في الطاقة للهزاز بعد $3T$، فسر كيف ضاعت هذه الطاقة؟

الحل:

1) a- قيمة التوتر $u_c = 5V$

b- قيمة شدة التيار i. : $i = \frac{dq}{dt}, q_0 = CU_0 \rightarrow i(0) = C\frac{dU_0}{dt} = 0 \rightarrow i = 0$

2) مقاومة الوشيعة غير معدومة لأن المنحنى $u_C(t)$ تتناقص سعته بمرور الزمن أي تتولد في الدارة اهتزازات متخامدة شبه دورية (أي يحدث ضياع في الطاقة)، مما يبين أن مقاومة الوشيعة غير معدومة.

3) تحديد شبه الدور واستنتاج قيمة سعة المكثفة: من البيان: $T = 200\mu s$

$$T \approx T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \rightarrow C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}$$

$$C = \frac{(200\times10^{-6})^2}{4\pi^2\times6,8\times10^{-3}} = \frac{4\times10^4\times10^{-12}}{4\times10\times6,8\times10^{-3}} = \frac{10^{-5}}{6,8} = 1,4\times10^{-7}F$$

4) الطاقة الابتدائية المخزنة في المكثفة: $E_e(0) = \frac{1}{2}u_m^2 = \frac{1}{2}.1,4\times10^{-7}\times5^2 = 1,8\times10^{-6}j$

5) حساب الطاقة المخزنة في المكثفة بعد $3T$: بعد 3 شبه دور يكون التوتر بين قطبي u_C : هو $u_C = 2,6V$ وتكون الطاقة المخزنة عندئذ:

$$E(3T) = \frac{1}{2}Cu_c^2 = \frac{1}{2}\times1,4\times10^{-7}\times(2,5)^2 = 4,4\times10^{-7}j$$

6) حساب الضياع في الطاقة: الطاقة الضائعة= الطاقة الابتدائية–الطاقة المتبقية بعد $3T$

ومنه $E = E_e(0) - E_e(T) = 1,6\times10^{-6} - 4,4\times10^{-7} = 1,16\times10^{-6}j$

تمرين14

تتكون دارة كهربائية من مولد للتوتر المستمر قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$ ومكثفة سعتها C ووشيعة ذاتيتها L ومقاومتها مهملة وناقلين أوميين مقاومة كل منهما R وقاطعتين K', K نصل التركيب بجهاز استقبال إعلام الي، نشاهد على المدخل1 التوتر u_1 بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن:

الشكل1

A/ التجربة الأولى: في هذه التجربة تغلق القاطعة K (K' مفتوحة)، ثنائي القطب (RC) يخضع لتوتر متدرج قيمته E.

1ـ ما اسم الظاهرة المشاهدة على المدخل1 عندما تغلق K

2ـa) مثل الجزء المعتبر من الدارة وعين اتجاه التيار مباشرة بعد غلق القاطعة K وإشارة الشحنة على لبوسي المكثفة.

b) مثل سهم التوتر بين طرفي المكثفة

3ـ على المدخل1 نحصل على البيان التالي:

(RC) مع تفسير الطريقة المتبعة في لذلك علما أن $R = 20\Omega$، استنتج قيمة السعة C.

4ـ الدراسة النظرية لثنائي القطب (RC)

ادت إلى المعادلة التفاضلية $\tau\frac{du_1}{dt} + u_1 = E$.

a) أوجد هذه المعادلة بتطبيق قانون جمع التوترات.

b) بأخذ الشروط الابتدائية بعين الاعتبار فحل هذه المعادلة من الشكل $u(t) = E.(1 - e^{-t/\tau})$.

احسب قيمة u_1 من اجل $t = 5\tau$. الاستنتاج.

B/ التجربة الثانية:

بعد أن حققنا التجربة الأولى فتحنا القاطعة K وأغلقنا القاطعة K' فالدارة هي مقر لاهتزازات كهربائية. تستعمل نفس التجهيز السابق فنشاهد على المدخل1 التوتر u_1 بين طرفي المكثفة وعلى المدخل2 التوتر u_2 بين طرفي المقاومة R يكون الاستقبال على الجهاز متوافقا مع غلق الدارة وتم الحصول على المنحنيين (4) ، (5):

1 ـ ارفق بكل منحنى التوتر الموافق مع تبرير ذلك.

2 ـ احسب شبه الدور T للاهتزازات ثم الدور الذاتي الذي نحصل عليه عندما نهمل المقاومات. الاستنتاج.

3ـ تاثير المقادير: نعيد التجربة الثانية بتغيير مقدار واحد L أو C. نقترح حالتين: احدهما لنقص من قيمة L والأخر نزيد من قيمة C فنحصل على الشكلين b, a، ارفق بكل حالة الشكل الموافق لها. فسر.

الشكل3

الشكل4

الحل:

1) اسم الظاهرة: شحن المكثفة.

2) a- تمثيل الجزء المعتبرمن الدارة أنظر الشكل.

b- تمثيل سهم التوتر بين طرفي المكثفة: أنظر الشكل.

3) تحديد ثابت الزمن τ بيانيا: ترسم مماسا للمنحنى في المبدأ فيقطع الخط المقارب الموازي لمحور الزمن في نقطة فاصلتها $\tau = 0.5ms$ استنتاج قيمة C :

$$\tau = RC \rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{5\times10^{-4}}{20} = 25\mu F$$

4) a- ايجاد المعادلة التفاضلية:

$u_C + Ri = E \rightarrow$

حيث: $i = dq/dt$ و $q = Cu_C$ ومنه: $u_1 + RC\frac{dq}{dt} = E \rightarrow \tau\frac{du_1}{dt} + u_1 = E$

b-حساب قيمة u_1 من اجل $t = 5\tau$: $u(5\tau) = E(1 - e^{-5}) = 6(1 - e^{-5}) = 6V$

B/ التجربة الثانية:

1) المنحنى 1 يوافق u_1 لأن التوتر بين طرفي المكثفة يتناقص مع مرور الزمن.

2) حساب شبه الدور T: لدينا $2T = 51ms$ ومنه $T = 25.5ms$

حساب الدور الذاتي: لدينا $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ وبما ان النظام شبه دوري فان $T \approx T_0 = 25 \times 10^{-3}s$.

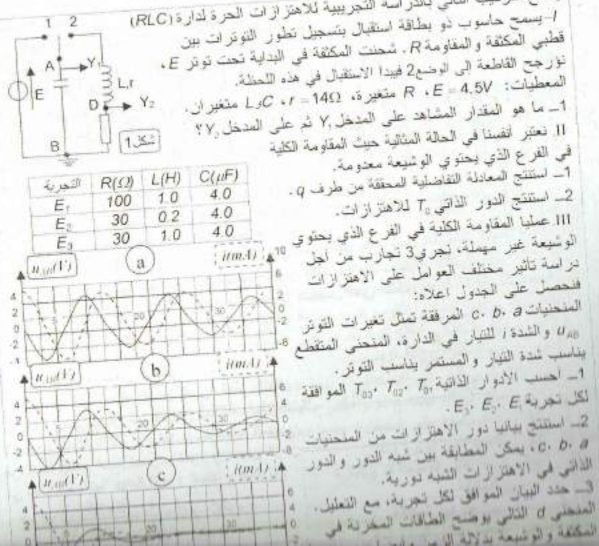
الاستنتاج:شبه الدور يساوي تقريبا الدور الذاتي

3) ـ إذا كانت C ثابتة فعندما يتناقص L يتناقص الدور الذاتي T_0 وبالتالي شبه الدور T وهو مايمثله الشكل5 ، حيث عدد الاهتزازات فيه اكبر من الشكل3 .

ـ اذا كانت L C ثابتة فعندما تزداد C يزداد الدور الذاتي T_0 وبالتالي شبه الدور T وهو مايمثله الشكل4 ، حيث عدد الاهتزازات فيه اقل من الشكل3 .

تمرين15

بكالوريا USA2003



يسمح التركيب التالي بالدراسة التجريبية للاهتزازات الحرة لدارة (RLC)

I- يسمح حاسوب ذو بطاقة استقبال بتسجيل تطور التوترات بين قطبي المكثفة و المقاومة R . شحنت المكثفة في البداية تحت توتر E، نورجح القاطعة الى الوضع2 فيبدا الاستقبال في هذه اللحظة.

المعطيات: $E = 4.5V$ ، R متغيرة، $r = 14\Omega$ ، C و L متغيران.

1ـ ما هو المقدار المشاهد على المدخل Y_1 ثم على المدخل Y_2 ؟

II نعتبر انفسنا في الحالة المثالية حيث المقاومة الكلية في الفرع الذي يحتوي الوشيعة معدومة.

1ـ استنتج المعادلة التفاضلية المحققة من طرف q.

2ـ استنتج الدور الذاتي T_0 للاهتزازات.

III عمليا المقاومة الكلية في الفرع الذي يحتوي الوشيعة غير مهملة، نجري3 تجارب من اجل دراسة تأثير مختلف العوامل على الاهتزازات فنحصل على الجدول اعلاه:

التجربة	$R(\Omega)$	$L(H)$	$C(\mu F)$
E_1	100	1.0	4.0
E_2	30	0.2	4.0
E_3	30	1.0	4.0

المنحنيات a، b، c المرفقة تمثل تغيرات التوتر u_{AB} والشدة i للتيار في الدارة، المنحنى المتقطع يناسب شدة التيار والمستمر يناسب التوتر.

1ـ احسب الأدوار الذاتية T_{01}، T_{02}، T_{03} الموافقة لكل تجربة E_1، E_2، E_3 .

2ـ استنتج بيانيا دور الاهتزازات من المنحنيات a، b، c، يمكن المطابقة بين شبه الدور والدور الذاتي في الاهتزازات الشبه دورية.

3ـ حدد البيان الموافق لكل تجربة، مع التعليل.

المنحنى d التالي يوضح الطاقات المخزنة في المكثفة والوشيعة بدلالة الزمن

خلال التجربة E_1 .

1ـ بعد التذكير بالعبارات الحرفية للطاقتين المخزنتين في المكثفة $E_{(C)}$، $E_{(L)}$ تعرف على المنحنيات الثلاثة. فسر؟

2ـ لماذا يكون مجموع الطاقتين المخزنتين من طرف المكثفة والوشيعة متناقصا؟

3ـ احسب الطاقة الضائعة خلال $10ms$ الأولى.

بكالوريا 1998

الحل:

I. 1) المقدار المشاهد على المدخل Y_1 هو التوتر بين قطبي المكثفة والمقدار المشاهد على المدخل Y_2 هو التوتر بين قطبي المقاومة R وبالتالي شدة التيار.

II. 1) ايجاد المعادلة التفاضلية: باهمال المقاومة وبتطبيق قانون جمع التوترات فان:

III. $U_L + U_C = 0 \rightarrow L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \rightarrow L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \rightarrow \ddot{q} + \frac{q}{LC} = 0$ حلها

IV. $q = q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0\right)$ حيث T_0 الدور الذاتي للدارة.

2) الدور الذاتي: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

III) 1ـ حساب الأدوار الذاتية T_{01}، T_{02}، T_{03}:

$T_{01} = 2\pi\sqrt{L_1C_1} = 6.28\sqrt{1 \times 4 \times 10^{-6}} = 0.0127s$

$T_{02} = 2\pi\sqrt{L_2C_2} = 6.28\sqrt{0.2 \times 4 \times 10^{-6}} = 0.0056s$

$T_{03} = 2\pi\sqrt{L_3C_3} = 6.28\sqrt{1 \times 4 \times 10^{-6}} = 0.0127s$

2ـ استنتاج دور الاهتزازات من البيانات a، b، c:

a- من منحنى التوتر فان: $2T + \frac{3}{4}T = 35ms \rightarrow T = \frac{140}{11} = 12.72ms = 0.0127s$

b- من منحنى التوتر: $2T + \frac{3}{4}T = 30ms \rightarrow T = \frac{120}{9} = 13.3ms = 0.0133s$

c- من منحنى التوتر أيضا: $\frac{T}{2} + \frac{T}{4} = 5 \Rightarrow T = \frac{20}{3} = 6.7ms = 0.0067s$

3) البيان الموافق لكل تجربة مع التعليل: اعتبار المقاومة في الدارة الى يؤدي اهتزازات متخامدة، فالبيانات الثلاث توافق اهتزازات شبه دورية.

يكون التخامد كبيرا كلما كانت مقاومة الدارة كبيرة.

التجربة E_1: $R_T = R + r = 100 + 14 = 114\Omega$ فالمنحنى الموافق لها هو c .

التجربة E_2: $R_T = 30 + 14 = 44\Omega$ فالمنحنى الموافق لها هو a لأن شبه الدور يتوقف أيضا على ذاتية الوشيعة فهو يقل بصغر قيمة الذاتية(ذاتيتها اصغر).

التجربة E_3: $R_T = 30 + 14 = 44\Omega$ يوافقها البيان b (ذاتيتها اكبر).

IV/1.) التذكير بعبارات الطاقة المخزنة في كل من المكثفة والوشيعة.

المنحنى1 يوافق مجموع الطاقتين E: $E = E_{(C)} + E_{(L)}$

المنحنى2 يوافق الطاقة المخزنة في الوشيعة $E_{(L)} = \frac{1}{2}Li^2$

التفسير : في اللحظة $t=0$ تكون المكثفة مشحونة وطاقتها $E_{(C)}=E$ ، $E_{(L)}=0$

2) يكون مجموع الطاقتين المخزنتين في المكثفة والوشيعة متناقصا لأنه أثناء تبادل الطاقة بين المكثفة والوشيعة يحدث ضياع في الطاقة بفعل جول في المقاومة الكلية للدارة مما يؤدي إلى تناقص في الطاقة الكلية بمرور الزمن.

من البيان d : الطاقة الكلية المتبقية عند $t=10ms$ هي $E_2=14\mu j$ والطاقة الابتدائية $E_1=41\mu j$ وتكون الطاقة الضائعة $E=E_1-E_2=41-14=27\mu j$.

تمرين 16

نستعمل تجهيزا (G) لتغذية الاهتزازات الكهربائية لدارة $(r.L.C)$ يعطي G توترا $u_G=Ri$ حيث R معامل موجب يمكن ضبطه و الدارة موجهة كما هو موضح في الشكل : نغلق قاطعة الدارة في اللحظة $t=0$

1 ـ أكتب المعادلة التفاضلية المحققة بواسطة q في حالة R كيفية $r=10\Omega$ ، $C=22uf$ ، L مجهولة

2 ـ ما قيمة R_0 لـ R حتى يكون تفريغ المكثفة دوريا ؟

3 ـ كيف يسمى هذا النوع من الاهتزازات ؟

4 ـ لماذا نقول أن G هو ثنائي قطب ذو مقاومة سالبة ؟

5 ـ نشاهد بواسطة راسم الاهتزاز المهبطي الموصول بين قطبي مكثفة البيان التالي :

ضبط راسم الاهتزاز المهبطي الحساسية الشاقولية $2v/div$ المسح الأفقي $1ms/div$ حدد قيمة L ؟

الحل :

1 ـ كتابة المعادلة التفاضلية المحققة لـ q بتطبيق قانون جمع التوترات $u_G=u_C+u_L$ ،

$u_C=\frac{q}{C}$ و $u_G=Ri=R\frac{dq}{dt}$ ، ومنه: $u_L=L\frac{di}{dt}+ri=L\frac{dq^2}{dt^2}+r\frac{dq}{dt}$ ومنه :

$R\frac{dq}{dt}=L\frac{dq^2}{dt^2}+\frac{rdq}{dt}+\frac{q}{c}$ ومنه: $L\frac{dq^2}{dt^2}+(r-R)\frac{dq}{dt}+\frac{q}{c}=0$

2 ـ كي يكون تفريغ المكثفة دوريا يجب أن يكون الحد $(r-R)\frac{dq}{dt}$ معدوما دوما وهذا شرط محقق من أجل: $R=R_0=r$ ومنه : $R_0=10\Omega$

3 ـ نسمي هذا النوع من الاهتزازات: الاهتزازات المغذاة .

4 ـ الاصطلاح المستعمل في نص التمرين لتجهيز G هو مولد حيث: $u_G=Ri$ وفي الاصطلاح أخذة فإن التوتر بين قطبي G يكتب $-Ri$ فإذا استعملنا G آخذة فهو سيتصرف كناقل أومي مقاومته سالبة

5 ـ حساب قيمة L : في الاهتزازات المغذاة يكون دورها مساويا للدور الذاتي للدارة LC أي $T=T_0=2\pi\sqrt{LC}$ ومنه: $L=\frac{T_0^{\,2}}{4\pi^2 c}$

T_0 من البيان هي : $T_0=6ms$ وبالتالي: $L=\frac{(6\times10^{-3})^2}{4\pi^2\times22\times10^{-6}}=0.041H$

تمرين 17 :

نحقق التركيب المقابل : المقاومة R غير مهملة ذاتية الوشيعة $L=10mH$ سعة لمكثفة $C=1.09\mu F$ الشكل1

1 ـ a ما هو دور التجهيز (D) المستغل في التركيب؟

b ـ هل هذه الدارة تشبه الدارة المثالية $(L\cdot C)$ ؟

2 ـ ما هي علاقة المعادلة التفاضلية التي تسير تطور الشحنة خلال الزمن ؟

3 ـ إذا كان الحل العام لهذه المعادلة هو : $q=q_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$. أثبت أن دور الاهتزازات من الشكل $T_0=2\pi\sqrt{L\cdot C}$

4 ـ أحسب تواتر هذه الاهتزازات .

a ـ ما هي في كل لحظة الطاقة الكلية المخزنة في الدارة ؟

b ـ ما هي الطاقة العظمى المخزنة في الوشيعة واستنتج الشدة العظمى i_m في الدارة ؟

شكل1

شكل2

الحل :

1 ـ a اهتزازات الدارة (RLC) هي دورية لأن التجهيز (D) يغذي الاهتزازات و يمنعها من التخامد وهو يعوض الطاقة الضائعة بفعل جول.

b ـ الهزاز الكهربائي المغذى يكافئ دارة $(L\cdot C)$ مثالية وهو مقر لاهتزازات غير متخامدة

2 ـ المعادلة التفاضلية : من قانون جمع التوترات : $U_L+U_C=0$

$L\frac{di}{dt}+\frac{q}{C}=0\Rightarrow L\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q}{C}=0$ ومنه: $\ddot{q}+\frac{1}{CL}q=0$

3 ـ الحل العام لهذه المعادلة $q=q_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

باشتقاق المعادلة مرتين و نعوضها في المعادلة التفاضلية : $\dot{q}=\frac{dq}{dt}=-\frac{2\pi}{T_0}q_m\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

ومنه: $\ddot{q}=-\frac{4\pi^2}{T_0^2}q_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2q$ ومنه: $-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2q+\frac{1}{LC}q=0$

ومنه: $q\left[-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2+\frac{1}{LC}\right]=0$ ومنه: $\frac{1}{LC}=\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2$ ومنه: $T_0=2\pi\sqrt{LC}$

4 ـ حساب تواتر هذه الاهتزازات : $f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{6.28\sqrt{10^{-2}\times1.09.10^{-6}}}=1500Hz$

5 ـ a ـ الطاقة الكلية المخزنة في الدارة : $E=E_{(C)}+E_{(L)}=\frac{1}{2}qu_C+\frac{1}{2}Li^2=Cte$ لدينا:

b ـ الطاقة العظمى المخزنة في الوشيعة

$E_{(L)m}=\frac{1}{2}Li_m^2=\frac{1}{2}Cu_{C\max}^2=0.5\times1.09\times10^{-6}\times4^2=8.7\times10^{-6}J$

واستنتج الشدة العظمى i_m في الدارة :

$E_{(L)m}=\frac{1}{2}Li_m^2\rightarrow i_m=\sqrt{\frac{2E_{(L)m}}{L}}=\sqrt{\frac{2\times8.7\times10^{-6}}{10.10^{-3}}}=42\times10^{-3}A$

الاهتزازات القسرية

تعريف الاهتزازات القسرية :

يخضع هزاز تواتره الذاتي f_0 لاهتزازات قسرية إذا وصل بهزاز آخر خارجي ندعوه **محرضا** (*Exitateur*) يفرض على الهزاز تواترا f مختلف عن f_0 ، هذا النظام يدعى بنظام الاهتزازات القسرية بتواتر f ، و الجملة التي تخضع للاهتزازات القسرية ندعوها **رنانا (أو مجاوبا)** (*Résonateur*)، و تحدث الاهتزازات القسرية في الجمل الميكانيكية و الكهربائية على السواء.

أ ــ الاهتزازات القسرية الميكانيكية :

دراسة تجريبية :

تتكون الجملة الميكانيكية من نواس مرن شاقولي مثبت بنهايته كتلة m و النهاية الأخرى متصلة بخيط يمر على محز بكرة و مثبت على سطح قرص دوار الذي يؤثر على الهزاز بتحريض دوري شاقولي تواتره f ودوره T مساويا لدوران القرص.

ــ نقيس في البداية الدور الذاتي T_0 للهزاز الحر (جسم ــ نابض) .

ــ ندير القرص بتواتر f والذي دوره T ثم نقيس تواتر اهتزاز الكتلة m فنجد أن تواترها يساوي تواتر القرص الدائر (المحرض) وبالتالي فالهزاز يقوم باهتزازات قسرية.

ــ نغير تواتر دوران القرص فتتغير سعة اهتزاز الهزاز وتمر من قيمة عظمى f قريبة من f_0 عندها يحدث تجاوب يدعى **تجاوب السعة** .

ــ عندما يخضع نواس مرن لتاثيرات دورية لجملة محرضة (*Système exitateur*) فإن:

ــ دور الاهتزازات القسرية مفروض من طرف المحرض .

ــ سعة الرنان تكون عظمى عند التجاوب.

يحدث التجاوب عندما يكون الدور المفروض T يساوي تقريبا للدور الذاتي للهزاز T_0.

وبتتبع سعة الهزاز المرن x_m بدلالة تواتر القرص نحصل على المنحنيات الممثلة في الشكل التالي:

ــ المنحنى(1) : تجاوب حاد (هزاز ضعيف التخامد)

ــ المنحنى(2) : تجاوب غير حاد (تخامد معتبر)

ــ المنحنى(3) : زوال التجاوب (تخامد كبير)

خصائص التجاوب :

الشريط النافذ:

هو مجموع التواترات التي من اجلها يكون: $x \geq \frac{x_m}{\sqrt{2}}$

والتي تودي الى قيمتين للتواتر f_1, f_2 حيث $f_2 > f_1$.

عرض الشريط النافذ: هو المقدار $\Delta f = f_2 - f_1$ والذي يعبر عن استجابة الهزاز في هذا المجال.

عامل الجودة Q : للتعبير عن استجابة الرنان للمحرض ندخل مقدارا يعبر عن حدة التجاوب

يسمى **عامل الجودة عبارته:** $Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$ كلما كان التجاوب حادا كان عامل الجودة كبيرا

امثلة عن الاهتزازات القسرية :

a - الارجوحة : تشكل الأرجوحة مع الطفل الراكب عليها هزازا تواتره الذاتي T_0 و هي تلعب دور الرنان (*Résonateur*) والشخص الذي يدفعها محرضا (*Exitateur*).

تزداد سعة الأرجوحة أثناء دفعها و عندما يصبح دفعها دوريا دوره T مساويا تقريبا T_0 يحدث التجاوب و تكون عندئذ سعة الاهتزاز عظمى.



b - يرجع سقوط جسر **مان في أنجر** (*Maine a Angers*) الى مرور مجموعة عسكرية أثناء التدريب بخطى منظمة (لعبت دور محرض) وشكل الجسر رنانا فدخل في تجاوب معها بسعة كبيرة جدا فانهار وهو ما حدث تقريبا لجسر تكوما في واشنطن بالولايات المتحدة سنة 1940 تحت تاثير الرياح التي لعبت دور محرض.

تطبيق

نحقق التركيب التالي للحصول على اهتزازات قسرية والذي يحتوي على مولد للتواترات المنخفضة GBF ، ومغناطيس كهربائي(وشيعة) ونواس بسيط دوره الذاتي T_0 نثبت عليه قوسا حديدية، يجتاز الوشيعة تيار دوري، تؤثر الوشيعة بقوة مغناطيسية دورية تواترها f .

1 – حدد المحرض والمجاوب.

2 – ما هو تواتر الاهتزازات القسرية للنواس ؟

3 – ما ذا تلاحظ عندما نغير التواتر f للمحرض ؟

4 – *a* – ما هي الظاهرة الملاحظة من أجل التواتر $f = f_0$ ؟

b – عندما يكون النواس ضعيف التخامد ما هو التواتر المميز لهذه الظاهرة ؟

c – كيف تبدو هذه الظاهرة ؟

الحل :

1 – المحرض : هو الوشيعة (مغناطيس الكهربائي) والمجاوب : النواس.

2 – يهتز النواس بنفس تواتر المحرض.

3 – عند ما يتغير تواتر المؤثر يغير تواتر الاهتزازات القشرية للنواس.

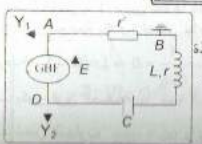
4 – *a* – من اجل التواتر الخاص $f = f_0$ تكون سعة الاهتزازات القسرية عظمى ويحدث عندها التجاوب.

b – عندما يكون التخامد ضعيفا يكون تواتر الاهتزاز القسري يساوي تقريبا التواتر الذاتي $f \approx f_0$

c – الاهتزازات لها سعة عظمى عند التجاوب.

II ــ الاهتزازات القسرية للدارة RLC

نحقق التركيبة التالية :



نستعمل مولدا للتوترات المنخفضة GBF الذي يعطي توترا دوريا جيبيا تواتره قابل للضبط. يسمح راسم الاهتزاز المهبطي بمشاهدة التوتر u_{AB} على المدخل Y_1 بين قطبين وبالتالي شدة التيار وعلى المدخل Y_2 التوتر u_{DA} بين قطبي الدارة RLC $(R = r + r')$

ــ يكون دور u_{AB} ، u_{DA} مساويا لدور التوتر المطبق من طرف GBF (التوتر المحرض)

ـ تتم اهتزازات الدارة RLC بتواتر GBF وبنفس تواترها الذاتي (أو دورها الذاتي) فنقول أن الدارة تهتز بنظام قسري بدور وتواتر المحرض.

المعادلة التفاضلية للدارة في النظام الجيبي القسري :

بتطبيق قانون جمع التوترات: $U_R + U_L + U_C = E$

ومنه:
$$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

حيث $E = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$ التوتر المطبق بين طرف GBF على الدارة .

$R = r' + r$ مقاومة الدارة ، وباعتبار العلاقة $i = \frac{dq}{dt}$

فإن :
$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية طرفها الثاني غير معدوم

φ : فرق الصفحة بين شدة التيار والتوتر الكلي المطبق بين قطبي الدارة. حيث تعطى عبارة التوتر الأعظمي U_m بالعلاقة: $U_m = ZI_m$ أو : $U_{eff} = ZI_{eff}$

I_m شدة التيار العظمى، I_{eff} شدة التيار المنتجة أو الفعالة، حيث $I_m = \sqrt{2}I_{eff}$

U_m التوتر الأعظمي، U_{eff} التوتر المنتج أو الفعال ، حيث $U_m = \sqrt{2}U_{eff}$ ،

Z : تدعى ممانعة الدارة وعبارتها:
$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$
وحدتها الأوم (Ω).

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ ،

رسم المنحنى $Z = f(\omega)$

مناقشة: تأثير النبض على استجابة الدارة : إن دراسة تغيرات I_m بدلالة ω أي $I_m = f(\omega)$ يعطى البيان التالي
تزداد شدة التيار بزيادة النبض و يبلغ قيمة عظمى I_{m0} من أجل $\omega = \omega_0$ التي ندعوها نبض التجاوب و الدارة تكون عندها في حالة التجاوب (أو الرنين)

ظاهرة التجاوب : تكون عندها شدة التيار أكبر ما يمكن (أعظمية) وبالتالي تكون ممانعة الدارة أصغر ما يمكن أي : $Z = R$

ومنه: أي $L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} = 0 \rightarrow L\omega_0^2 C = 1$

يكون فرق الصفحة بين شدة التيار $i(t)$ والتوتر الكلي $U(t)$ بين قطبي الدارة معدوما $\varphi = 0$

نبض التجاوب $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ و يكون الدور في حالة التجاوب : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$

يحدث التجاوب عندما يتساوى دور المحرض مع الدور الذاتي للدارة (RLC) (المهتز)

$U_m(V)$ — $I_m(A)$

$Z(\Omega)$ — R — ω_0 — $\omega(rad/s)$

تغيرات الممانعة بدلالة النبض

$I(mA)$ — I_m — ω_0 — $\omega(rads^{-1})$

منحنى تجاوب الشدة

الرنان) ويكون **التجاوب حادا كلما كانت مقاومة الدارة صغيرة**

خصائص التجاوب:

الشريط النافذ:

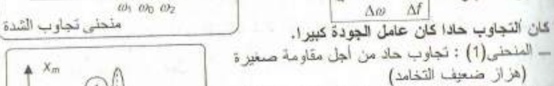
هو مجموع التواترات التي من أجلها يكون: $I_m \geq \frac{I_{m0}}{\sqrt{2}}$

والتي تؤدي إلى قيمتين للتواتر ω_1 ، ω_2 حيث $\omega_2 > \omega_1$.

عرض الشريط النافذ: هو المقدار $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ والذي يعبر عن استجابة الهزاز في هذا المجال.

عامل الجودة Q: للتعبير عن استجابة الرنان للمحرض ندخل مقدارا يعبر عن حدة التجاوب يسمى **عامل الجودة عبارته :** $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{f_0}{\Delta f}$

كلما كان التجاوب حادا كان عامل الجودة كبيرا.



ـ المنحنى(1) : تجاوب حاد من أجل مقاومة صغيرة (هزاز ضعيف التخامد)

ـ المنحنى(2) : تجاوب غير حاد المقاومة متوسطة (تخامد معتبر)

ـ المنحنى(3) : انعدام التجاوب لأن المقاومة كبيرة (تخامد كبير)

كلما كانت المقاومة صغيرة كان التجاوب حادا

تحدث ظاهرة **فوق التوتر** عند التجاوب التي قد تؤدي إلى حوادث وإتلاف بعض العناصر الكهربائية (مقاومة ،مكثفة ...)

$I(mA)$ — I_m — $\frac{I_m}{\sqrt{2}}$ — ω_1 ω_0 ω_2 — $\omega(rads^{-1})$

منحنى تجاوب الشدة

X_m — 1 — 2 — 3 — f — O — f_0

تطبيق

يتكون جزء من دارة كهربائية من ناقل أومي مقاومته $R = 50\Omega$. وشيعة ذاتيتها $L = 0,1H$ ومقاومتها الداخلية r . مكثفة سعتها C ، كلها موصولة على التسلسل. نغذي هذا الجزء من الدارة بتوتر متناوب جيبي قيمته المنتجة $u_{eff} = 8,8V$ ، ثابتة علميا، وتواتره N متغير.
بعد قياس ممانعة الدارة من أجل عدة قيم لتواتر التيار مثلنا تغيرات الممانعة بدلالة التواتر N فحصلنا على البيان التالي:

$Z(\Omega)$ — 340 — 285 — 220 — 165 — 110 — 55 — 0 — 100 — 500 — 1000 — $f(Hz)$

1. اكتب عبارة ممانعة الدارة بدلالة I_{eff} و u_{eff}.
2. كيف تكون ممانعة الدارة عند التجاوب؟ عين قيمتها.
3. احسب شدة التيار الكهربائي عند التجاوب.
4. احسب المقاومة الداخلية للوشيعة.
5. احسب سعة المكثفة.
6. اثبت أن ممانعة الدارة عند حدي الشريط النافذ للتواترات توافق $Z = (R + r)\sqrt{2}$.
7. عين بيانيا حدي الشريط النافذ.
8. احسب معامل جودة الدارة.

1. كتابة عبارة ممانعة الدارة : $U_{eff} = ZI_{eff} = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}\, I_{eff}$

2. عند التجاوب تكون ممانعة الدارة مساوية للمقاومة $Z = R + r$

3. حساب شدة التيار الكهربائي عند التجاوب: من البيان تكون ممانعة الدارة أصغرية $Z = 55\Omega$

ومنه: $I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z} = \frac{U_{eff}}{R+r} = \frac{8.8}{55} = 0.16A$

4. حساب المقاومة الداخلية للوشيعة: $Z = R + r \rightarrow r = Z - R = 55 - 50 = 5\Omega$

5. حساب سعة المكثفة : عند التجاوب لدينا : $L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} = 0$ ولدينا: $\omega_0 = 2\pi f_0$

من البيان : $f_0 = 400Hz$ ومنه: $C = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L} = \frac{1}{4 \times 10 \times 16 \times 10^4 \times 0.1} = \frac{1}{64}.10^{-4}F$

6. اثبات أن ممانعة الدارة عند حدي الشريط النافذ للتواترات هي $Z = (R+r)\sqrt{2}$:

لدينا: الشريط النافذ يتحقق من اجل $I_{eff} \geq \frac{I_{eff0}}{\sqrt{2}}$ ومنه:

$\frac{U_{eff}}{Z} = \frac{U_{eff}/(R+r)}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{1}{Z} = \frac{1}{(R+r)\sqrt{2}}$ ومنه: $Z = (R+r)\sqrt{2}$

7. تعيين حدي الشريط النافذ بيانيا:

لدينا : $\frac{I_{eff}}{\sqrt{2}} = \frac{0.16}{1.41} = 0.113A$ وتكون قيمة الممانعة $Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{8.8}{0.113} = 77.55\Omega$

هذه القيمة توافق ممانعتين على الشكل وبالتالي تواترين f_1, f_2 حيث : $f_1 = 300Hz$ و $f_2 = 500Hz$

واللذان يمثلان حدي الشريط النافذ

$\Delta f = f_2 - f_1 = 500 - 300 = 200Hz$

8. حساب معامل جودة الدارة: $Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{400}{200} = 2$

Z(Ω)
340
285
220
165
110
f(Hz)
300 500 1000

تمارين

تمرين 1

يتكون هزاز كهربائي من دارة RLC على التسلسل معادلتها التفاضلية: $L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$

نعتبر نواسا مرنا يتكون من نابض ثابت مرونته k وجسم مثبت به كتلته m نزيحه عن وضع توازنه بمطال x يحقق المعادلة التفاضلية : $m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + kx = 0$.

1/ ماذا تمثل kx ؟ و ما هي وحدته ؟

2/ حدد المقادير المتشابهة في المعادلتين

الحل :

kx يمثل القوة التي يؤثر بها النابض على الجسم و هي قوة ارجاع . ومنه $[kx] = \left[\frac{N}{m}\right][m]$ ومنه وحدة قياسها النيوتن N.

المقادير المتشابهة : بمطابقة المقادير نجد : $1/C = k$ ، $x = q$ ، $R = \alpha$ ، $L = m$

تمرين 2

أسئلة حول الدرس :

يمكن ان يوافق كل سؤال إجابة او عدة اجابات صحيحة او لا إجابة صحيحة.

1 - المكافئ الكهربائي للسرعة هو :

a) - الشحنة ، b) - الشدة ، c) - مشتقة الشدة بالنسبة للزمن ، d) - التوتر

2 - المكافئ الكهربائي للكتلة هو :

a) - المقاومة ، b) - الذاتية ، C) - السعة ، d) - مقلوب السعة

3 - المكافئ الكهربائي لثابت المرونة :

a) - المقاومة ، b) - الذاتية ، C) - السعة ، d) - مقلوب السعة

4 - المعادلة التفاضلية المحققة للشحنة في الدارة (L,C) هي $\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$ و المعادلة التفاضلية المحققة للمطال x في النواس المرن هي: a) $\ddot{x} + \frac{m}{k}x = 0$ ، b) $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ ، c) $\ddot{x} + kmx = 0$ ، d) $\ddot{x} + \frac{1}{km}x = 0$

5 - الدور الذاتي للدارة (L,C) هو $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ والدور الذاتي لنواس مرن هو : a) $T_0 = 2\pi\sqrt{k/m}$ ، b) $T_0 = 2\pi\sqrt{km}$ ، c) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{1}{km}}$ ، d) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

6- الطاقة الميكانيكية لنواس مرن هي $E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$ والطاقة المخزنة في الدارة (R,L,C) هي: a) $E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li$ ، b) $E = q^2/2C + Li^2$ ، c) $E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$ ، d) $E = \frac{1}{2}\frac{q}{C} + \frac{1}{2}Li^2$

الحل

1- b) - الشدة، 2- b) - الذاتية ، 3- d) - مقلوب السعة ، 4- b) - $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

5- d) - $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ، 6- c) $E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$.

تمرين 3

نعتبر التجهيز الممثل بالشكل المقابل:

a - ما هي الظاهرة الفيزيائية التي يبرزها هذا التجهيز؟

b - ما هو الجزء من التجهيز المكون للمحرض؟ و ما هو الجزء المكون للمجاوب(الرنان)؟

c - دور اهتزازات التجهيز (المحرك والقرص) هل هو مساو للدور الذاتي للجملة(نابض - جسم)؟

d - ارسم مظهر تغيرات سعة الاهتزازات بدلالة التواتر f للحركة من اجل التخامدات الضعيفة

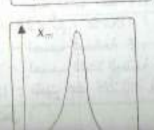
الحل :

a - يسمح التجهيز بابراز ظاهرة تجاوب السعة .

b - عندما يدور القرص يشكل الجزء المحرض الجملة (نابض - جسم) يشكل المجاوب

c - دور اهتزازات المجاوب (نابض - جسم) مفروضة من طرف المحرض فدورها لا يساوي بالضرورة دور المحرض.

d - البيان الممثل لتغيرات سعة الاهتزازات بدلالة التواتر f



تمرين4

يتكون التجهيز المقابل من هزاز مرن شاقولي

1 – ما هو النظام المحرض الذي يؤثر بقوة دورية تواترها f على الجملة (جسم - نابض) ؟ كيف يمكننا معرفة هذا التواتر ؟

2 – عندما نثبت النقطة B تكون اهتزازات الاسطوانة حرة تواترها الذاتي f_0 ما علاقة هذا التواتر بدلالة كتلة الاسطوانة m و ثابت الاستطالة k ؟

3 – ما هو دور القرص الورقي ؟

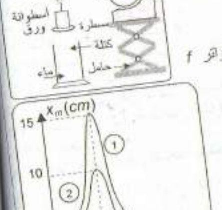
4 – من أجل قيم مختلفة للقوى سجلنا سعة الاهتزازات بدلالة التواتر f

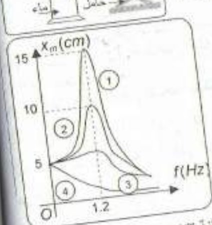
a - ما هو البيان الموافق للتخامدات الضعيفة ؟ وما هو التواتر عند التجاوب f_R

b - ما هو البيان الموافق للتخامدات القوية ؟ هل توجد ظاهرة التجاوب عندها ؟

c - أوجد قيمة التواتر الذاتي f_0 للهزاز

d - في حالة مختلف التخامدات عين سعة الاهتزازات من أجل $f = 1.2Hz$





الحل :

1 – عندما يدور المحرك يجعل النقطة B تنتقل شاقوليا واستطالة النابض تتغير والقوة التي يؤثر بها النابض على الاستطوانة تتغير دوريا . تواتر الأسطوانة يساوي تواتر دوران القرص

2 – دور الأسطوانة (الهزاز) هو : $T_0 = 2\pi\sqrt{m/k}$ حيث: $f_0 = 1/T_0$

3 - زيادة قوى الاحتكاك

4 - a - البيان الموافق للتخامدات الضعيفة يوافق المنحنى (1) التواتر عند التجاوب يساوي تقريبا $f_R = 1.2Hz$

b - عندما تكون التخامدات كبيرة تختفي ظاهرة التجاوب وهذا يوافق المنحنى (4)

c - التواتر الذاتي للهزاز $f_0 = f_R \approx 1.2Hz$

d - من البيان نحسب السعات الموافقة :

المنحنى	1	2	3	4
السعة	15cm	10cm	5cm	1.5cm

تمرين5

تحتوي دارة على التسلسل مكثفة سعتها C متغيرة ، وشيعة مقاومتها $R = 12\Omega$ و ذاتيتها L متغيرة ، تغذى بتوتر متناوب جيبي قيمته المنتجة $U_{eff} = 120V$ تواتره f متغير .

I - نثبت الذاتية عند $L = 0.2H$ ، $C = 25\mu F$ ، $f = 60Hz$

1 – أحسب الممانعة Z .

2 – أحسب الشدة المنتجة للتيار .

II - نثبت عند $L = 0.2H$ ، $C = 25\mu F$ و نغير f .

1 – أحسب تواتر التجاوب f_0 .

2 – أحسب عامل الجودة Q لهذه الدارة .

3 – أحسب عرض الشريط النافذ Δf .

4 – إذا كانت f صغيرة جدا $(f \to 0)$ كيف تتغير Z ؟

5 – إذا كانت f كبيرة جدا $(f \to \infty)$ كيف تتغير Z ؟

6 – استنتج كيف يتغير بيان Z بدلالة f

الحل :

I - 1 – حساب الممانعة : لدينا

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$Z = \sqrt{12^2 + \left(0.20 \cdot 120\pi - \frac{1}{25\times10^{-6}\times120\pi}\right)^2} \rightarrow Z = 33\Omega$$ ومنه

2 – حساب شدة التيار المنتج : $I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z} = \frac{120}{33} = 3.64A$

II – 1 – تواتر التجاوب :

عند التجاوب $L\omega_0^2 C = 1$ حيث: $\omega_0 = 2\pi f_0$ و منه :

$$L4\pi^2 f_0^2 C = 1 \rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{6.28\sqrt{0.2\times25\times10^{-6}}} = 71H_z$$

2 – عامل الجودة $Q = \frac{L\omega_0}{R}$ (R مقاومة الدارة) $Q = \frac{0.22\times3.14\times71}{12} = 7.4$

3 – عرض شريط النافذ : $Q = \frac{f_0}{\Delta f} \rightarrow \Delta f = \frac{f_0}{Q} = 10H_z$

4 – لما $f \to 0$ فإن $\frac{1}{C\omega} \to \infty$ ومنه: $Z \to \infty$

5 – $f \to \infty$ فإن: $L\omega \to \infty \to Z \to \infty$

6 – بيان Z بدلالة f .

$Z(\Omega)$

$f(Hz)$

تمرين6

يتكون نواس بسيط P_1 من خيط غير قابل للامتطاط طول ℓ_1 نثبت في نهايته كرة كتلتها m_1 ونواس P_2 يتكون أيضا من خيط غير قابل للامتطاط طوله ℓ متغير نثبت في نهايته كتلة m_2 أكبر بكثير من m_1 ، نوصل النواس P_1 بالنواس P_2 عن طريق نابض أنظر الشكل .

يزاح النواس P_2 عن وضع التوازن ويترك دون سرعة ابتدائية ، يسمح جهاز إعلام آلي بتسجيل قيم السعه θ_m للنواس P_1 بدلالة f_2 تواتر اهتزازات النواس P_2

نجري مجموعة من القياسات بتغيير طول النواس P_2 :

$f_2(Hz)$	0.70	0.74	0.79	0.84	0.91	1.00	1.11	1.29
$\theta_m(°)$	13	14	16	20	30	20	15	14

نحو نظام استقبال

P_2 θ θ P_1

1. حدد من المحرض ومن الرنان ؟
2. ماهو تواتر اهتزاز النواس P_1 ؟
3. أرسم البيان θ_m بدلالة تواتر الاهتزازات
4. ماهي الظاهرة التي يبرزهاهذاالمنحنى ؟
5. حدد قيمة هذا التواتر
6. ما طول النواس P_1 ؟
7. نضيف تجهيزا للتخامد للنواس P_1 ماهو التغير الذي يطرأ على الظاهرة المشاهدة ؟ $g = 9.8m.s^{-2}$

الحل

1. تحديد المحرض والرنان : المحرض هو النواس P_2 والرنان هو النواس P_1 .
2. تواتر اهتزاز النواس P_1 : $f_{01} = \frac{1}{T_{01}}$ حيث : $T_{01} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}}$
3. رسم البيان θ_m بدلالة f_2 :

4. الظاهرة التي يبرزها المنحنى:
هي ظاهرة التجاوب
5. قيمة التواتر عند التجاوب: $f_{01} = 0.91Hz$
6. طول النواس P_1 لدينا:

$$f_{01} = \frac{1}{T_{01}} \ , \ T_{01} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}}$$

$$\rightarrow \ell_1 = \frac{g}{4\pi^2 f_{01}^2} = \frac{9.81}{4\pi^2\times(0.91)^2} = 0.3m$$

7. عند إضافة تجهيز التخامد إلى P_1 تتناقص سعة الاهتزاز ويزول التجاوب.

تمرين 7:

تتكون دارة على التسلسل من ناقل أومي مقاومته $R = 10\Omega$ ووشيعة ذاتيتها $L = 10mH$ ومقاومتها $r = 2.5\Omega$ و مكثفة سعتها $C = 10uF$ و مولد للتواترات المنخفضة G.B.F يعطي توترا جيبيا قيمته المنتجة $U_{eff} = 10V$ و تواتره f قابل للضبط.

I – 1 – انقل مخطط الدارة إلى ورقة الإجابة محددا عليه كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي والذي يسمح بمشاهدة:
- على المدخل Y_1، التوتر $U(t)$ بين قطبي المولد.
- على المدخل Y_2، التوتر $U_R(t)$ بين قطبي الناقل الأومي.

2 – بين أن أحد التوترين المشاهدين يسمح بمعرفة شدة التيار $i(t)$ التي تمر في الدارة.

II – سمحت قياسات شدة التيار المنتج I_{eff} بدلالة تواتر التوتر بين قطبي المولد برسم منحنى الشكل 2،
انطلاقا في المنحنى حدد.
1 – تواتر التجاوب f_0 للدارة و قارنه مع القيمة النظرية.
2 – القيمة التجريبية للشدة العظمى I_{eff0} عند التجاوب.
3 – عرض الشريط النافذ.

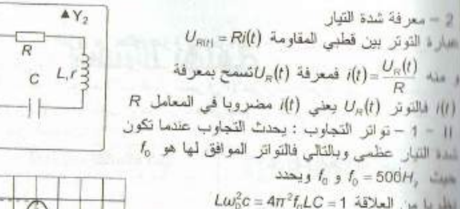
III – إن تغيير المقاومة الكلية للدارة R_T أعطى النتائج

$R_T\ (\Omega)$	16.7	20.0	25.5	38.0	52.6
$\Delta f(Hz)$	255	310	405	575	810

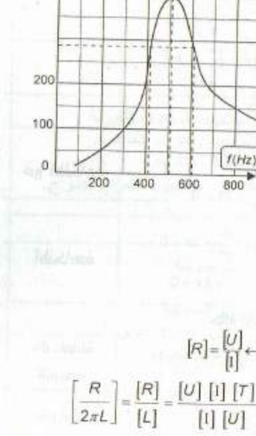
1 – ما تأثير المقاومة على الشريط النافذ؟
2 – سمحت الدراسة النظرية للشريط النافذ في الدارة $R.L.C$ على التسلسل بالحصول على العلاقة $\Delta f = \frac{R_T}{2\pi L}$

a – بين أن العلاقة $\frac{R_T}{2\pi L}$ لها بعد Δf
b – ارسم بيان Δf بدلالة R_T السلم: $1cm \rightarrow 5\Omega$, $1cm \rightarrow 50Hz$
c – استنتج من هذا البيان ذاتية الوشيعة قارنها مع القيمة المعطاة في نص التمرين.

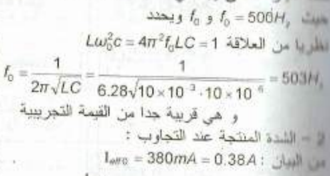
الحل:



2 – معرفة شدة التيار
عبارة التوتر بين قطبي المقاومة $U_{R(t)} = Ri(t)$
و منه $i(t) = \frac{U_R(t)}{R}$ فمعرفة $U_R(t)$ تسمح بمعرفة $i(t)$ فالتوتر $U_R(t)$ يعني $i(t)$ مضروبا في المعامل R



II – 1 – تواتر التجاوب: يحدث التجاوب عندما تكون شدة التيار عظمى وبالتالي فالتواتر الموافق لها هو f_0 حيث $f_0 = 506Hz$ و f_0 ويحدد نظريا من العلاقة $L\omega_0^2 c = 4\pi^2 f_0^2 LC = 1$

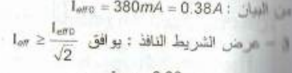


$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{6.28\sqrt{10\times10^{-3}\cdot10\times10^{-6}}} = 503Hz$$

و هي قريبة جدا من القيمة التجريبية

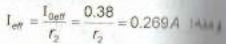
2 – الشدة المنتجة عند التجاوب:
من البيان: $I_{eff0} = 380mA = 0.38A$

3 – عرض الشريط النافذ: يوافق $I_{eff} \geq \frac{I_{eff0}}{\sqrt{2}}$



ومنه $I_{eff} = \frac{I_{0eff}}{\sqrt{2}} = \frac{0.38}{\sqrt{2}} = 0.269A$

يوافقه على البيان القيمتان $f_1 = 415Hz$ ، $f_2 = 615Hz$
و يكون $\Delta f = 200Hz$



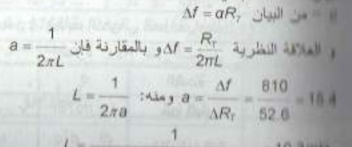
III – 1 – تأثير المقاومة الكلية على الشريط النافذ:
إن فحص النتائج يبين أنه كلما زادت المقاومة زاد عرض الشريط النافذ

2 – a – التحليل البعدي للعلاقة $\frac{R_T}{2\pi L}$: لدينا $U = Ri \rightarrow [R] = \frac{[U]}{[I]}$

$U_L = L\frac{di}{dt} \rightarrow [L] = \frac{[U]}{[I][T]^{-1}}$ و منه $\left[\frac{R}{2\pi L}\right] = \frac{[R]}{[L]} = \frac{[U]\,[I]\,[T]^{-1}}{[I]\,[U]} = \frac{1}{[T]} = [\Delta f]$

b – رسم البيان Δf بدلالة R_T:
البيان خط مستقيم أي $\Delta f = aR_T$ ، a ميل المستقيم

c – من البيان $\Delta f = aR_T$
و العلاقة النظرية $\Delta f = \frac{R_T}{2\pi L}$ و بالمقارنة فإن $a = \frac{1}{2\pi L}$



$a = \frac{\Delta f}{\Delta R_T} = \frac{810}{52.6} = 15.4$ ومنه: $L = \frac{1}{2\pi a}$

$$L = \frac{1}{2\pi\times15.4} = 1.03\times10^{-2}H = 10.3mH$$

و هي قيمة تتوافق مع القيمة المعطاة في النص

التطابق ميكانيك كهرباء

تشكل الدارة (RLC) والنواس المرن في حالة اهتزازات حرة نماذج رياضية متشابهة فالتماثل بين النموذجين ليس فقط في شكل العلاقات بل يكمن في محتوى فيزيائي حقيقي
لقد صادفنا في دراستنا السابقة أربع معادلات اثنتان تسيران الاهتزازات الحرة غير المتخامدة للنواس المرن و الدارة ($L \cdot C$) والمعادلتين الأخريين تأخذان بعين الاعتبار التخامد في حالة نفس اهتزازات النظام الحر غير المتخامدة .

	الاهتزازات الميكانيكية الحرة	الاهتزازات الكهربائية الحرة
غير المتخامدة	$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$ $L\frac{dv}{dt} + kx = 0$	$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$ $L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$
المتخامدة	$m\frac{d^2x}{dt^2} + \alpha\frac{dx}{dt} + kx = 0$ $m\frac{dv}{dt} + \alpha v + kx = 0$	$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$ $L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = 0$
	حالة الاهتزازات غير متخامدة	
حل المعادلة التفاضلية	$x = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$	$q = q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$
الدور الذاتي	$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$
طاقة الجملة	$E = E_{pe} + E_C = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$	$E = E_C + E_L = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$

بمقارنة المعادلات السابقة نستخرج المطابق الكهربائي للمطابق الميكانيكي

كتلة ـ نابض		الدارة RLC على التسلسل	
الفاصلة	x	q	الشحنة
السرعة	$v = dx / dt$	$i = dq / dt$	شدة التيار
التسارع	$\frac{d^2x}{dt^2}$	$\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$	مشتق شدة التيار
الكتلة	m	L	ذاتية الوشيعة
ثابت المرونة	k	[illegible]	[illegible]

ظواهر الانتشار

الاهتزازات الحرة لجملة ميكانيكية

1 ـ انتشار اضطراب أو إشارة.
ـ الموجة الميكانيكية المتقدمة.
ـ سرعة انتشار موجة ميكانيكية.
ـ مفهوم التأخر الزمني.

تمارين

الأمواج الميكانيكية المتقدمة الدورية

ـ الأمواج الميكانيكية المتقدمة الدورية
ـ الدورية الزمنية والدورية المكانية.
ـ الأمواج الجيبية المتقدمة.
ـ تراكب ، تداخل ، انعكاس ، انعراج الأمواج.

تمارين

انتشار الأمواج الصوتية

ـ نمذجة الصوت بموجة.
ـ وسط الانتشار.
ـ سرعة الأمواج الصوتية.
ـ انعراج وانعكاس الأمواج الصوتية.
ـ الخواص الفيزيائية للصوت.
ـ فعل دوبلر.

تمارين

النموذج التموجي للضوء

ـ ظواهر انعراج الضوء.
ـ سرعة انتشار وقرينة الضوء.
ـ التوتر وطول الموجة.
ـ تبدد الضوء.

تمارين

أخي / أختي

إن إستفدت من هذا الملف فالرجاء أن تدع لي و للمؤلف بالخير و النجاح و المغفرة